

تصميم المنشآت الخرسانية المسلحة

DESIGN OF

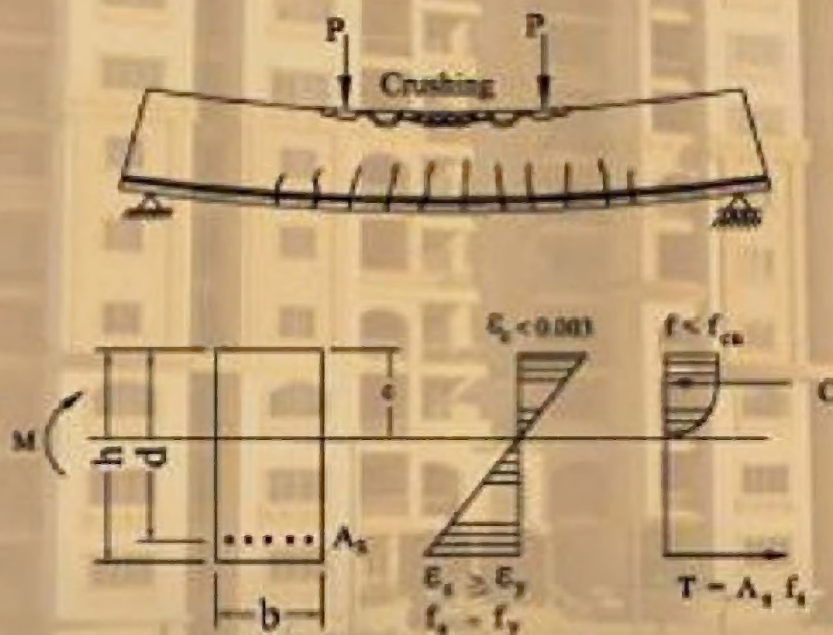
REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

الجزء الأول

دكتور

مجدى عبد الحميد طایل

أستاذ تصميم المنشآت الخرسانية



تصميم المنشآت الخرسانية المسلحة

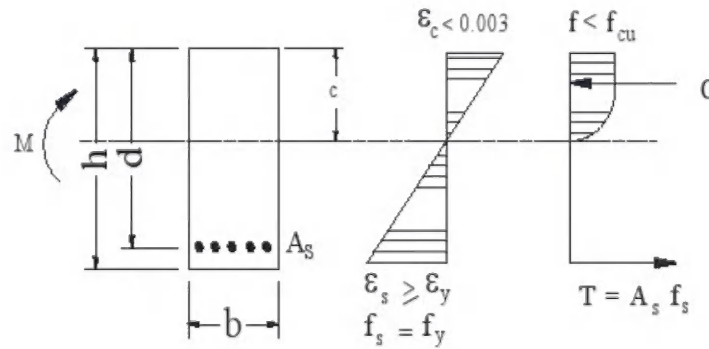
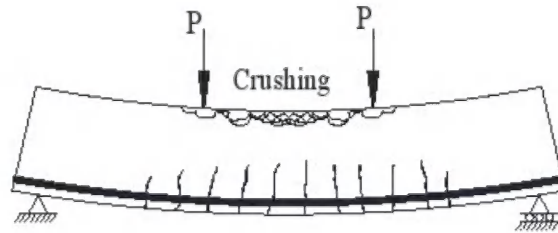
DESIGN OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

الجزء الأول

دكتور

مجدى عبد الحميد طایل

أستاذ تصميم المنشآت الخرسانية



مقدمة الطبعة الثانية

بسم الله الرحمن الرحيم ، علم الإنسان ما لم يعلم ، والحمد لله رب العالمين ، والصلاة والسلام على أشرف المرسلين سيدنا محمد صلى الله عليه وسلم خير الخلق كلهم.

أما بعد

فهذا جهد متواضع أضعه بين يدي أبناءنا الطلاب وزملائنا المهندسين عسى أن يجدوا فيه نفعاً إن شاء الله. ولقد أردنا أن يكون شرح المواضيع باللغة العربية كي يسهل فهمها ، أما المعادلات والأمثلة والأشكال فكانت جميعها باللغة الإنجليزية وهي لغة تدريس هذه المادة في جامعتنا العربية على الأغلب.

ولقد تقيدت بالكود المصرى لتصميم وتنفيذ المنشآت الخرسانية في الشرح والتحليل ، وكذلك الأمثلة الواردة في هذا الكتاب . وتسهيلاً لتصميم المقاطع الخرسانية تم حساب جداول خاصة تم إدراجها في نهاية الفصل الخاص بهذا الموضوع. وكذلك في باب البلاطات ذات الاتجاهين تم حساب جداول خاصة لحساب عزوم الانحناء في اتجاهي البلاطة حسب ارتكاز وأبعاد البلاطة. أما في الأعمدة فقد تم استنباط منحنيات لحساب عزوم الانحناء والحمل المركزى .

وهذه الإضافات ربما تساعد الطلاب والمهندسين في أعمال التحليل والتصميم بالإضافة ما هو متوافر بين أيديهم من إصدارات في هذا الشأن.

ونود أن نؤكد أن المرجع الأساسى لتصميم وتنفيذ المنشآت الخرسانية في بلدنا الغالية مصر هو الكود المشار إليه والمعد بواسطة نخبة من أساتذة الخرسانة. وهذا الكتاب هو وسيلة مساعدة للشرح والتبسيط لتصميم المنشآت الخرسانية المسلحة ؛ لمسنا الحاجة إليها من خلال تدريسنا لهذه المادة وتلبية لرغبة زملائنا المهندسين .
أسأل الله العلى القدير أن ينفع به وأن يجعله خالصاً لوجهه الكريم ، وعلى الله قصد السبيل .

القاهرة 1-12-2011

magdy_tayel@hotmail.com

المحتوى

الباب الاول : الخرسانة المسلحة – مكوناتها وخواصها

- 1-1- الخرسانة المسلحة 1-1
- 2-1- مكونات الخرسانة 1-2
- 3-1- الخواص الميكانيكية للخرسانة 1-4
- 4-1- صلب التسليح 1-8

الباب الثاني : طرق ومتطلبات تصميم المنشآت الخرسانية

- 2-1- خطوات التصميم الإنشائي 2-1
- 2-2- كود البناء 2-1
- 3-2- طرق التصميم الإنشائي للعناصر الخرسانية 2-2
- 4-2- الأحمال 2-4

الباب الثالث : سلوك الكمرات الخرسانية تحت تأثير الأحمال

- 3-1- المرحلة الأولى : مرحلة ما قبل التشريح 3-1
- 3-2- المرحلة الثانية : إجهادات التشغيل 3-2
- 3-3- المرحلة الثالثة : الإجهادات القصوى 3-3
- 4-3- تحليل الكمرات الخرسانية قبل مرحلة التشريح 3-4
- 5-3- عزم التشريح 3-7

الباب الرابع : تصميم وتحليل المقاطع الخرسانية المعرضة لعزوم انحناء بطريقة إجهاد التشغيل

- 4-1- فرضيات طريقة إجهاد التشغيل 4-1
- 4-2- الإجهاد المسموح به في الخرسانة وصلب التسليح في طريقة إجهاد التشغيل 4-2
- 4-4- التحليل بطريقة إجهاد التشغيل 4-4
- 4-4- التصميم بطريقة إجهاد التشغيل 4-13

الباب الخامس : تصميم وتحليل المقاطع الخرسانية المعرضة لعزم انحناء بطريقة المقاومة القصوي

- 5-1- الحمل التصميمي الأقصى 5-1
- 5-2- معامل خفض المقاومة 5-1
- 5-3- منحني الاجهاد والانفعال للخرسانة 5-3
- 5-4- منحني الاجهاد والانفعال لحديد التسليح 5-4
- 5-5- توزيع اجهاد الضغط علي المقطع الخرساني 5-4
- 5-6- حالة مقطع مستطيل مسلح ناحية الشد فقط 5-5
- 5-7- نسبة التسليح المتوازن 5-6
- 5-8- نسبة التسليح العظمي في المقاطع المعرضة لعزوم انحناء 5-8
- 5-9- نسبة التسليح الدنيا في المقاطع المعرضة لعزوم انحناء 5-9
- 5-10- حساب المقاومة القصوي للمقطع 5-20
- 5-11- المقاطع الخرسانية المعرضة لعزوم انحناء ذات التسليح المزدوج 5-27

الباب السادس: تصميم الكمرات الخرسانية علي شكل حرف T و L

- 6-1- تحديد العرض الفعال من البلاطة 6-1
- 6-2- تصميم مقاطع الكمرات الخرسانية علي شكل حرف T 6-3
- 6-3- عزم الانحناء المقاوم للقطاع الخرساني علي شكل T 6-10

الباب السابع : مقاومة القص في الكمرات الخرسانية المسلحة

- 7-1- اجهادات الشد القطري نتيجة اجهادات القص في الكمرات الخرسانية 7-1
- 7-2- اجهادات القص نتيجة قوي القص المؤثرة علي الكمرات 7-4
- 7-3- تصميم الكمرات لمقاومة قوي القص 7-5

الباب الثامن: تصميم الكمرات الخرسانية

- 8-1- الأحمال المؤثرة من البلاطات إلى الكمرات 8-1
- 8-2- العزم الأكبر وقوة القص العظمى في الكمرات الخرسانية 8-7

الباب التاسع : البلاطات الخرسانية

- 9-1- أنواع البلاطات الخرسانية 9-1
- 9-2- البلاطات المصمتة ذات الإتجاه الواحد 9-14

- 9-3- البلاطات المصمتة ذات الاتجاهين 9-28
- 9-4- البلاطات ذات الأعصاب 9-34
- 9-5- طريقة مرادفة لحساب عزوم الانحناء في البلاطات ذات الاتجاهين 9-41

الباب العاشر: الأعمدة الخرسانية المسلحة

- 10-1- تعريف 10-1
- 10-2- أنواع الأعمدة 10-1
- 10-3- حالات انهيار الأعمدة الخرسانية 10-21
- 10-4- الأعمدة القصيرة المعرضة لحمل محوري والمدعمة جانبياً 10-22
- 10-5- حساب الأحمال المؤثرة على الأعمدة 10-23
- 10-6- الأعمدة القصيرة المعرضة لحمل محوري والمدعمة جانبياً 10-25
- 10-7- الأعمدة القصيرة المدعمة عرضياً والمعرضة لحمل محوري وعزم انحناء 10-38

الباب الحادي عشر : الأساسات

- 11-1- تعريف 11-1
- 11-2- أنواع القواعد 11-1
- 11-3- تصميم القواعد المنفصلة 11-5
- 11-4- تحديد أبعاد القاعدة 11-6
- 11-5- التصميم لمقاومة إجهاد التشرخ في الخرسانة العادية 11-7
- 11-7- التصميم لمقاومة قص الاختراق أو القص المزدوج 11-8
- 11-8- التصميم لمقاومة القص المفرد 11-9
- 11-9- التصميم لمقاومة عزم الإنحناء 11-11

الباب الثاني عشر: طول التماسك لحديد التسليح مع الخرسانة

- 12-1- مقدمة 12-1
- 12-2- مقاومة التماسك 12-1
- 12-3- طول التماسك 12-2
- 12-4- الوصلات في حديد التسليح 12-9
- 12-5- اعتبارات عملية عند تنفيذ الوصلات 12-14
- 12-6- قطع الأسياخ لتحقيق طول التماسك في تسليح الكمرات 12-15
- 12-7- متطلبات الكود عند قطع حديد التسليح في الكمرات 12-18
- 12-8- توصيات بأمكان إيقاف و ثني حديد التسليح للكمرات و البلاطات 12-22

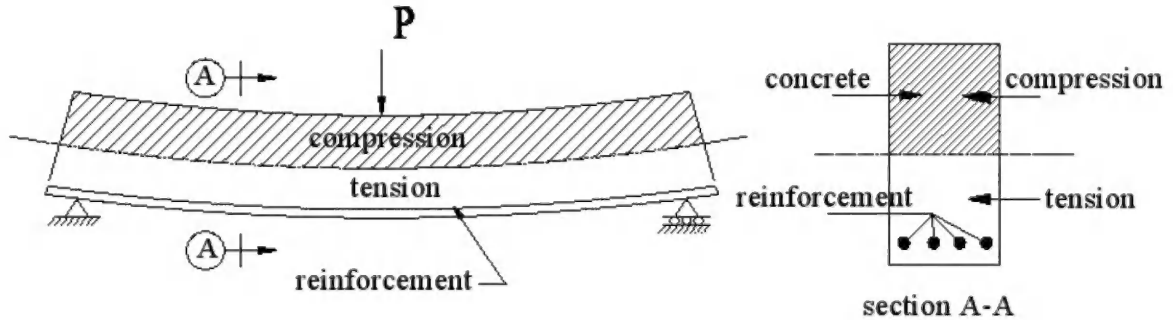
الباب الأول

الخرسانة المسلحة – مكوناتها وخواصها

Reinforced Concrete, Properties and Contents

1-1 الخرسانة المسلحة: Reinforced Concrete

تتكون الخرسانة من جزئين أساسيين هما الخرسانة وحديد التسليح وعند تعرض أي عنصر من المنشأ مثل الكمرات أو البلاطات إلى انحناء (Bending) نتيجة للأحمال الرأسية المؤثرة عليها فإن جزء من قطاع هذا العنصر يكون معرضاً لضغط (الجزء العلوي كما بالشكل) ويكون الجزء الآخر معرض للشد (الجزء السفلي بالشكل). نظراً لأن الخرسانة لها مقاومة كبيرة للضغط ومقاومة ضعيفة للشد، لذلك كان لابد من تسليح الأعضاء الخرسانية المعرضة لانحناء في جهة الشد حيث أن الحديد له مقاومة كبيرة لكل من إجهادي الشد والضغط. وبذلك في القطاع الخرساني المعرض لانحناء تكون الخرسانة مهمتها مقاومة الضغط أما حديد التسليح فيكون مسئولاً عن مقاومة الشد. ويلاحظ أنه في أحيان أخرى مثل الأعمدة يمكن لحديد التسليح مقاومة الضغط أو الشد الناتج عن الانحناء.



شكل (١-١) كمرة خرسانية معرضة لعزوم انحناء

ويلاحظ أن الخرسانة وحديد التسليح يعملان معاً كجسم واحد لمقاومة الأحمال للأسباب التالية :

- ١- التماسك (Bond) بين حديد التسليح والخرسانة يمنع انزلاق قضبان حديد التسليح .
- ٢- الغطاء الخرساني لمنع تسرب الرطوبة إلى حديد التسليح ويحميه من الصدأ .
- ٣- معامل التمدد الحراري لكل من الخرسانة وحديد التسليح له تقريبا نفس القيمة .

2-1- مكونات الخرسانة: Contents of Concrete

تتكون الخرسانة المسلحة من العناصر التالية بعد تماسكها جيدا بعجينة الأسمنت والماء والتي تتصلب بمضي الوقت لتعطي للخرسانة قوامها ومقاومتها :

الأسمنت	1 -	Cement
الركام الناعم	2 -	Fine Aggregate
الركام الخشن	3 -	Coarse Aggregate
الإضافات	4 -	Admixtures
صلب التسليح	5 -	Reinforcing Steel

وتتم صناعة الخرسانة فى الخطوات التالية :

- 1 - إضافة الأسمنت إلى الركام الناعم والركام الخشن وخلطهم جيدا ثم إضافة الماء والإضافات عند الضرورة ويتم الخليط جيدا لضمان تجانسه .
 - 2 - يتم تفاعل الماء والأسمنت فيما يعرف بإمالة الاسمنت (Hydration) وتتكون عجينة أسمنتية تلتصق بسطح الركام ليصير الخليط كتلة واحدة .
 - 3 - تتكون الخرسانة الطازجة (Fresh Concrete) وتكون فى حالة لدنه وبذلك يمكن نقلها وصبها فى المكان الدائم الموجود به حديد التسليح والذي يكون العنصر الإنشائي من الخرسانة المسلحة .
 - 4 - بمضي الوقت وبعد حوالي ٢٨ يوم يتم تصلب الخرسانة تماما وتأخذ الشكل الثابت المطلوب ويمكنها مقاومة الأحمال بما فيها وزنها الذاتي .
- وتنقسم الخرسانة من حيث الوزن إلى ثلاثة أنواع :

- 1 - خرسانة خفيفة الوزن وهي التي يقل وزنها عن ٢٠ ك. نيوتن / م^٣ .
- 2 - خرسانة عادية ويتراوح وزنها بين ٢٠ ، ٢٨ ك. نيوتن / م^٣ .
- 3 - خرسانة ثقيلة الوزن ويكون وزنها أكبر من ٢٨ ك. نيوتن / م^٣ .

1-2-1 الأسمنت : Cement

الأسمنت هو المادة الفعالة فى الخرسانة وهو مادة ناعمة لونه رمادي داكن ويتكون أساسا من الكالسيوم وسيليكات الألمونيوم ويطلق عليه الأسمنت الهيدروليكي " Hydraulic Cement " والنوع الشائع الاستخدام

هو الأسمنت البورتلاندي العادي وتوجد أنواع أخرى مثل الأسمنت سريع التصلد والأسمنت منخفض الحرارة والأسمنت المقاوم للكبريتات .

2-2-1- الركام Aggregate:

وهو ينقسم إلى نوعين :

أ- الركام الناعم : Fine Aggregate

وهو ذو حبيبات أقل من ٤,٧٦ مم ويكون تقريبا ثلث الركام الكلي في الخرسانة الشائعة الاستخدام .

ب- الركام الخشن : Coarse Aggregate

وهو ذو حبيبات أكبر من ٤,٧٦ مم ولكن يجب أن يحوي مقاسات مختلفة ومتدرجة لضمان كثافة الخرسانة وتقليل الفراغات وبالتالي تقليل كمية الأسمنت .

الركام له مصدران هما الركام الطبيعي والركام الناتج عن طحن وتكسير الأحجار الأكبر حجما . وينقسم الركام من حيث الوزن إلى ثلاثة أنواع أولها هو الركام الخفيف الذي يقل وزنه عن ٢٠ ك. نيوتن / م^٣ والركام العادي ويتراوح وزنه بين ٢٠ و ٣٠ ك. نيوتن/ م^٣ والركام الثقيل وهو الركام الذي يزيد وزنه عن ٣٠ ك. نيوتن / م^٣.

3-2-1- الماء : Water

والماء مهم بالنسبة للخرسانة المسلحة لسببين:

أولاً: إماهة الأسمنت: Hydration أى التفاعل معه كيميائياً لتكوين عجينة الأسمنت اللاصقة للركام .
ثانياً: تشغيلية الخرسانة Workability : ويحتاج أسمنت الخرسانة إلى حوالي ثلث كمية الماء المستخدم لتتمام التفاعل الكيميائي أما الجزء الباقي فيبقى داخل الخرسانة مكوناً مسام وفجوات ، مما ينتج عنه منفذية الخرسانة (Porosity) ، والماء ذو فائده للخرسانة حيث أنه يمنع حدوث الشروخ الناتجة عن الانكماش ويزيد تشغيلية الخرسانة ، ولكنه في نفس الوقت ذو آثار ضاره حيث تتسبب زيادته في زيادة منفذية الخرسانة وتقليل مقومة الخرسانة المتصلدة وكذلك مقاومتها مع الزمن.

1-3-2-1- نوعية الماء :

الماء الصالح للشرب يكون صالح لصناعة الخرسانة وليس العكس وتتحدد نوعية الماء الصالح للاستخدام في الخلطة الخرسانية فيما يلي :-

١- نسبة المواد العالقة من حبيبات التربة الناعمة (Silt or Clay) لا تزيد عن ٢٠٠٠ جزء في المليون

٢- الماء الحمضي يمكن استخدامه حتى قيمة Ph لا تزيد عن ٣,٠ - .

١- مياه البحر تقلل مقاومة الخرسانة في حدود ١٠-٢٠ % لكنها تتسبب في تآكل حديد التسليح وتسبب

مشاكل التزهير . Efflorescence .

وعند تصميم الخلطة الخرسانية يراعى تقليل كمية الأسمنت لتقليل التكلفة وفي نفس الوقت تخفيض نسبة الماء إلى الأسمنت لزيادة المقاومة وعدم زيادة نسبة الركام الناعم لتقليل المساحة السطحية الكلية للركام وبالتالي تقليل العجينة الأسمنتية اللازم لتغليف هذه المساحة .

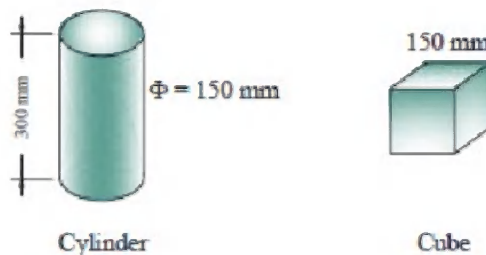
وعادة تجري تجربة مخروط الهبوط (Slump Test) لقياس تشغيلية الخرسانة Workability وفي نفس الوقت يستخدم هذا الاختبار كمؤشر على محتوى الماء في الخلطة الخرسانية .

3-1- الخواص الميكانيكية للخرسانة : Mechanical Properties of Concrete

عند تصميم المنشآت الخرسانية فإن الخواص الميكانيكية للخرسانة هي العامل الأساسي في تحديد المقطع الخرساني وكذلك في تحديد ترخيم (Deflection) هذه العناصر . وأهم هذه الخواص يمكن تلخيصها فيما يلي :

1-3-1- مقاومة الضغط (f_{cu}): Characteristic strength

ويعبر عنها في الكود المصري بإجهاد الكسر للمكعب الخرساني القياسي (كما بالشكل) بعد ٢٨ يوما من تاريخ الصب تحت تأثير الضغط . وبعض المواصفات الأخرى تستخدم الأسطوانة بدلا من المكعب ويكون إجهاد كسر المكعب القياسي بعد ٢٨ هو مقياس مقاومة الضغط ويرمز له بالرمز (f_{cu}) .



شكل (٢-١) أشكال عينات تحديد مقاومة الضغط للخرسانة

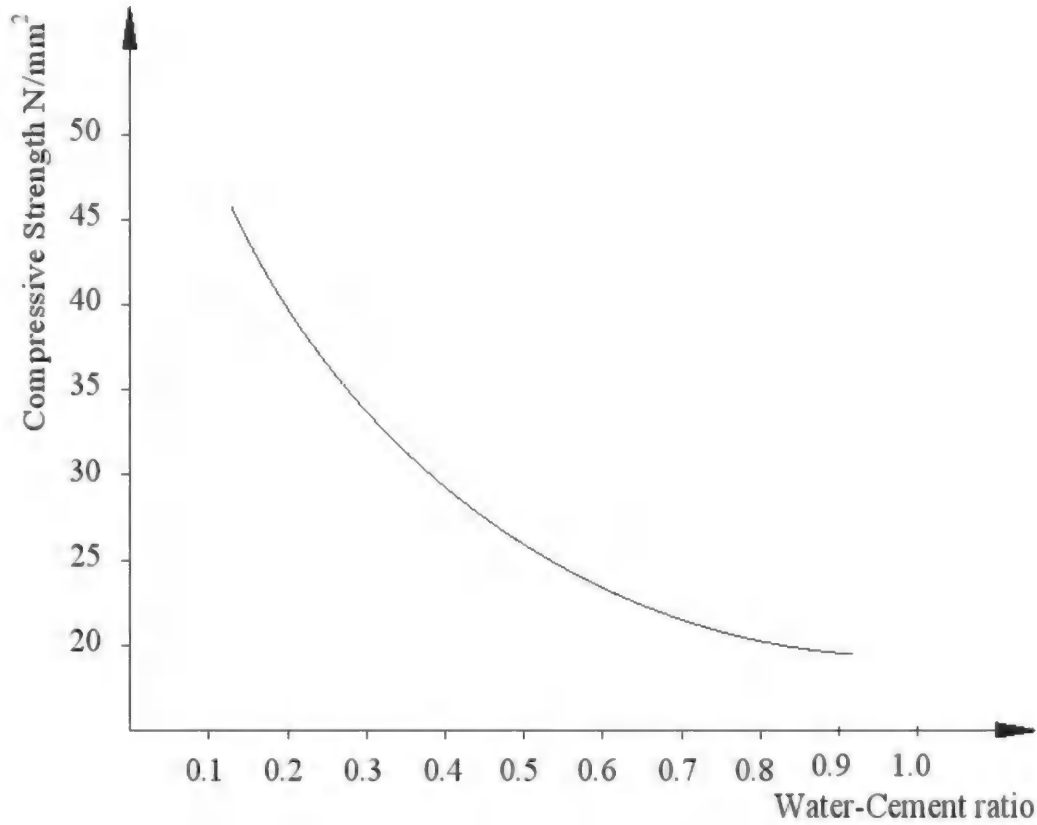
شكل (٢-١) أشكال عينات تحديد مقاومة الضغط للخرسانة

ويتراوح إجهاد الخرسانة المستخدمة في المنشآت العادية بين ٢٠ ، ٣٥ نيوتن / مم^٢ .

أما الخرسانة عالية المقاومة فيتراوح إجهادها بين ٣٥ - ٧٠ نيوتن / مم^٢ .

١-٣-١-١ العوامل المؤثرة على مقاومة الضغط للخرسانة :

- ١- نسبة الماء إلى الأسمنت (W/C) وهي العامل الأهم حيث تزيد المقاومة مع نقص نسبة الماء .
 - ٢- عمر الخرسانة حيث تزداد مقاومة الخرسانة مع الزمن ولكن بمعدل بسيط .
 - ٣- ظروف المعالجة حيث تزداد مقاومة الخرسانة إذا تم معالجة الخرسانة جيدا بعد صبها .
 - ٤- معدل التحميل حيث تعطي عينة الخرسانة مقاومة كبيرة ظاهريا عند تحميلها بمعدل أكبر .
 - ٥- شكل العينة حيث يعطي المكعب القياسي مقاومة أكبر من مقاومة الأسطوانة القياسية .
- وهناك بعض العوامل الأخرى مثل نوع الأسمنت حيث أن أفضلها هو الأسمنت البورتلاندى العادي وكذلك محتوى الأسمنت ونوع الركام المستخدم .



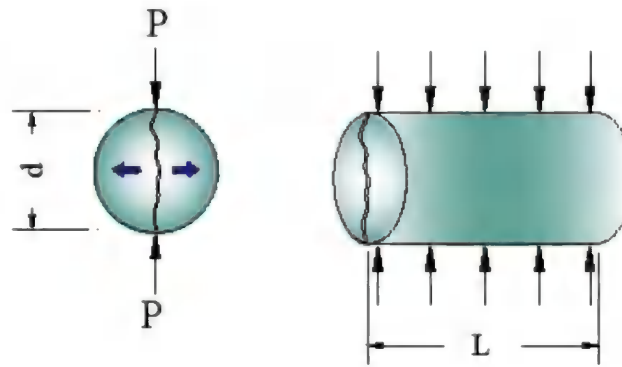
شكل (١-٣) تأثير محتوى الماء في الخرسانة على مقاومتها

١-٣-٢- مقاومة الشد للخرسانة (f_{ct}) :

تمثل مقاومة الشد للخرسانة حوالي (١٠ - ١٥) % من مقاومة الضغط ومعظم الشروخ التي تحدث بالعناصر الخرسانية تكون بسبب ضعف الخرسانة في مقاومة الشد. ويتم تحديد مقاومة الشد بأحدي الطريقتين التاليتين حيث أن طريقة الشد المباشر غير مؤكدة النتائج بسبب حدوث الكسر عند مكان التثبيت .

أ- اختبار الشد الانشطاري (Splitting Tensile Test (Brazilian) :

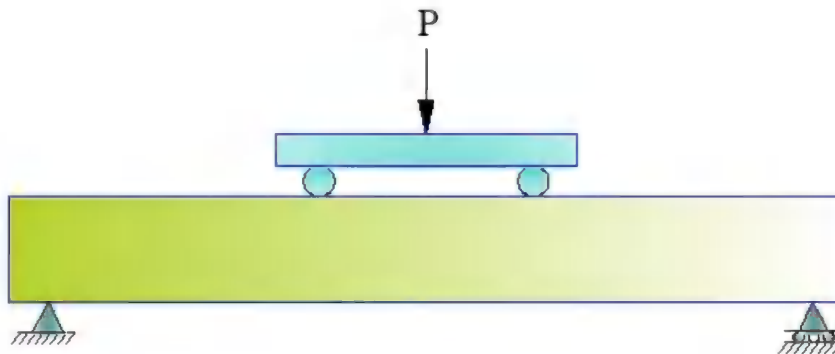
وفية يتم تعريض الاسطوانة القياسية إلى قوة ضغط كما بالشكل ويتم حساب إجهاد الشد كما يلي :



$$f_{ct} = \frac{2P}{\pi \cdot L \cdot d}$$

$$f_{ct} = 0.5 - 0.59\sqrt{f_{cu}} \quad \text{N/mm}^2$$

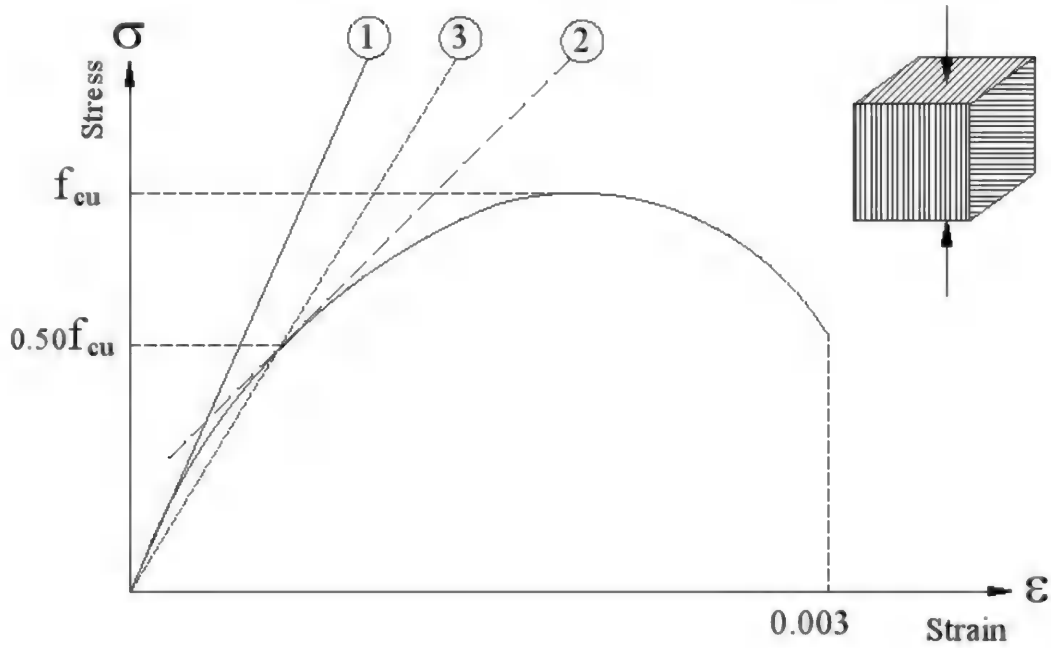
ب- اختبار شد الانحناء Tensile Strength in Flexure :



Modulus of rupture $f_{ctr} = \frac{M \cdot c}{I}$

$$f_{ctr} = 0.6\sqrt{f_{cu}} \quad \text{N/mm}^2$$

٣-٣-١ - منحنى الإجهاد والانفعال للخرسانة : Stress – Strain Curve



كل (١-٤) منحنى الإجهاد - الإنفعال للخرسانة

ويتم تحديد معايير المرونة للخرسانة E_c بإحدى الطرق التالية :

- ١ - ميل المماس الابتدائي Initial Modulus .
- ٢ - ميل المماس عند نصف قيمة أقصى إجهاد Tangential Modulus .
- ٣ - ميل القاطع عند نصف قيمة أقصى إجهاد Secant Modulus .
- والطريقة الأخيرة هي الأكثر شيوعاً لتحديد معايير المرونة للخرسانة .
- ٤ - معايير المرونة للخرسانة E_c

يتم حساب معايير المرونة للخرسانة من المعادلة التالية:

$$E_c = 4400\sqrt{f_{cu}} \quad N/mm^2$$

حيث f_{cu} مقاومة المكعب القياسية بعد ٢٨ يوم .

٥ - معايير المرونة لصلب التسليح .

من المعروف أن حديد التسليح المستخدم في الخرسانة المسلحة له القيمة التالية لمعايير المرونة

$$E_s = 2.04 \times 10^5 \quad N/mm^2$$

1-1- حديد التسليح : Reinforcing Steel

هناك نوعان من حديد التسليح يستخدمان لتسليح الخرسانة المسلحة :

- ١- الحديد الأملس ويطلق عليه أحيانا الحديد العادي أو الحديد المطاوع (Mild Steel) وإجهاد الخضوع والمقاومة القصوي لهذا النوع من الحديد كما يلي :

$$f_y = 240 \text{ N/mm}^2$$

$$f_u = 350 \text{ N/mm}^2$$

- ٢- الحديد المشرشر أو الحديد عالي المقاومة (High Tensile Steel) ويوجد منه ثلاث أنواع كما يلي

$$1- f_y = 280 \text{ N/mm}^2$$

$$f_u = 450 \text{ N/mm}^2$$

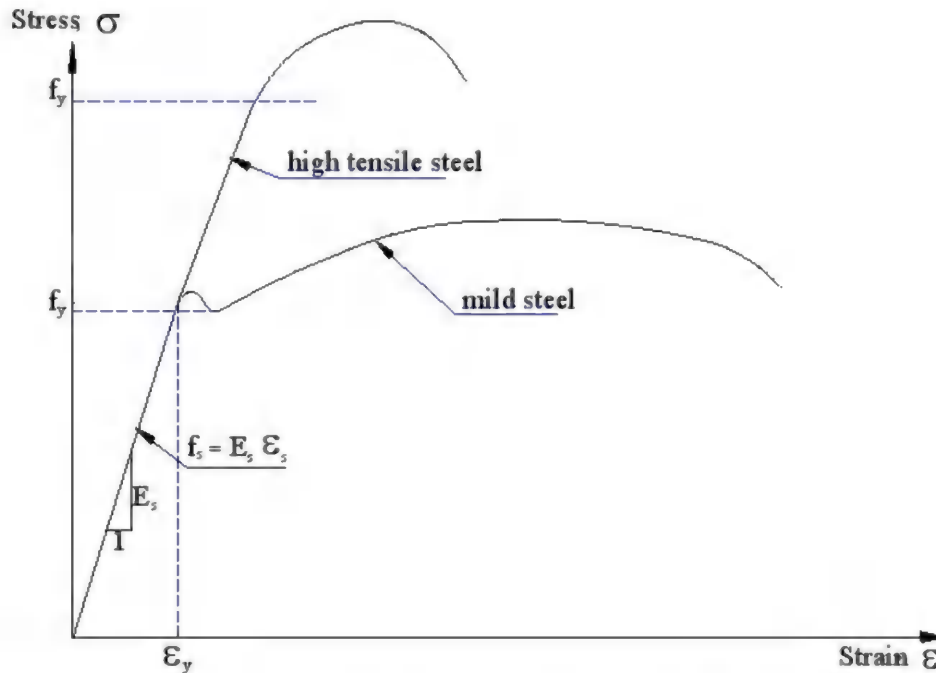
$$2- f_y = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$f_u = 520 \text{ N/mm}^2$$

$$3- f_y = 400 \text{ N/mm}^2$$

$$f_u = 600 \text{ N/mm}^2$$

ويوضح الشكل التالي منحنى الإجهاد والانفعال لحديد التسليح ، وهذا المنحنى يختلف فى حالة الحديد على المقاومة عنه فى حالة الحديد المطاوع (Mild Steel) حيث أنه فى الحديد على المقاومة لا توجد منطقة خضوع (yield) واضحة كما فى الحديد المطاوع ، والشكل التالي يوضح منحنى الإجهاد والانفعال للحديد المطاوع والحديد على المقاومة حيث يختلفان فى شكل المنحنى ، وفى إجهاد الخضوع ولكن يشتركان فى معايير المرونة.



شكل (١-٥) منحنى الإجهاد - الإنفعال لحديد التسليح

والجدول التالي يبين أقطار ومساحات قضبان التسليح المستخدمة في الخرسانة :

القطر mm	الوزن N/m	المحيط mm	مساحة القطاع لمجموعة الأسياخ (mm^2)									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	2.22	18.9	28	57	85	113	141	170	198	226	255	283
8	3.95	25.1	50	101	151	201	251	302	352	402	453	503
10	6.17	31.4	79	157	236	314	393	471	550	629	707	786
12	8.88	37.7	113	226	339	453	566	679	792	905	1018	1131
14	12.10	44.0	154	308	462	616	770	924	1078	1232	1386	1540
16	15.80	50.3	201	402	603	805	1006	1207	1408	1609	1810	2011
18	20.00	56.6	255	509	764	1018	1273	1527	1782	2037	2291	2546
20	24.70	62.9	314	629	943	1257	1571	1886	2200	2514	2829	3143
22	29.80	69.1	380	761	1141	1521	1901	2282	2662	3042	3423	3803
25	38.50	78.6	491	982	1473	1964	2455	2946	3438	3929	4420	4911

Chapter (1) - Problems

- 1- What are the main materials in reinforced concrete structures ?
- 2- What kinds of stresses the concrete is weak in ?
- 3- What reasons make concrete a good material for structures ?
- 4- In reinforced concrete structures, why concrete and steel act as one unit ?
- 5- What are the main contents of concrete ?
- 6- What is the main role of cement in concrete mix ?
- 7- What are the main kinds of concrete according to weight, and according to strength?
- 8- How can you differentiate between coarse and fine aggregate ?
- 9- Is the water suitable for concrete suitable for drinking ?
- 10- Is the sea water suitable for mixing concrete ?
- 11- Define f_{cu} , f_y , f_s , f_c , and f_{ctr} .
- 12- What are the factors that affect the strength of concrete?
- 13- What is the ratio of concrete compressive strength to its tensile strength?
- 14- What is the test used for determination of concrete tensile strength ?
- 15- In Brazilian Test, the specimen diameter is 150 mm, and its length is 300 mm.
The applied load was 200 Kn. Calculate the tensile strength of concrete.
- 16- Define the modulus of rupture .
- 17- For same concrete, what is bigger, modulus of rupture, or tensile strength ?
- 18- If $f_{cu}=25 \text{ N/mm}^2$, Calculate the tensile strength, modulus of rupture, and the modulus of elasticity.
- 19- What are the methods usually used for determination of modulus of elasticity for concrete? Which method gives higher value?
- 20- What are the main kinds of reinforcing steel ?
- 21- What is creep and what factors influence the creep of concrete?

- 22- What is shrinkage and what factors influence the shrinkage of concrete?
- 23- Define characteristic strength f_{cu} of concrete.
- 24- How and when the characteristic compressive strength f_{cu} is determined?
- 25- Express the relation between flexural strength (f_{ctr}) and characteristic compressive strength of concrete.
- 26- Draw stress-strain curve of concrete and show the following :
 - (a) Initial tangent modulus E_c .
 - (b) Secant modulus E_s at any point A on the stress-strain curve.
 - (c) Tangent modulus E_t at A .
 - (d) Elastic and inelastic strain components of the total strain at A.
- 27- Express the short term static modulus E_c in terms of the characteristic compressive strength f_{cu} of concrete.
- 28- State the approximate value of total shrinkage strain of concrete to be taken for the design purpose.
- 29- Define workability of concrete.
- 30- Name the types of steel and their strength to be used as reinforcement in concrete.
- 31- Draw stress-strain curve of steel bars with or without definite yield point and indicate the yield stress f_y of them.
- 32- What should be the expected strength of concrete structure at the time of removal of formwork ?
- 33- Mention the specific acceptance criteria of the sample tests of cubes and beams.
- 34- Name the acceptable non-destructive tests to be performed on structures.

- 35- A plain concrete beam of 1500 mm length and 120 x 200 mm in section is subjected to two concentrated loads at third points, the characteristic strength of the concrete the beam made of is 30 N/mm^2 . Calculate the maximum load that the beam can resist before it cracks.

الباب الثاني

طرق ومتطلبات تصميم المنشآت الخرسانية Design Methods and Requirements

2-1- خطوات التصميم الإنشائي : Structural Design

لتصميم أي منشأ من الناحية الإنشائية لتحقيق وظيفته يمر المنشأ عموماً بالخطوات التالية :

- أ - التصميم المعماري لتحقيق الخطة والوظيفة والغرض المنشأ من أجله .
- ب- اختيار النظام الإنشائي والطريقة المناسبة لمقاومة أحمال المنشأ وتوصيل أحماله بأمان إلى الأساسات ثم التربة المقام عليها المنشأ .
- ج- التحليل الإنشائي للعناصر الإنشائية وحساب القوى الداخلية من قوى وعزوم والنتيجة عن الأحمال المؤثرة على المنشأ .
- د- تصميم العناصر الإنشائية وتحديد أبعادها وتسليحها . وإذا تمت هذه الخطوة بنجاح يتم استكمال التصميم وإلا يتم تعديل النظام الإنشائي باختيار نظام آخر أو تعديل مواضع وعدد الأعمدة لتحقيق تصميم متوازن من ناحية الأمان مع الأخذ في الاعتبار الناحية الاقتصادية .
- هـ- تصميم التفاصيل والعناصر المعمارية الغير مؤثرة إنشائياً.
- و- التصميم النهائي مع الأخذ في الاعتبار كافة متطلبات التصميم للمنشأ .

2-2- كود البناء : Building Codes

- توجد كودات أو قوانين للإنشاءات تحدد المتطلبات الدنيا للمنشآت من الناحية الإنشائية لمقاومة الأحمال المؤثرة عليها وضمان الأمان لهذه المنشآت ولستخدميها . وتنقسم هذه الكودات إلى نوعين.
- كودات حكومية : تصدرها الجهات الحكومية المعنية بأعمال البناء مثل وزارة الأشغال ووزارة الإسكان ويكون لها قوة القانون وهي ملزمة لكل من يمارس أي عمل يختص بالإنشاءات .
 - كودات استرشادية : ويقوم عليها معاهد أو جمعيات بحثية متخصصة مثل معهد الخرسانة الأمريكية (ACI) وجمعية الأسمنت البورتلاندي (PCA) والجمعية الأمريكية لمواصفات واختبار المواد (ASTM) وغيرها وهذه الكودات لها قوة القانون أحياناً إذا تم النص عليها ويتم الرجوع إليها من معظم الجهات المعنية

بالإنشاءات لشمولها ودقتها وسابق تطبيقها والتأكد من صحتها على مدى أعوام عديدة كذلك مواكبتها لما يستحدث من نتائج محققة للأبحاث والدراسات المتعلقة بالتصميم الإنشائي.

2-3 طرق التصميم الإنشائي للعناصر الخرسانية : Methods of Design

توجد طريقتان لتصميم العناصر الإنشائية الخرسانية كما يلي :

2-3-1 طريقة إجهاد التشغيل أو (طريقة المرونة) Working Stress Method (WSM) :

وهذه الطريقة تعتمد على تصميم العناصر الخرسانية تحت تأثير أحمال التشغيل (Service Loads) وتطبيق معامل أمان على مقاومة المواد المستخدمة (الخرسانة وحديد التسليح) للحصول على الإجهاد المسموح به f_a ويتطبيق المعادلة التالية يمكن تصميم هذه العناصر :

الإجهاد الناتج عن أحمال التشغيل \geq الإجهاد المسموح به (f_a) .

ويكون عامل الأمان بتخفيض الإجهاد الذي يمكن أن تتحمله الخرسانة أو حديد التسليح بنسبة معينة وهو ما يطلق عليه إجهاد التشغيل Working Stress أو الإجهاد المسموح به Allowable Stress .

حيث بالنسبة للخرسانة $f_a = 0.45 f_{cu}$

بالنسبة لحديد التسليح $f_a = 0.50 f_y$

حيث :

f_a : الإجهاد المسموح به .

f_{cu} : إجهاد الكسر للمكعب القياسي بعد 28 يوم .

f_y : إجهاد الخضوع لحديد التسليح .

ومن عيوب هذه الطريقة أن الأحمال التي يتم على أساسها تصميم العناصر الإنشائية لا يمكن الوثوق بها خاصة أنه يتم التعامل مع الحمل الثابت والحمل الحي (Dead and Live Load) بنفس الوزن . كما أن الزحف (Creep) والانكماش (Shrinkage) لا يتم أخذهما في الاعتبار عند التصميم وعند الإجهاد الأقصى الذي يتحمله المنشأ أو إجهاد الانهيار فإن الإجهاد (Stress) لا يتناسب مع الانفعال (Strain) بعكس الفرض الأساسي لهذه الطريقة وبذلك يكون معامل الأمان الذي تم تحديده مسبقاً غير معلوم .

2-3-2 طريقة المقاومة القصوى (USD) Ultimate Strength Design Method (USD) :

وأساس هذه الطريقة هي أن المقاومة التصميمية لا بد أن تكون أكبر أو مساوية للمقاومة المطلوبة الناتجة عن الأحمال بعد زيادة هذه الأحمال بنسب معينة . ويتحقق الأمان في هذه الطريقة كالآتي :

أولاً: تخفيض المقاومة القصوى لكل من الخرسانة وحديد التسليح بقسمة كل منهما علي عامل محدد يسمى عامل خفض المقاومة Strength Reduction Factor .

ثانياً: زيادة الحمل الفعلي المؤثر علي المنشأ بضره في معامل اكبر من الواحد . ولما كان احتمال التخفيض في قيمة ومكان الحمل الحي اكبر من الحمل الميت فلذلك يكون معامل الحمل الحي دائماً اكبر من معامل الحمل الميت.

ويتم تخفيض مقاومة كل من الخرسانة وحديد التسليح وزيادة الاحمال في طريقة المقاومة القصوى للأسباب التالية:

1. اختلاف مقاومة المواد واختلاف أبعاد العناصر الإنشائية عن المقاومة والأبعاد التصميمية .
 2. عدم دقة المعادلات التصميمية .
 3. درجة المخطوئية والثقة المطلوب تحقيقها في العنصر الإنشائي .
 4. أهمية العنصر الإنشائي بالنسبة للمنشأ ككل .
- وكمثال لتخفيض المقاومة فمثلاً في الكمرات المعرضة للانحناء يتم قسمة المقاومة للخرسانة علي (1.50) كما يتم قسمة مقاومة الخضوع لحديد التسليح علي (1.15) .
- كما يتم زيادة الحمل الميت بمقدار (40%) وزيادة الحمل الحي بمقدار (60%) .

$$U = 1.4 D + 1.6 L \quad \text{حيث :}$$

U : الحمل الاقصى

D : الحمل الميت

L : الحمل الحي

4-2- الأحمال Loads:

تتقسم الأحمال المؤثرة علي المنشآت عموماً إلى قسمين:

1-4-2 الأحمال الثابتة أو الأحمال الميتة Dead Loads:

وهي الأحمال التي تكون قيمتها وموضع تأثيرها ثابت طول فترة حياة أو استخدام المنشأ. ولحساب هذه الأحمال يلزم معرفة الوزن الذاتي لبعض المواد المستخدمة في الانشاء والتخزين كما هو موضح بالجدول التالي:

الاوزان الفعلية للمواد المختلفة

المادة	الوزن (ك. نيوتن/ م ³)
خرسانة عادية	22
خرسانة مسلحة	25
الاسمنت	11.5
الزلط	17
الرمل	15
الماء	10
الجرانيت	28
البازلت	30
الحجر الجيري	27
الحجر الرملي	27
الرخام	28
طوب احمر طفلي مصمت	18 - 16
طوب طفلي مثقب	15 - 12
طوب اسمنتي مصمت	20
طوب اسمنتي مفرغ	18 - 14
طوب جيرى رملي مصمت	18.5
بلوكات خرسانية	19 - 14
مونة الاسمنت	21

6.8	الخشب مجفف بالهواء (15% رطوبة)
الوزن (كز نيوتن / م ³)	المادة
17	تربة جافة
1.80 – 1.60	فيير جلاس
1.10 – 1	صوف زجاجي
78.5	صلب
78.5	حديد مطاوع
72.5	حديد زهر
27	الومنيوم
120 - 114	رصاص

2-4-2- الأحمال الحية (المتغيرة) Live Loads:

وهي الأحمال التي تتغير قيمتها أو موضع تأثيرها وتشمل ما يلي :

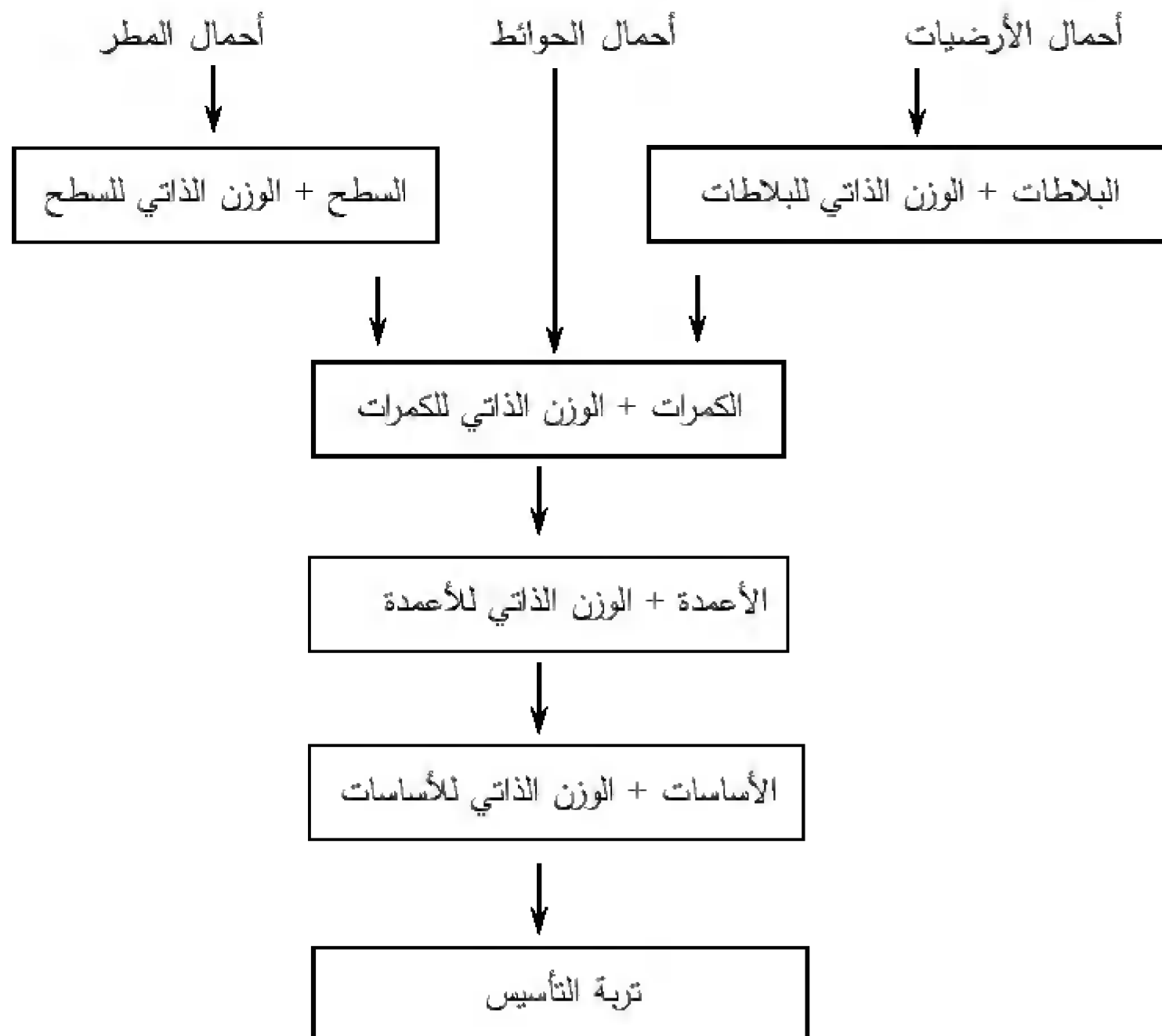
1. الأحمال على الأرضيات (Floor loads) مثل الأثاث ومستخدمي المنشأ والبضائع والرفوف وغيرها.
2. أحمال المرور خاصة على الكباري مثل السيارات والقطارات .
3. أحمال الصدم والأحمال الاهتزازية .
4. الأحمال العرضية مثل أحمال الرياح وأحمال الزلازل .

الاحمال الحية للمباني المختلفة {1}

الوزن (ك. نيوتن / م ²)	عنصر المبني
1.0	اسطح جاسئة Rigid Surfaces
2.0 3.0 2.0	المباني السكنية : - غرف سكنية - سلاالم , مطابخ , حمامات - بلكونات
2.50 2.0 / م ارتفاع 5.0 – 10 4.0 4.0	المباني الادارية : - غرف مكاتب - غرف حفظ الملفات في المكاتب - ارشيف - سلاالم - بلكونات
2.50 4.0 فأكثر 4.0 فأكثر 4.0 4.0	المستشفيات : - غرف علاج المرضى - غرف الجراحة - غرف الاشعة - سلاالم وطرقات - بلكونات
الوزن (ك. نيوتن / م ²)	عنصر المبني
4.0 5.0	القاعات والصالات ودور العبادة : - ذات مقاعد ثابتة - ذات مقاعد غير ثابتة وبدون مقاعد

5.0 10 فأكتر	المحلات : - محلات البيع العادية - محلات البيع بالجملة والمخازن (تبعاً لنوع المواد المخزنة والآلات)
2.0 4.0 4.0 4.0	الفنادق : - غرف النزلاء - غرف الخدمة العامة - غرف الطعام والمطاعم - السلالم والطرقات
10 4.0 م ارتفاع 3.0	المكتبات : - غرف حفظ الكتب ذات أرفف وممرات - غرف تخزين الكتب - غرف الاطلاع
3.0 5.0 4.0 5.0 6.0	المسارح ودور السينما: - غرف خلع الملابس - الشرفات - القاعات الرئيسية والبلكونات ذات المقاعد الثابتة - القاعات الرئيسية والبلكونات ذات المقاعد غير الثابتة - سلالم وطرقات
5.0	الجراجات
5.0 7.50	الاستادات الرياضية : - المدرجات ذات المقاعد الثابتة - المدرجات غير المحتوية علي مقاعد

أسلوب انتقال الأحمال في المنشآت



Chapter (2) - Problems

- 1 - Show two reasons why concrete is superior to stone, timber and steel ?
- 2 - Define integrated structure.
- 3 - State four objectives of the design of reinforced concrete structure.
- 4 - How to fulfill the four objectives of the design of reinforced concrete structures?
- 5 - What are the methods of design of reinforced concrete structural elements?
- 6 - Which of the methods is the best?
- 7 - What is the basis of the analysis of structures to be designed?
- 8 - How to estimate the design loads in (i) limit state method, and (ii) working ?
- 9 - Define characteristic load.
- 10- What are the main
 - (i) Loads .
 - (ii) Forces .
 - (iii) Effects to be considered while designing the structures?
- 11 - What are the basis of combining different loads for the design?
- 12 - Choose the correct answer :
 - (i) Properly designed concrete structures should
 - (a) sustain all loads likely to come during next 50 years
 - (b) sustain all loads and deformations without collapse or any damage
 - (c) sustain all loads with limited deformations during construction and use
 - (d) sustain characteristic loads and deformations during the next 50 years
 - (ii) In the limit state method, the design load is
 - (a) the characteristic load
 - (b) the ultimate load
 - (c) the characteristic load divided by the partial safety factor for loads
 - (d) the characteristic load multiplied by the partial safety for loads .

(iii) In the limit state method, the basis of the analysis of structure is

- (a) linear elastic theory
- (b) non-linear theory
- (c) plastic method of analysis
- (d) involving fracture mechanics

(iv) The characteristic load is

- (a) the load at first crack
- (b) that load which has a probability of ninety-five per cent of not being exceeded during the life of the structure .
- (c) the ultimate collapse load .
- (d) the ultimate collapse load multiplied by the partial safety factor for loads .

13 - List the common steps of design of structures by any method of design.

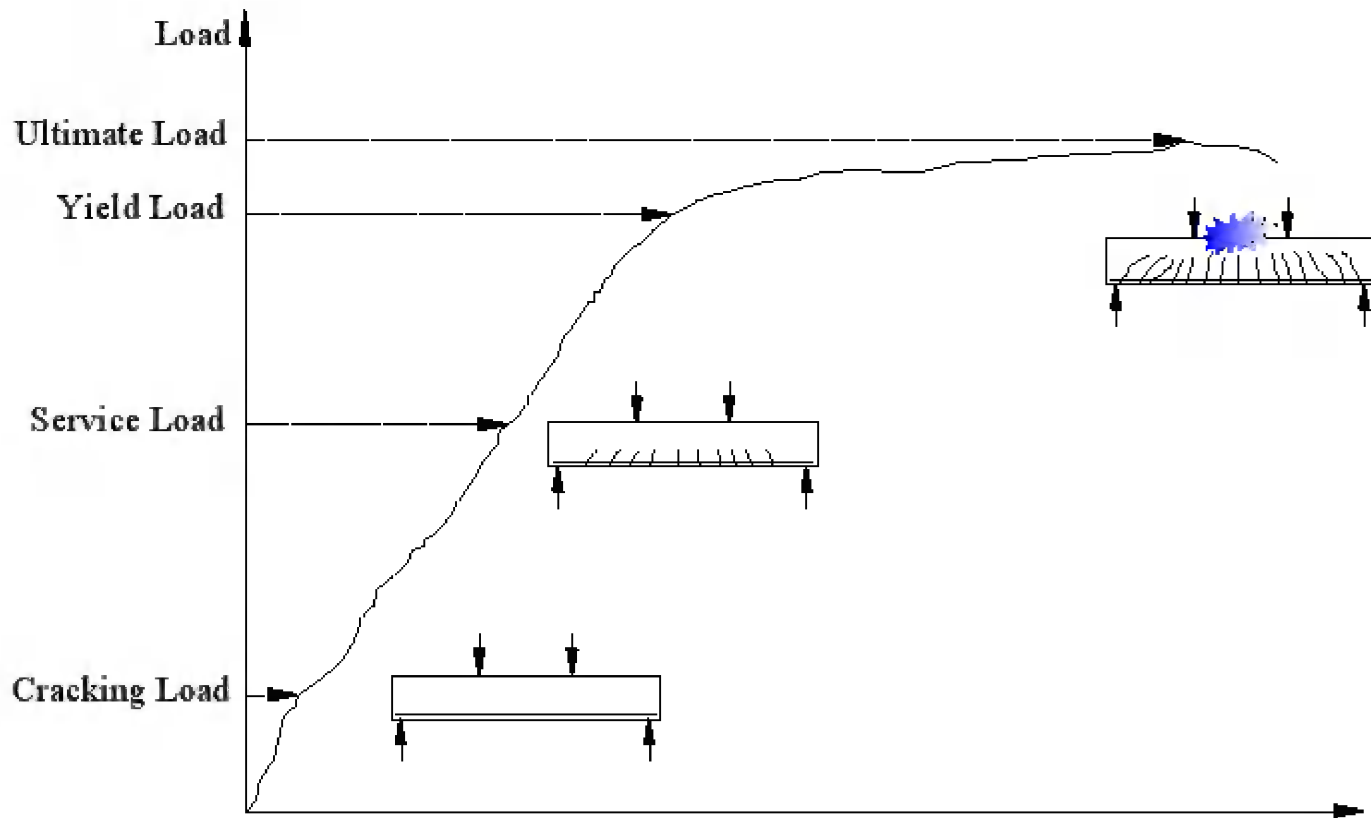
14 - Define partial safety factors of load and material. Write the expressions to determine the design load and design strength of the material from their respective characteristic values employing the corresponding partial safety factors.

الباب الثالث

سلوك الكمرات الخرسانية المسلحة تحت تأثير الأحمال

Behavior of Reinforced Concrete Beams under increasing Loads

عند تعرض كمرة خرسانية مسلحة لأحمال تزداد تدريجيا فإنها تمر بثلاث مراحل حتى الانهيار كما يلي :



شكل (1-3) سلوك الكمرات الخرسانية المسلحة تحت تأثير حمل يزداد تدريجيا

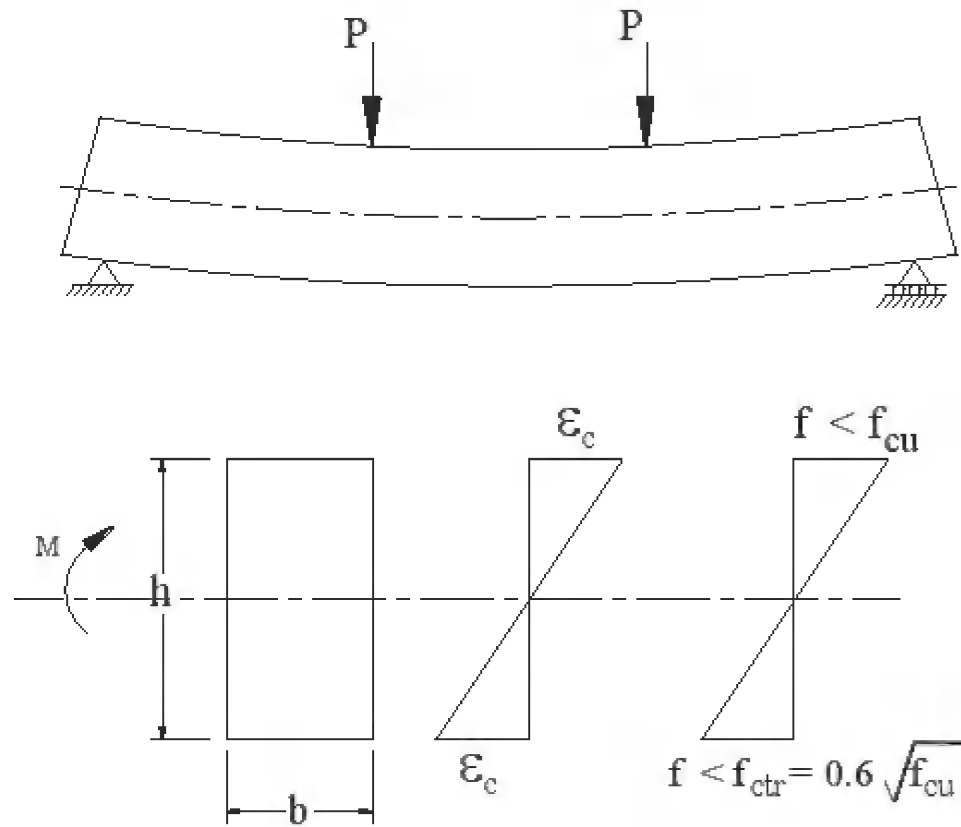
1-3- المرحلة الأولى: مرحلة ما قبل التشرخ (Uncracked) :

في هذه المرحلة يكون كامل القطاع الخرساني فعالا ويقاوم كافة إجهادات الشد ويسبب الحمل الخارجي إجهاد ضغط في السطح العلوي للكمرة أقل بكثير من إجهاد انهيار المكعب القياسي . أما في السطح السفلي للمقطع الخرساني المعرض لأقصى عزم انحناء فيكون معرضا لإجهادات شد أقل من الإجهاد الذي يتسبب في تشرخ

الخرسانة ويطلق عليه معايير الكسر (Modulus of Rupture) وقيمته تساوى :

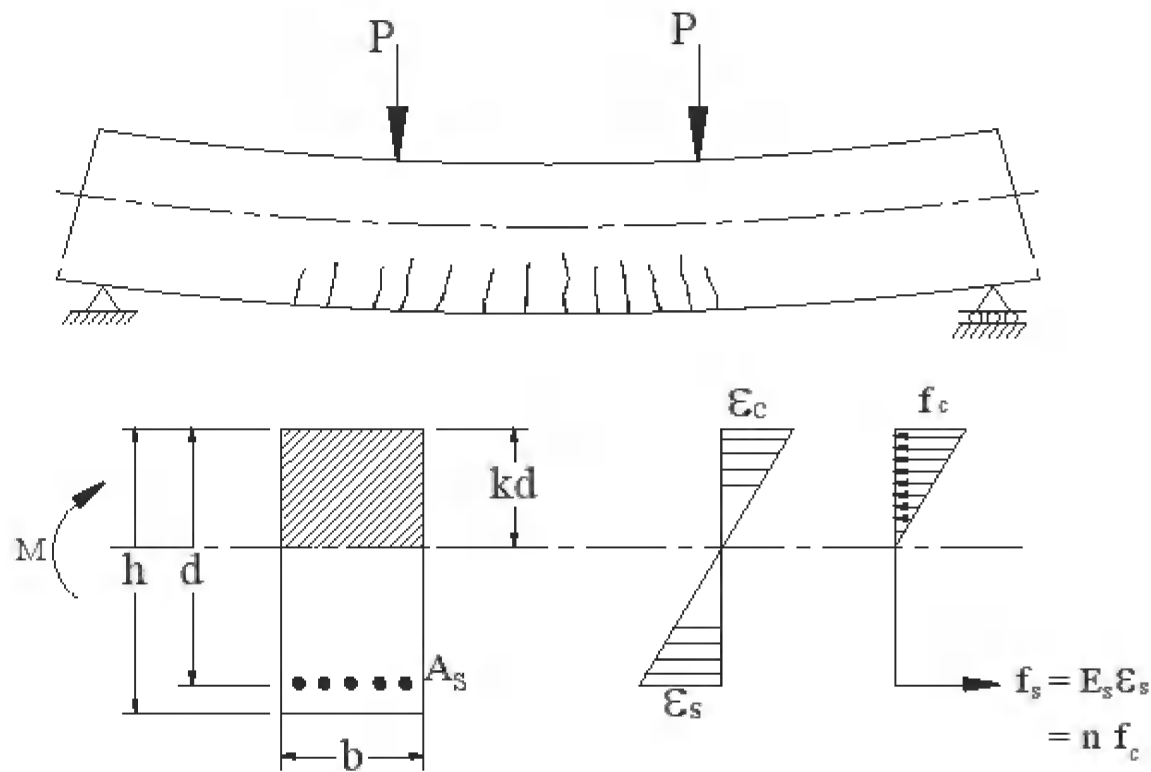
$$f_{ctr} = 0.6\sqrt{f_{cu}} \text{ N/mm}^2 \dots\dots\dots (3-1)$$

وتسلك الكمرة عند هذه الأحمال سلوكا مرنا حيث يتناسب الإجهاد مع الانفعال.



2-3- المرحلة الثانية: (إجهادات التشغيل) Working Stresses:

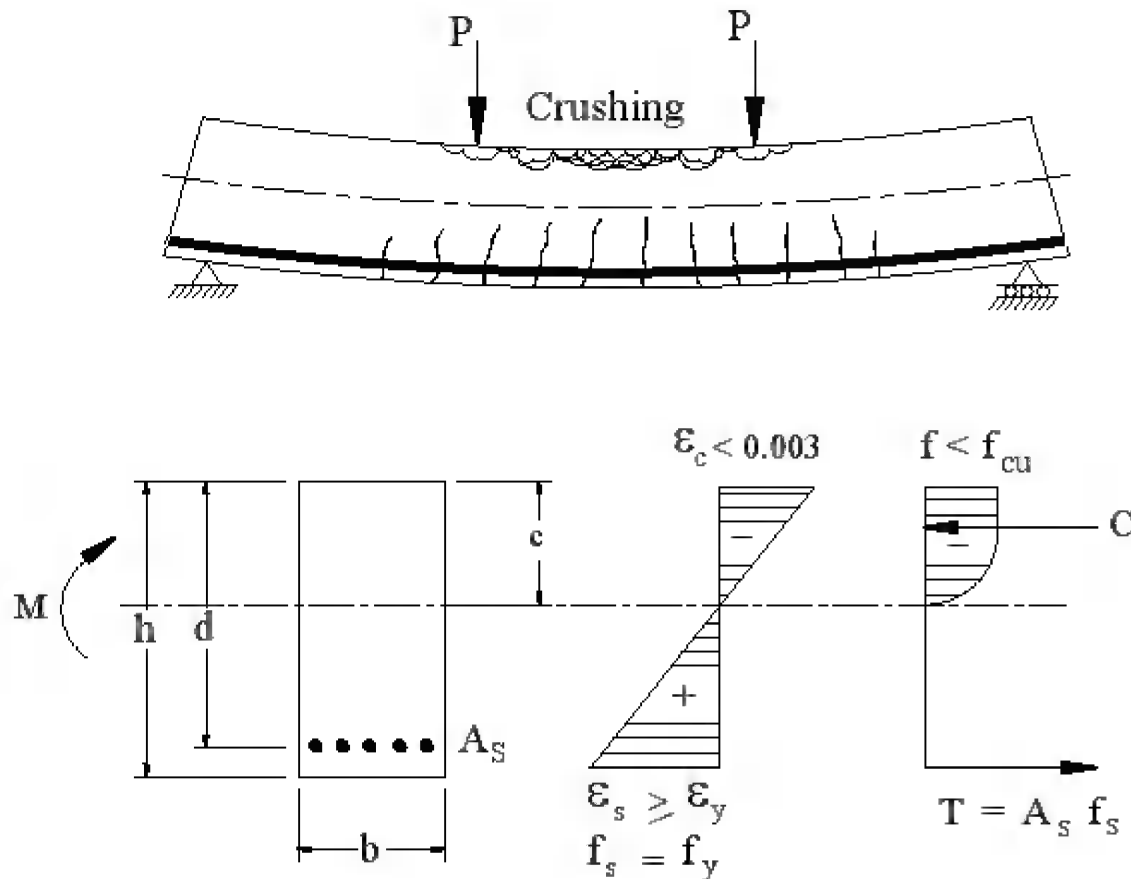
في هذه المرحلة تزيد إجهادات الشد في السطح السفلي للكمرة عن معايير الكسر f_{ctr} وتحدث شروخ في السطح السفلي المعرض للشد. وفي هذه الحالة يتحرك محور التعادل أو محور الخمول (Neutral Axis) لأعلى وتمتد الشروخ إلى محور التعادل. وتفقد الخرسانة مقاومة الشد ويبدأ حديد التسليح في مقاومة إجهادات الشد بالكامل.



وهذه الحالة هي حالة المقطع الخرساني أثناء اجهادات التشغيل ويمكن تحليل المقطع الخرساني (حساب الإجهادات) نتيجة لعزم انحناء بإتباع الطريقة العادية للمقاطع المرنة لكن بعد استخدام المقطع المتحول (Transformed Section) أي تحويل حديد التسليح إلى مساحة مكافئة من الخرسانة وذلك بزيادة مساحته من A_s إلى nA_s .

3-3- المرحلة الثالثة: (الاجهادات القصوى): Ultimate Strength:

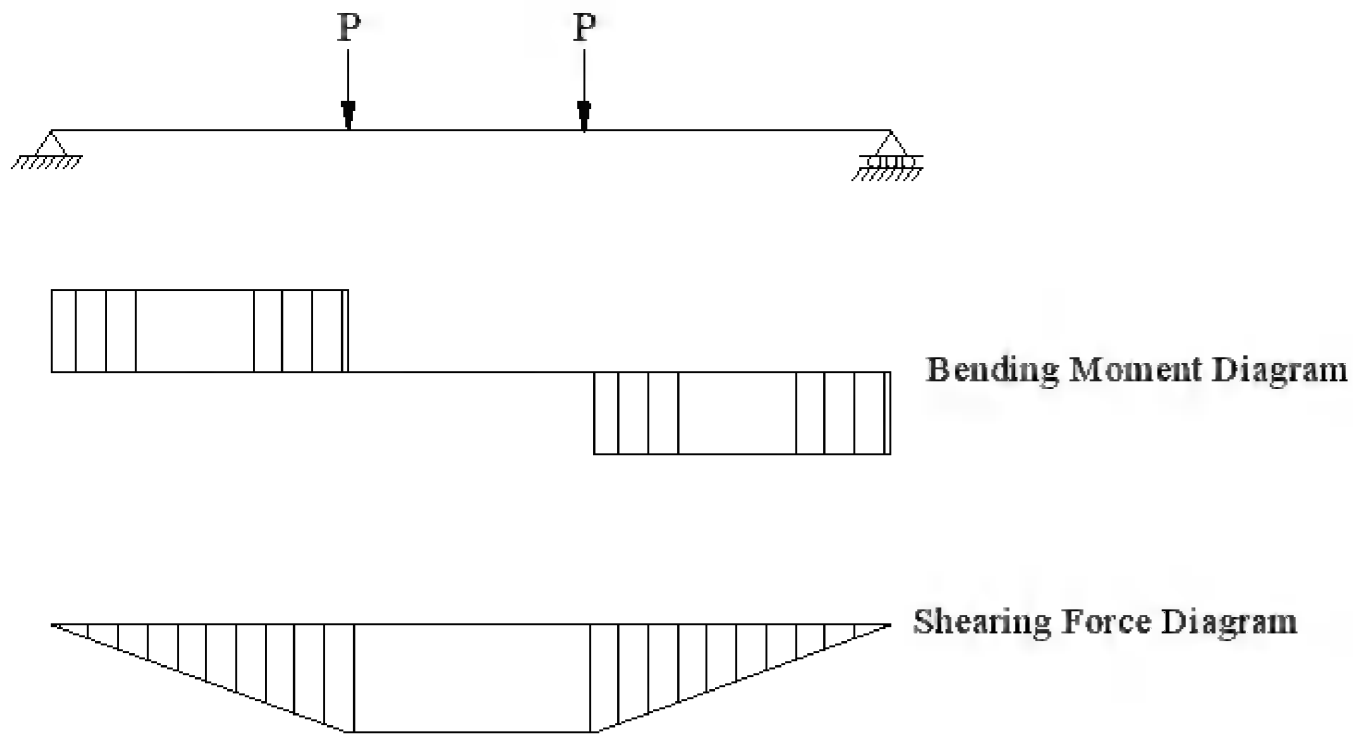
وهي مرحلة ما قبل الانهيار مباشرة وفي هذه الحالة مع زيادة الحمل يحدث الانهيار في الخرسانة أولا اذا كانت نسبة التسليح اكبر من نسبة التسليح المتوازن (Balanced Reinforcement Ratio) وهو ما يطلق عليه الانهيار القصف (Brittle Failure). أما اذا كانت نسبة التسليح أقل من نسبة التسليح المتوازن فيحدث الانهيار في حديد التسليح أولا وهو ما يطلق عليه الانهيار المرن (Ductile Failure). حيث يكون هناك وقتا كافيا لملاحظة بوادر الانهيار من التشرخات والهبوط (Deflection) وخلافه. وهذا النوع من الانهيار هو الذي يتم تصميم للمنشآت الخرسانية علي أساسه ولذلك يوصي الكود دائما بأن تكون نسبة التسليح في الكمرات والبلاطات الخرسانية أقل من نسبة التسليح المتوازن.



Analysis of Concrete Beams before Cracking

4-3- تحليل الكمرات الخرسانية قبل مرحلة التشقق

تمر الكمرات الخرسانية عند تحميلها بحمل يزداد تدريجياً بثلاثة مراحل أولها مرحلة ما قبل التشقق وفي هذه الحالة يكون الاجهاد الأقصى للشد أقل من اجهاد التشقق والذي يعرف باجهاد الشد الناتج عن عزم انحناء خالص أي عزم انحناء غير مصحوب بقوة قص كما هو موضح بالشكل التالي:



وفي هذه المرحلة تسلك الكمرات الخرسانية سلوكاً مرناً ويتم تطبيق قانون الاجهادات العمودية الناتجة عن عزم الانحناء (Normal Stress due to Bending) :

$$f = \frac{M.y}{I}$$

حيث:

f : الاجهاد العمودي ويكون شد في جزء من الكمرة وضغط في الجزء الآخر حسب اتجاه العزم.

M : عزم الانحناء المؤثر على الكمرة.

y : بعد النقطة المحسوبة عندها الاجهادات من محور التعادل.

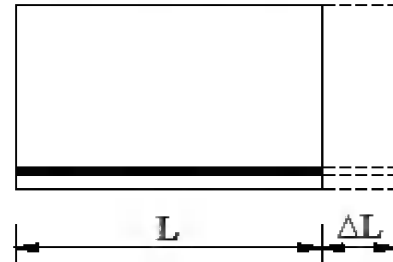
I : العزم الثاني للمساحة حول محور التعادل.

1-4-3 فرضيات حساب الاجهادات في الكمرات الخرسانية: Assumptions in Calculation of Stresses

- 1- مستوي المقطع الخرساني قبل الاجهاد يكون مستويا ويظل مستويا بعد الإجهاد.
- 2- الاجهاد المؤثر علي المقطع الخرساني يتناسب طرديا مع الانفعال.
- 3- يوجد تماسك تام دون انزلاق بين الخرسانة وحديد التسليح.
- 4- النسبة المعيارية (n) (نسبة معايري المرونة لحديد التسليح و الخرسانة) ثابتة وتساوي 10.

2-4-3 النسبة المعيارية (n) Modular Ratio :

بناء على الفرض الثالث من الفرضيات السابقة فإنه لا يوجد أى انزلاق بين الخرسانة وحديد التسليح أى أن الانفعال فى الخرسانة يساوى الانفعال فى حديد التسليح الملاصق لها



$$(\Delta L)_c = (\Delta L)_s$$

$$\left(\frac{\Delta L}{L} \right)_c = \left(\frac{\Delta L}{L} \right)_s$$

$$\epsilon_c = \epsilon_s$$

$$\frac{f_c}{E_c} = \frac{f_s}{E_s}$$

$$f_c = \frac{E_s}{E_c} \cdot f_s$$

$$f_s = n \cdot f_c$$

حيث : ϵ_s, ϵ_c : الانفعال فى الخرسانة وفى حديد التسليح .

f_s, f_c : الإجهاد فى الخرسانة وفى حديد التسليح .

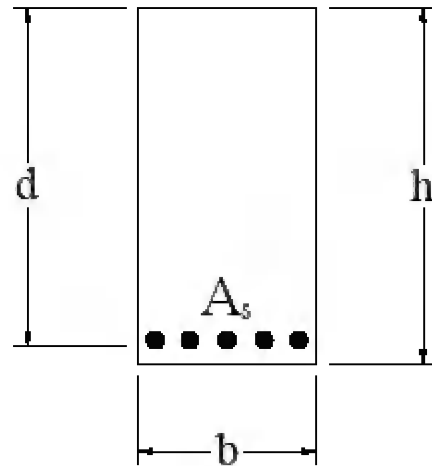
E_s, E_c : معاير المرونة لكل من الخرسانة وحديد التسليح .

n : النسبة المعيارية . $n = \frac{E_s}{E_c}$

وحسب الكود المصري تؤخذ قيمة (n) تساوي 10 للمرحلة الاولى وهي مرحلة ما قبل التشريح وتتخذ مساويه 15 عند حساب اجهادات التشغيل أي في المرحلة الثانية.

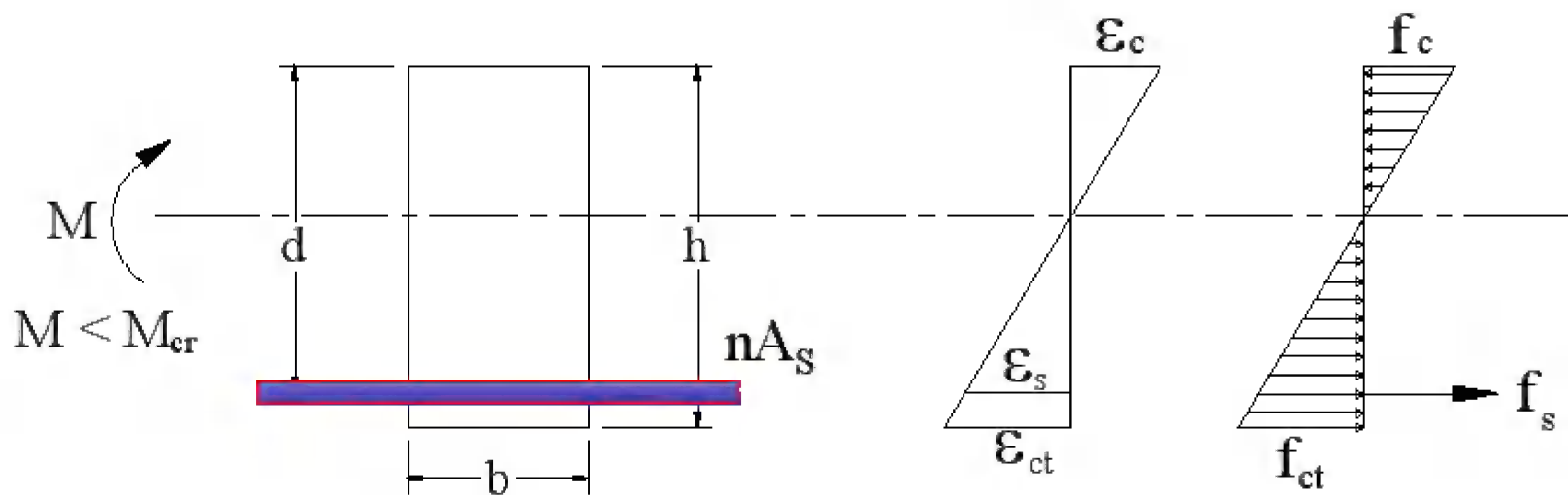
وأهمية دراسة الكمرات الخرسانية المعرضة لأحمال لا تسبب أي شروخ بها نابع من أن ذلك مطلوب في بعض المنشآت مثل خزانات السوائل وحمامات السباحة وغيرها.

3-4-3- العمق الفعال للمقطع الخرساني (Effective Depth (d :

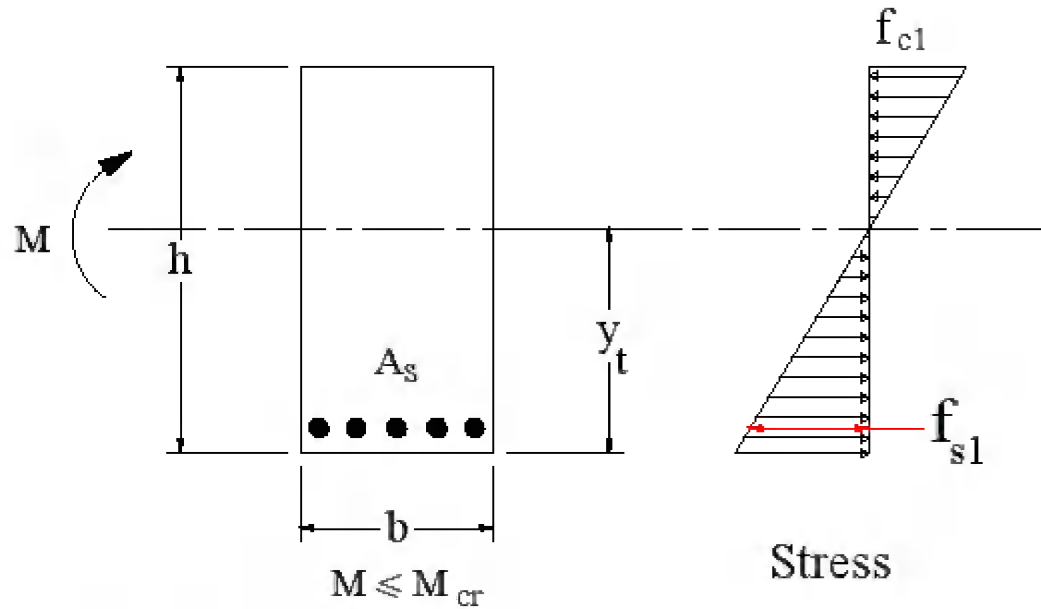


المسافة بين سطح المقطع المعرض لأقصى إجهاد ضغط ومركز حديد التسليح بينما العمق الكلي للمقطع الخرساني هي (h) وغالبا يؤخذ العمق الكلي للكمرات الخرسانية مضاعفات الرقم (5) بالسهم والفرق بين العمق الكلي والعمق الفعال هو الغطاء الخرساني ويكون بالنسبة للكمرات في حدود 3 - 5 سم أما في البلاطات فيكون في حدود 2 - 4 سم .

وفي مرحلة ما قبل التشريح تسلك الكمرة سلوكا مرنا ويكون كامل القطاع الخرساني فعالا بالإضافة إلى أن حديد التسليح يكون مساهما في القطاع الخرسانية بمساحة تساوي المساحة الفعلية مضروبة في n حيث أن n هي النسبة المعيارية. كما أن الإجهاد في حديد التسليح يكون مساويا لإجهاد الخرسانة عند نفس المستوى مضروبا في n .



5-3- عزم التشرخ Cracking Moment:



يلاحظ أنه في المرحلة الأولى مرحلة ما قبل التشرخ لا يصل إجهاد الشد في الخرسانة إلى إجهاد التشرخ (f_{ctr}) (Modulus of Rupture). وعند وصول الخرسانة (عند أقصى إجهاد شد) إلى قيمة إجهاد التشرخ يكون العزم المؤثر على القطاع هو عزم التشرخ .

$$f = \frac{M.y}{I_g}$$

$$f_{ctr} = \frac{M_{cr} y_t}{I_g}$$

$$M_{cr} = \frac{I_g f_{ctr}}{y_t}$$

$$\text{where } f_{ctr} = 0.6 \sqrt{f_{cu}} \quad N/mm^2$$

حيث f_{ctr} هو إجهاد الشد في الخرسانة الناتج من الانحناء الخالص . وفي هذه الحالة يتم تحليل المقطع لحساب الاجهادات كما يتبع في المقاطع المرنة إلا أن مساحة حديد التسليح تضاعفت n مرة ويتم حساب محور التعادل أو محور الخمول على أساس المقطع المتحول (Transformed Section) وعند حساب الإجهادات يتم حسابها من المعادلة الخاصة بإجهادات العزوم .

$$f = \frac{M.y}{I}$$

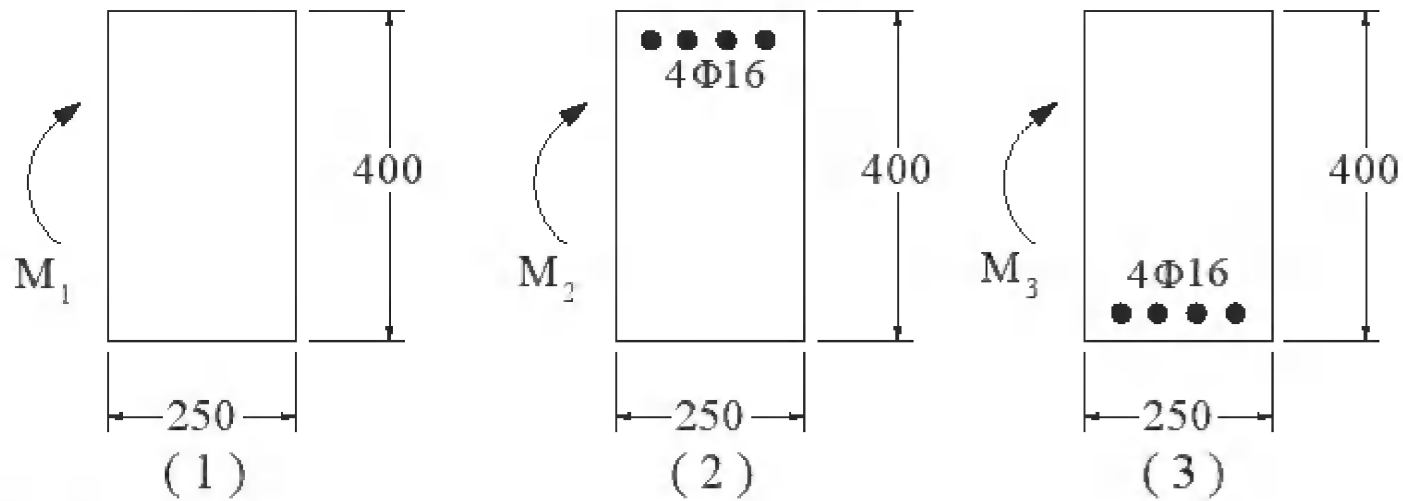
إلا أن الإجهادات في حديد التسليح يتم حسابها عند مستوى حديد التسليح بعد ضربها في n .

Example (3-1):

Calculate the cracking moments for the shown sections subjected to positive bending moments.

$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$f_y = 240 \text{ N/mm}^2$$

**Section (1)**

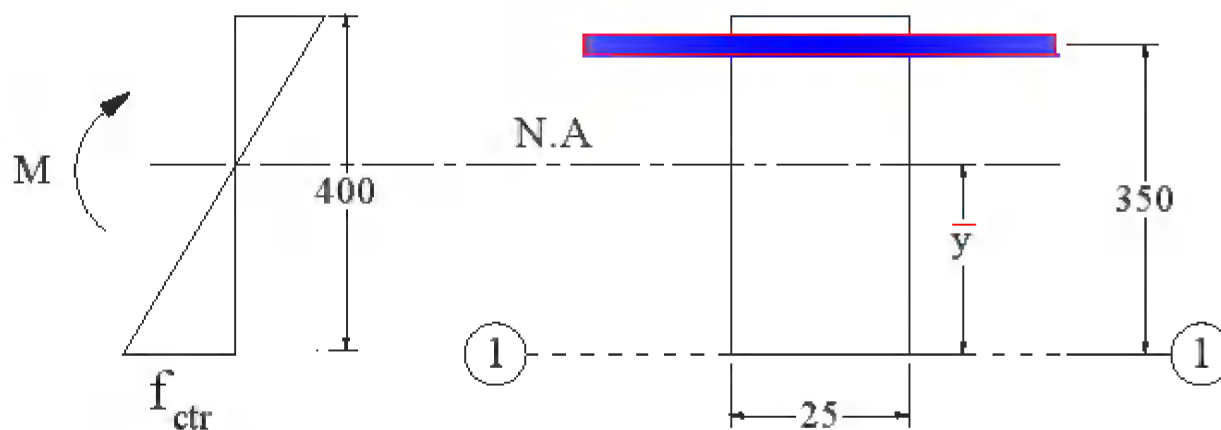
$$f_{ctr} = 0.60 \sqrt{f_{cu}} = 0.60 \sqrt{25} = 3.0 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{cr} = \frac{f_{ctr} \cdot I}{y} = \frac{3.0 \times I}{y}$$

$$I = \frac{250(400)^3}{12} = 1333333333 \text{ mm}^4$$

$$y = 200 \text{ mm}$$

$$M_{cr1} = \frac{3.0 \times 1333333333}{200} = 20000000 \text{ N.mm} = 20.0 \text{ m.kn}$$

Section (2)

$$A_s = 4 \phi 16 = 805 \text{ mm}^2$$

$$n = 10$$

$$(n - 1) A_s = 9 A_s = 7245 \text{ mm}^2$$

$$A_v = A_c + (n-1) A_s = 250 \times 400 + 9 \times 805 = 107245 \text{ mm}^2$$

حيث A_v هي المساحة الافتراضية

$$S_{1-1} = 250 \times 400 \times 200 + 7245 (400 - 50) = 22535750 \text{ mm}^3$$

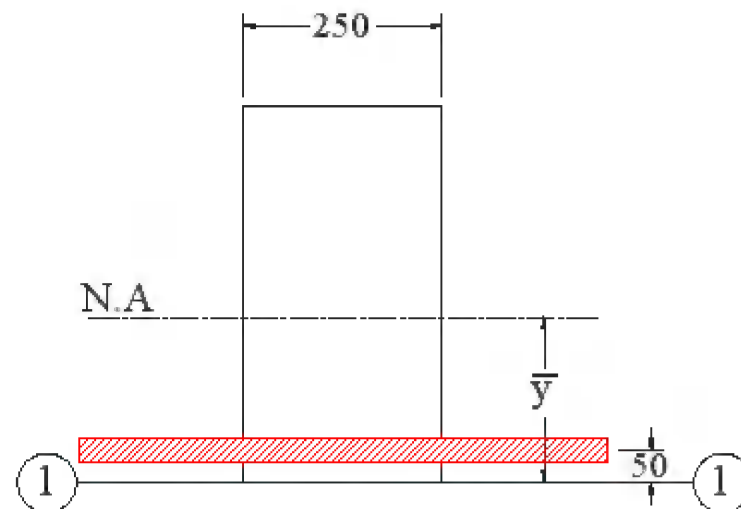
$$\bar{y} = \frac{S_{1-1}}{A_v} = \frac{22535750}{107245} = 210.13 \text{ mm}$$

العزم الثاني للمساحة الافتراضية حول محور التعادل

$$I_{nv} = \frac{250(400)^3}{12} + 250 \times 400 (210 - 200)^2 + 7245 (350 - 210)^2 = 1485335333 \text{ mm}^4$$

$$M_{cr2} = \frac{f_{ctr} \cdot I_y}{\bar{y}} \rightarrow M_{cr2} = \frac{3.0 \times 1485335333}{210.13} = 21.20 \text{ m.kn}$$

Section (3)



$$A_{gross} = 107245 \text{ mm}^2$$

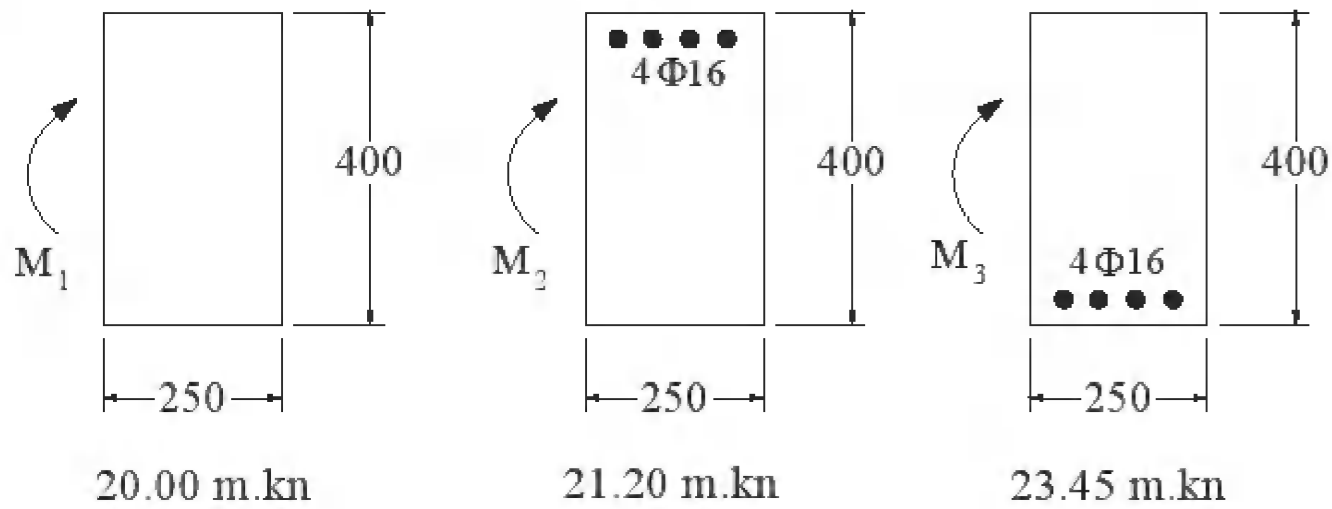
$$S_{1-1} = 400 \times 250 \times 200 + 7245 \times 50 = 20007295 \text{ mm}^3$$

$$\bar{y} = \frac{20007295}{107200} = 186.56 \text{ mm}$$

$$I_{gross} = \frac{250(400)^3}{12} + 250 \times 400 (10)^2 + 7245 (190 - 50)^2 = 1485335333 \text{ mm}^4$$

$$M_{cr3} = \frac{f_{ctr} \cdot I_y}{\bar{y}} = \frac{3.0 \times 1485335333}{190} = 23.45 \text{ m.kn}$$

The cracking moments for the shown sections are :

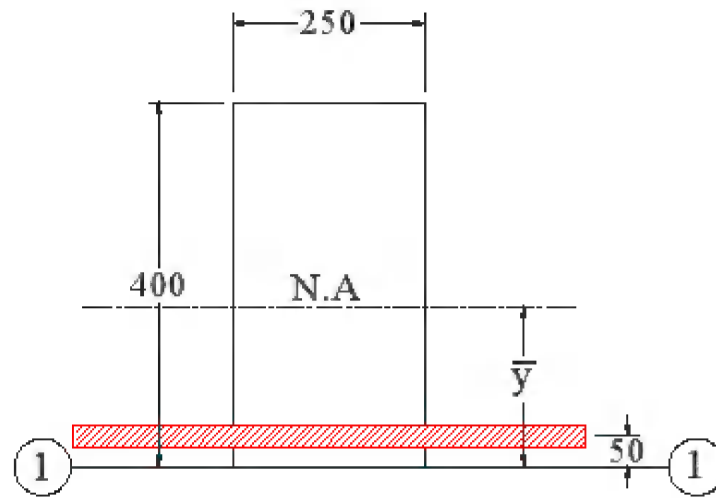


يلاحظ في هذا المثال الاتي:

- 1- أن حديد التسليح ليس له تأثير كبير على قيمة عزم التشقق برغم أن مقاومة التشقق يزيد عن حالة الخرسانة العادية.
- 2- أن وضع حديد التسليح ناحية الشد يكون له تأثير أكبر في زيادة عزم التشقق عنه في حالة وضعه ناحية الضغط.

Example (3-2):

Calculate the cracking moment for section (3) in the previous problem if the area of reinforcement is doubled.



Solution:

$$(n-1) A_s = (10 - 1) 1609 = 14481 \text{ mm}^2$$

$$A_v = 400 \times 250 + (10 - 1) 1609 = 114481 \text{ mm}^2$$

$$S_{1-1} = 400 \times 250 \times 200 + 14481 \times 50 = 20724050 \text{ mm}^3$$

$$\bar{y} = \frac{S_{l-1}}{A_v} = \frac{20724050}{114481} = 181.03 \text{ mm}$$

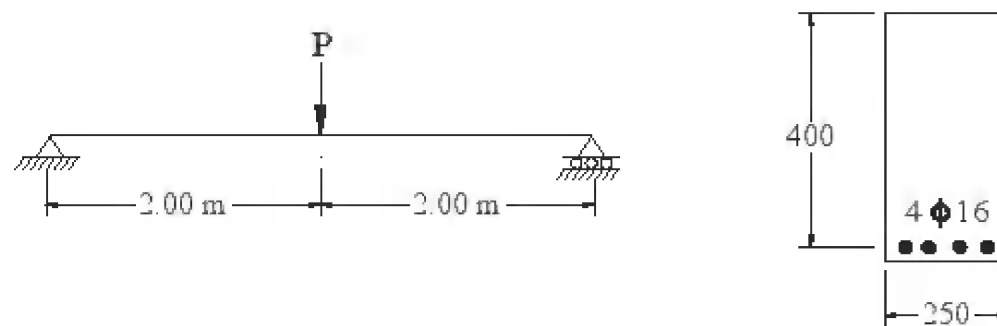
$$I_{nv} = \frac{250(400)^3}{12} + 250 \times 400 (181.03 - 200)^2 + 14481 (181.03 - 50)^2$$

$$= 1617941698 \text{ mm}^4$$

$$M_{cr} = \frac{f_{ctr} \cdot I_{nv}}{\bar{y}} = \frac{3.0 \times 1617941698}{181.03} = 26.81 \text{ m.kn}$$

Example (3-3):

Calculate the maximum value of the load P that the shown beam can carry without cracking.

**Solution:**

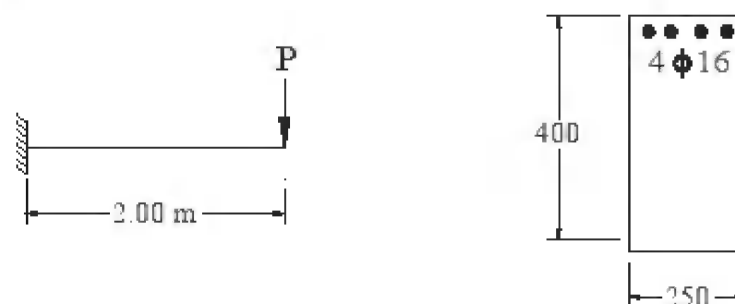
From example (3-1) section (3) $M_{cr} = 23.45 \text{ m.kn}$

$$M = M_{cr} = \frac{PL}{4}$$

$$23.45 = \frac{Px4}{4} \rightarrow P = 23.4 \text{ kn}$$

Example (3-4):

Find the maximum value of the load P that the cantilever beam shown in figure can carry without cracking.



Solution:

From example (3-1) section (3) $M_{cr} = 23.45 \text{ m.kn}$

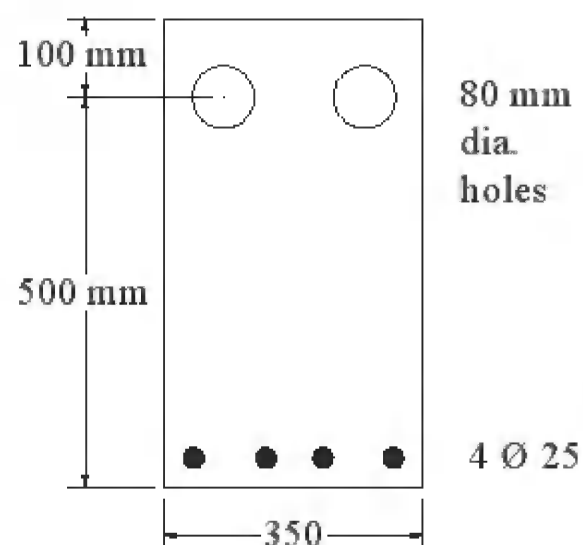
$$M = M_{cr} = P.L$$

$$23.45 = P \times 2$$

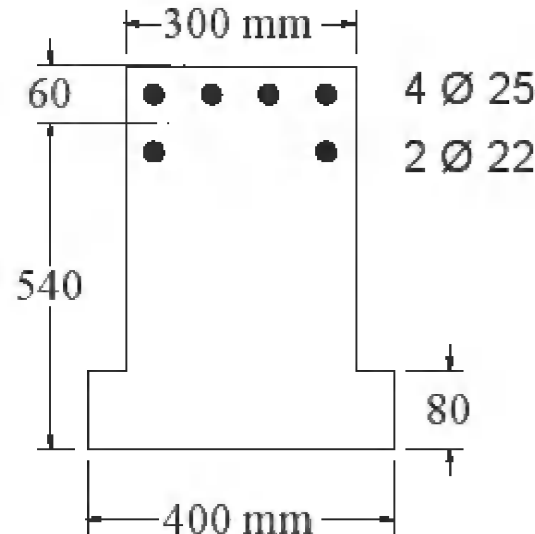
$$P = 11.725 \text{ kn}$$

Chapter (3) - Problems

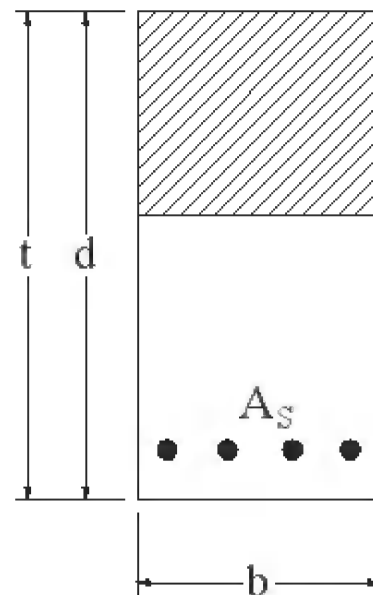
- 1- What are the main stages that a reinforced concrete beam passes through when it is subjected to an increasing load?
- 2- Why the reinforced concrete beam can resist cracking moment bigger than plain concrete beam having the same section?
- 3- What is the maximum tensile stress that un cracked beam subjected to bending can resist ?
- 4- When un cracked stage is used in design of reinforced concrete structures ?
- 5- In design of reinforced concrete structures, when the whole beam section can be considered effective ?
- 6- In working stress stage, is the whole section of concrete beam effective ? why ?
- 7- Which part of concrete section subjected to bending is neglected in working stress stage ?
- 8- In working stress stage, how the tensile stresses are resisted in reinforced concrete section subjected to bending ?
- 9- Define the modular ratio.
- 10- Is the modular ratio constant for concrete at different stages of loading ?
- 11- Why concrete cover is used in concrete beams ?
- 12- For the shown reinforced concrete beam section shown in figure : Find the neutral axis and the moment of inertia for the un cracked section.



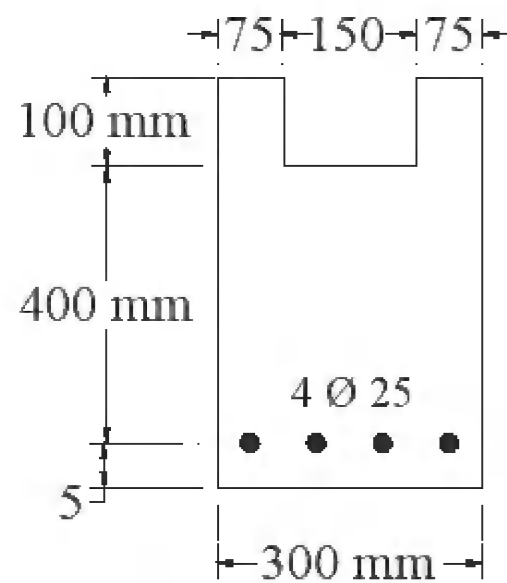
- 13- Given a concrete beam, which is $t = 600$ mm, $d = 540$ mm with 4 $\Phi 25$ and 2 $\Phi 22$ reinforcement bars and $f_{cu} = 25$ N/mm² and $f_y = 360$ N/mm². Assume that the beam is ideal (no crack), determine the centroid (Neutral Axis, NA) and moment of inertia, I_{zz} for an ideal beam (no cracks).



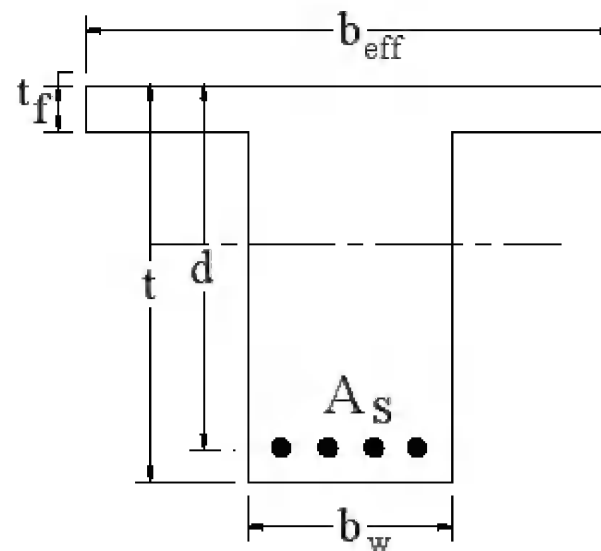
- 14- Consider a simple rectangular beam ($b \times t$) reinforced with steel reinforcement of A_s . Assume $b = 200$ mm, $d = 350$ mm., $t = 400$ mm , $A_s = 800.0$ mm² and $f_{cu} = 25$ N/mm² and $f_y = 400$ N/mm². Determine the centroid (Neutral Axis, NA) and moment of inertia, I_{xx} for an ideal beam (no cracks).



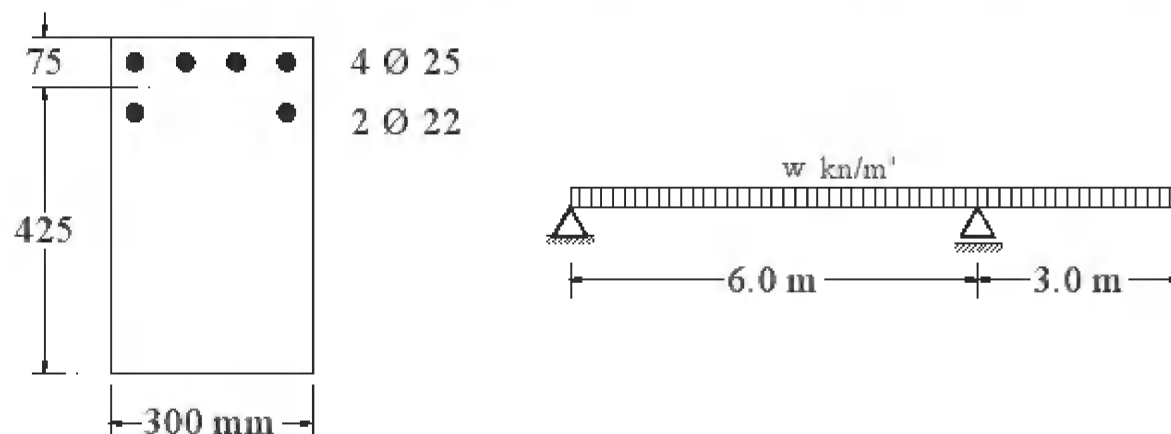
- 15- For the given beam with $f_{cu} = 25$ N/mm² and $f_y = 360$ N/mm². Determine the centroid (Neutral Axis, NA) and moment of inertia, I_{xx} for an ideal beam (no cracks).



- 16- Given: $f_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$. The dimensions are $b_{eff} = 900 \text{ mm}$, $b_w = 250 \text{ mm}$, $d = 440 \text{ mm}$, $t_f = 80 \text{ mm}$, $t = 500 \text{ mm}$. and A_s 9 Φ 25 bars. If the top is in compression and bottom is in tension. Determine the centroid (Neutral Axis, NA) and moment of inertia, I_{xx} for an ideal beam (no cracks).

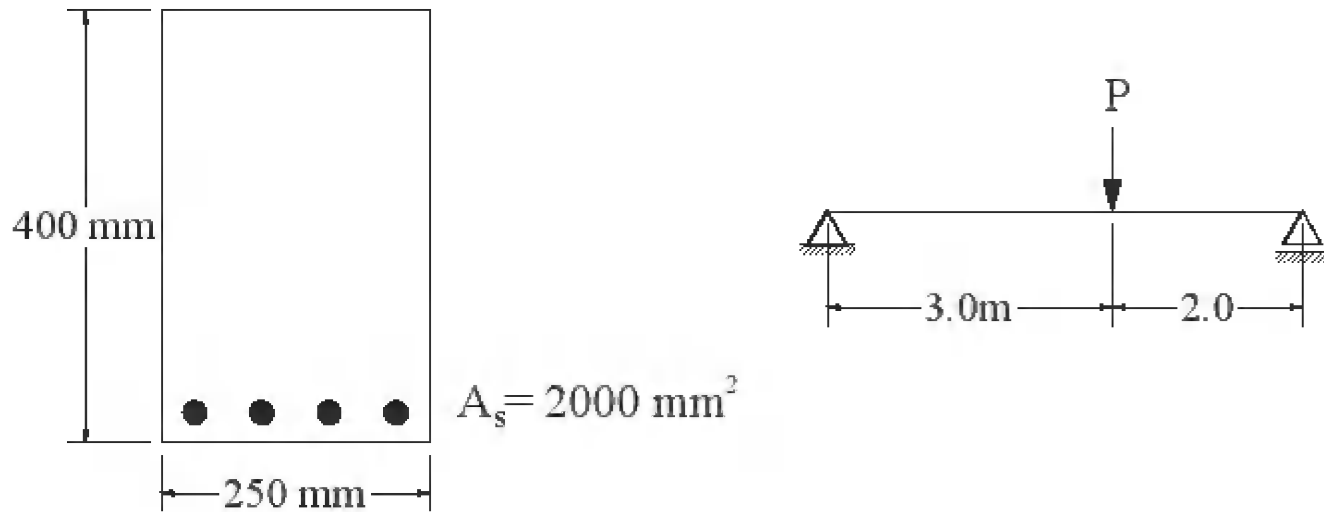


- 17- For the beam section shown in figure, calculate the maximum load that the beam can carry without cracking. Use $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



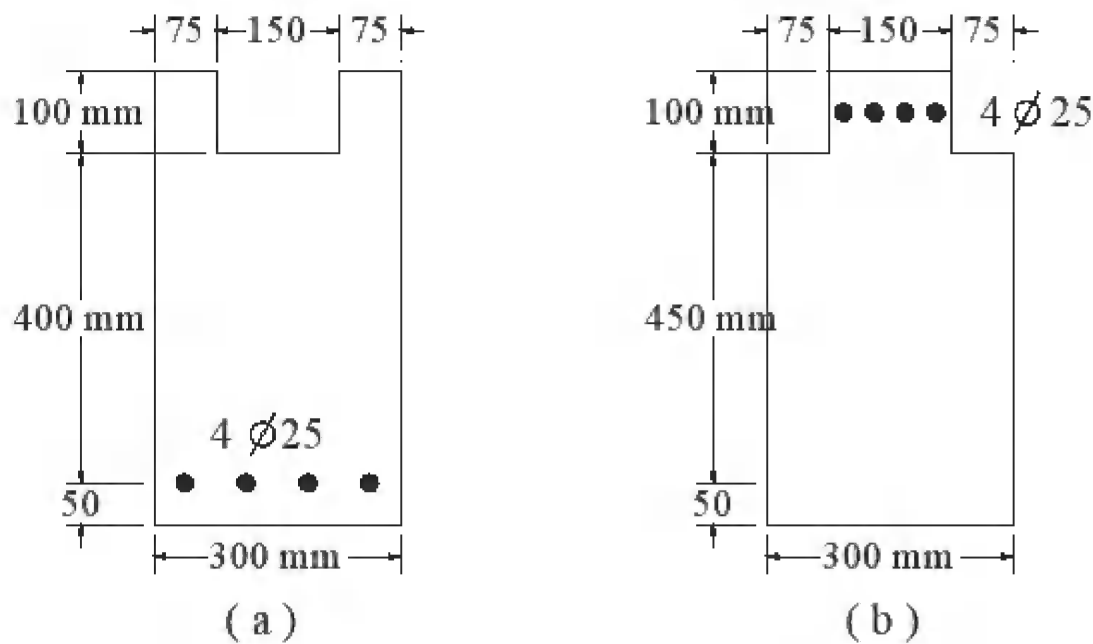
18- For the beam section shown in figure, determine the centroid (Neutral Axis) and the moment of inertia I_{x-x} for an ideal beam (no cracks).

Calculate the maximum value of concentrated load P that the beam can resist without cracking. Use $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



19- Calculate the cracking moment of the shown sections.

Use $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



الباب الرابع

تصميم وتحليل المقاطع الخرسانية المسلحة المعرضة لعزوم انحناء بطريقة إجهاد التشغيل Design of R.C Sections Subjected to Bending by Working Stress Method

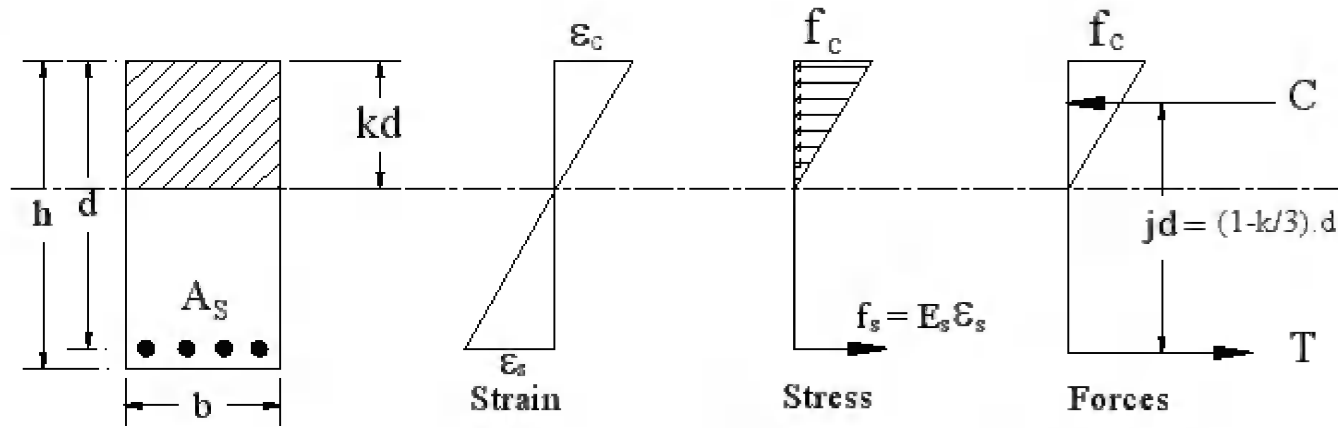
توجد طريقتان لتصميم المقاطع الخرسانية المعرضة لعزوم انحناء حسب ما تم الإشارة إليه مسبقاً . أولهما طريقة إجهاد التشغيل أو طريقة المرونة (Working Stress Design Method) وثانيهما هي طريقة المقاومة القصوى (Ultimate Strength Design) وسيتم شرح طريقة إجهاد التشغيل باختصار حيث أن طريقة المقاومة القصوى هي الأكثر شيوعاً .

تعتمد طريقة إجهاد التشغيل (Working Stress Design Method) على حساب الإجهادات في المقاطع الخرسانية في حدود المرونة حيث يؤخذ في الاعتبار الجزء الابتدائي من منحنى الإجهاد و الانفعال للخرسانة واعتباره خطاً مستقيماً وكذلك اعتبار الجزء المستقيم من منحنى الإجهاد والانفعال لحديد التسليح وبذلك تكون لإجهادات في كل من الخرسانة وحديد التسليح في حدود المرونة وهذه هي الإجهادات التي يتعرض لها كل من الخرسانة وحديد التسليح أثناء تعرض المقطع الخرساني للأحمال المؤثرة عليه ولذلك أطلق على هذه الطريقة طريقة أحمال التشغيل أو طريقة المرونة (Elastic Method).

4-1- فرضيات طريقة إجهاد التشغيل : Assumptions of Elastic Method

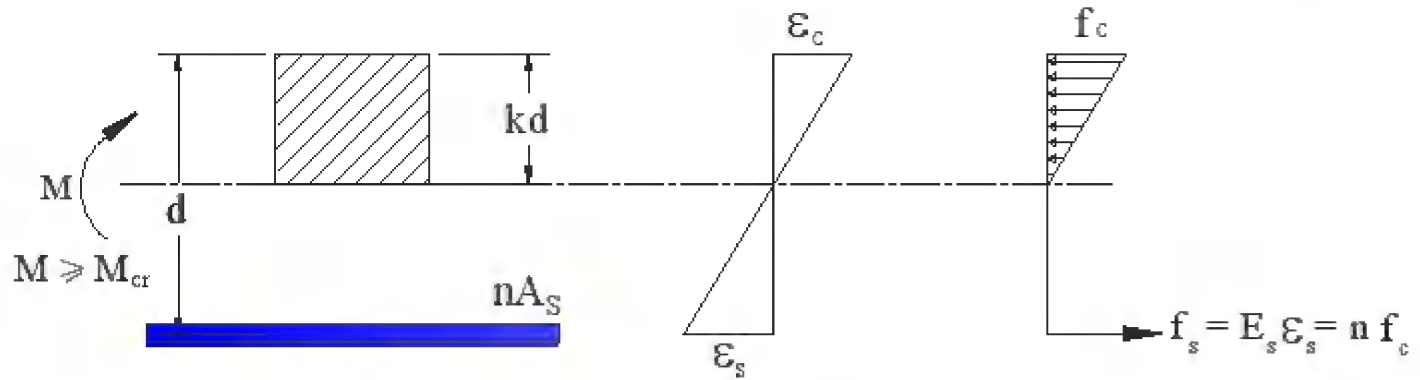
يتم افتراض الفرضيات التالية عند تحليل مقاطع الكمرات الخرسانية تحت تأثير إجهادات التشغيل :

- 1- المقطع المستوي يظل مستوياً بعد تأثير الإجهادات . أي أن الإجهاد يتناسب خطياً مع الانفعال .
 - 2- الخرسانة تعتبر مادة مرنة تتبع قانون هوك $f = E \cdot \epsilon$.
 - 3- الخرسانة المعرضة للشد تتشقق تماماً ولا تقاوم أي إجهادات ويقوم حديد التسليح بمقاومة كافة إجهادات الشد . ولذلك يهمل هذا الجزء من المقطع عند حساب العزم الثاني للمساحة للمقطع الخرساني.
 - 4- يوجد تماسك تام بين الخرسانة وحديد التسليح . أي أن الانفعال في حديد التسليح يساوي انفعال الخرسانة الملاصقة له.
 - 5- مساحة حديد التسليح تعتبر مركزة في مركز مساحة حديد التسليح المقطع الخرساني.
 - 6- النسبة المعيارية (n) تساوي 15.
- وفي مرحلة إجهاد التشغيل يتشقق الجزء السفلي من المقطع الخرساني (المعرض للشد) ويظل حديد التسليح بمفرده يقاوم الشد. وهذه الحالة هي حالة المقطع الخرساني أثناء إجهاد التشغيل ويمكن تحليل المقطع



شكل (1-4) الإجهاد والانفعال في مقطع خرساني معرض لعزم انحناء

الخرساني (حساب الاجهادات) نتيجة لعزم انحناء باتباع الطريقة العادية للمقاطع المرنة لكن بعد استخدام المقطع المتحول (Transformed Section) أي تحويل حديد التسليح الي مساحة مكافئة من الخرسانة المسلحة وذلك بزيادة مساحته من A_s الي $n.A_s$



شكل (2-4) المقطع المكافئ والإجهادات في مقطع كمر خرسانية

2-4- الاجهاد المسموح به في الخرسانة وحديد التسليح في طريقة اجهاد التشغيل:

Allowable Stresses in Working Stress design Method:

وقبل حساب الاجهادات في المقاطع الخرسانية المسلحة أو تصميمها يجب تحديد الاجهاد المسموح به في الخرسانة عند تعرضها لعزم انحناء وكذلك اجهاد الشد المسموح به في حديد التسليح وذلك عند الحساب بطريقة اجهاد التشغيل ويعطي الكود المصري القيمة التالية للاجهاد المسموح به في المقاطع الخرسانية للكمات والبلاطات التي يزيد عمقها عن 20 سم.

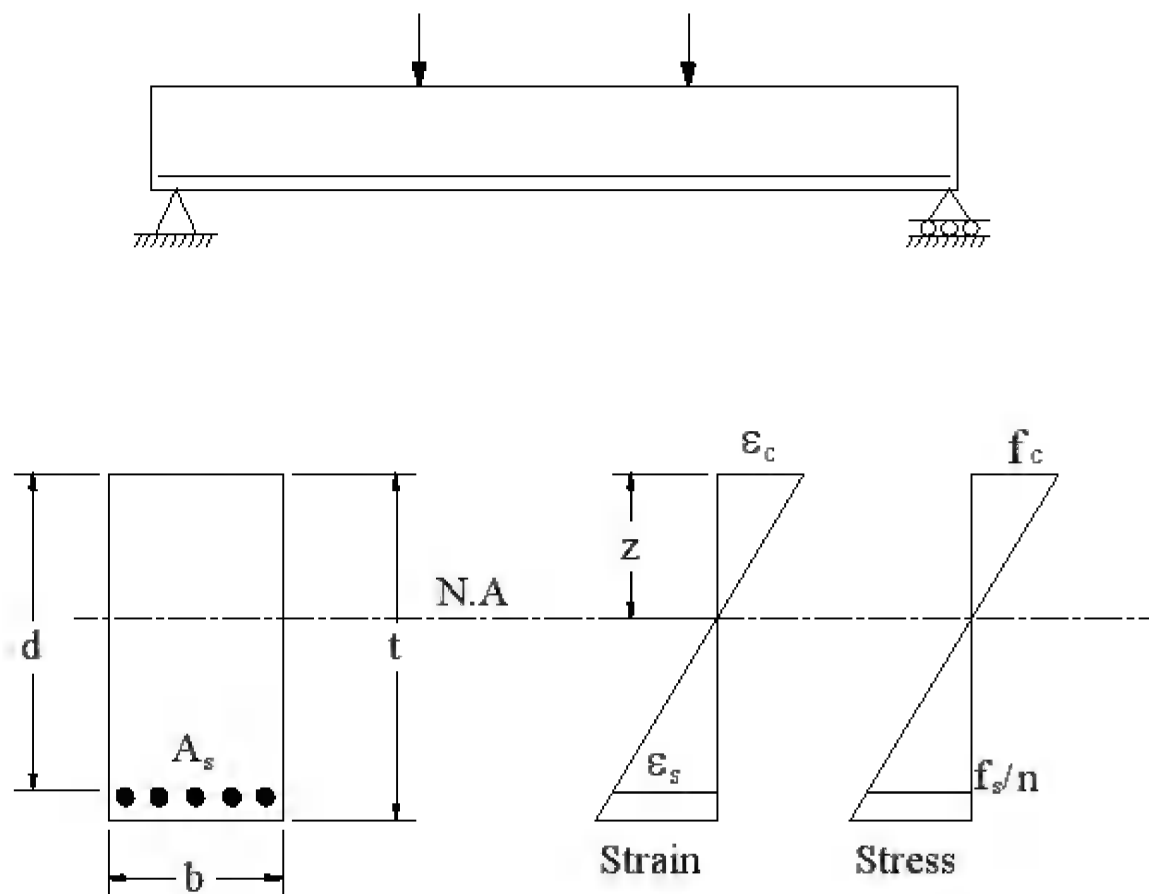
جدول (1) اجهاد الخرسانة المسلحة المسموح به للمقاطع المعرضة لعزوم انحناء بطريقة اجهاد التشغيل

$f_{cu} (N/mm^2)$	20	22.5	25	27.5	30
$f_c (N/mm^2)$	8	9	9.5	10	10.5

جدول (2) قيم الاجهاد المسموح به في حديد التسليح عند استخدام طريقة اجهاد التشغيل

Type	f_s (N/mm ²)
Steel 24 / 35	140
Steel 28 / 44	160
Steel 36 / 52	200
Steel 40 / 60	220

وعند التعامل مع المقاطع الخرسانية المسلحة المعرضة لعزم انحناء توجد حالتان هما تحليل المقطع لحساب الاجهادات أو العزم الذي يمكن لمقطع خرساني معلوم أن يقاومه، والحالة الاخرى هي تصميم مقطع خرساني معرض لعزم انحناء محدد لتحديد أبعاد المقطع وحديد التسليح اللازم لمقاومة عزم الإنحناء .

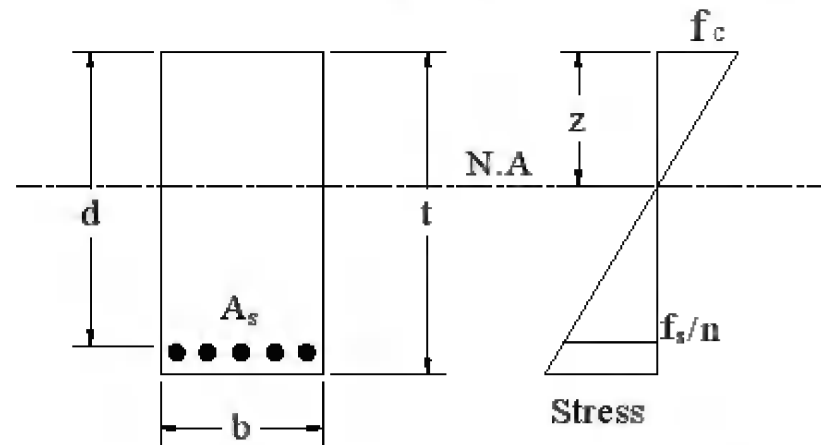


شكل (3-4)

3-4- التحليل بطريقة اجهاد التشغيل :Analysis in Working Stress Method

وفي هذه الحالة يكون المقطع معلوما بالكامل ومطلوب حساب الاجهادات في الخرسانة وحديد التسليح بمعلومية عزم الانحناء المؤثر علي المقطع أو حساب عزم الانحناء الذي يمكن للمقطع الخرساني تحمله اذا كان اجهاد الخرسانة وحديد التسليح معلوما.

ويلاحظ أنه في حالة تحليل مقطع خرساني لحساب الاجهادات في الخرسانة وحديد التسليح نتيجة تأثير عزم معين فإن الاجهاد في الخرسانة أو حديد التسليح ليس ضروريا أن يصل الي القيمة المسموح بها (f_c , f_s) ولكن غالبا ما يكون أحدهما أقل من المسموح به أو أكبر اذا كان عزم الانحناء اكبر من مقاومة المقطع. وفي حالة حساب عزم الانحناء الذي يمكن للمقطع مقاومة يجب حساب الاجهاد في الخرسانة وحديد التسليح ثم حساب عزمي انحناء مرة عن طريق الاجهاد المسموح به في الخرسانة ومرة اخري عن طريق الاجهاد المسموح به في حديد التسليح ثم اختيار العزم الاقل وهو ما يمكن للمقطع مقاومة دون زيادة الاجهادات عن المسموح به. وفي حالة التحليل يتم حساب محور التعادل كما يلي:



بأخذ العزوم للمساحة حول محور التعادل

$$b.z.\frac{z}{2} - n.A_s(d - z) = 0.0$$

Get z

ومن هذه المعادلة يمكن تحديد موضع محور التعادل للمقطع الخرساني المسلح ويلاحظ أنه بزيادة مساحة التسليح تزداد قيمة z أي تزداد مساحة الضغط في المقطع الخرساني ، وبتحديد نسبة التسليح بحيث يحدث الانفعال الأكبر في حديد التسليح (ϵ_y) قبل حدوث الانفعال الأقصى في الخرسانة ($\epsilon_c = 0.003$) يمكن التأكد من أن الكمرة الخرسانية سوف تسلك سلوكا ممطوليا (Ductile) أي يحدث تمدد كبير لحديد التسليح بالتالي ترخيم كبير (Deflection) في الكمرة قبل ان تنهار . وبالعكس إذا كانت نسبة التسليح كبيرة فإن الإجهاد

الأقصى يحدث في الخرسانة أولاً وتتهار الخرسانة انهياراً قصفاً (Brittle) وهو انهيار فجائي لا يعطي أي تنبيه أو تحذير قبل انهيار الكمية .

وبعد تحديد عمق محور التعادل Z يمكن حساب العزم الثاني للمساحة

$$I_{nv} = b \frac{z^3}{3} + n A_s (d - z)^2$$

الافتراضية I_{nv} حول محور التعادل.

وباستخدام معادلة الاجهادات نتيجة لعزم الانحناء يمكن حساب الاجهاد في كل من الخرسانة وحديد التسليح كما يلي:

$$f_c = \frac{M.z}{I_{nv}}$$

$$f_s = n \cdot \frac{M.(d - z)}{I_{nv}}$$

أو بطريقة أخرى يمكن حساب الضغط الكلي في القطاع (C) وهو يساوي الشد الكلي في القطاع (T) ومن كلا منهما يمكن حساب الاجهادات في الخرسانة وحديد التسليح.

$$T = C = \frac{M}{y_{ct}} = \frac{M}{(d - z/3)}$$

$$C = 0.5 f_c \cdot b \cdot z \rightarrow \text{get } f_c$$

$$T = A_s \cdot f_s \rightarrow \text{get } f_s$$

طريقة أخرى لحساب الاجهادات في المقاطع الخرسانية المسلحة المعرضة لعزوم انحناء

To find The Stresses in R.C Section:

1- Find the position of the N.A

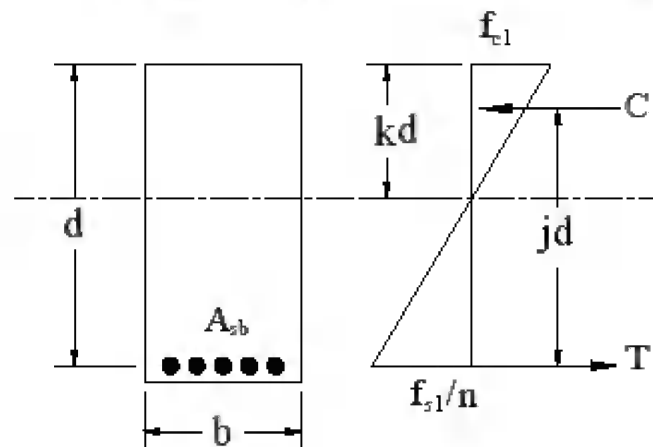
$$k = -\mu n + \sqrt{2\mu n + (\mu n)^2}$$

2- Find $j = 1 - \frac{k}{3}$

$$M = f_{s1} \cdot A_{sb} \cdot j \cdot d \Rightarrow \text{Get } f_{s1}$$

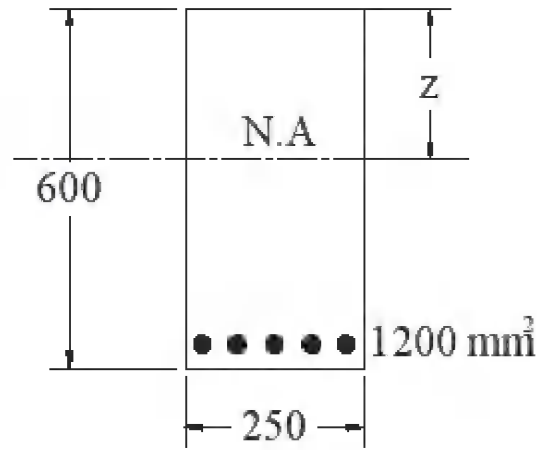
$$3- f_{c1} = \frac{f_{s1}}{n(1 - k)} \cdot k \cdot d$$

$$f_{c1} = \frac{k f_{s1}}{n(1 - k)}$$



Example (4-1):

Calculate the stresses in concrete and steel of the shown R.C. section subjected to bending moment of 120.0 m.kn.



$$b = 250 \text{ mm} , \quad d = 560 \text{ mm} , \quad A_s = 1200 \text{ mm}^2$$

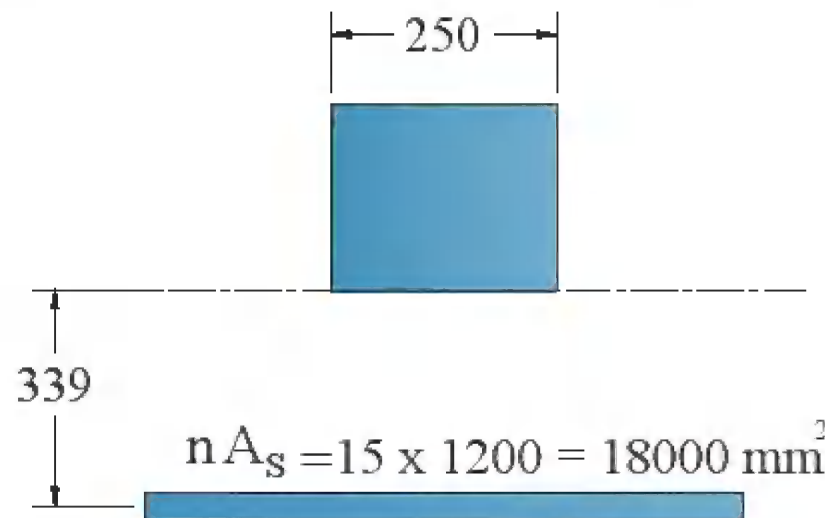
$$S_{n.a} = 0$$

$$bz \cdot \frac{z}{2} - n A_s (d - z) = 0$$

$$\frac{b}{2} z^2 + n A_s z - n A_s d = 0$$

$$z = \frac{-n A_s + \sqrt{(n A_s)^2 + 2 b n A_s d}}{b}$$

$$= \frac{-15 \times 1200 + \sqrt{(15 \times 1200)^2 + 2 \times 250 \times 15 \times 1200 \times 560}}{250} = 220.1 \text{ mm}$$



$$I_{nv} = \frac{250(220.1)^3}{3} + 18000(339)^2 = 2957121883 \text{ mm}^4$$

$$f_c = \frac{Mz}{I_{nv}} = \frac{120 \times 10^6 \times 220}{2957121883} = 892.7 \text{ N/m}^2$$

$$f_s = n \frac{M(d-z)}{I_{nv}} = 15 \frac{120 \times 10^6 \times 339}{2957121883} = 206.35 \text{ N/mm}^2$$

Another Solution:

$$T = C = \frac{M}{y_{ct}}$$

$$y_{ct} = d - \frac{z}{3} = 560 - \frac{220}{3} = 486.66 \text{ mm}$$

$$C = T = \frac{120 \times 10^6}{486.66} = 246578.72 \text{ N}$$

$$C = \frac{1}{2} f_c b z$$

$$246578.72 = \frac{1}{2} f_c \times 250 \times 220$$

$$f_c = 8.966 \text{ N/mm}^2$$

$$T = f_s A_s$$

$$246578.72 = f_s \times 1200$$

$$f_s = 205.48 \text{ N/mm}^2$$

Example (4-2):

For the shown R.C. section find the maximum bending moment that the section can resist.

$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2 \quad f_y = 360 \text{ N/mm}^2$$

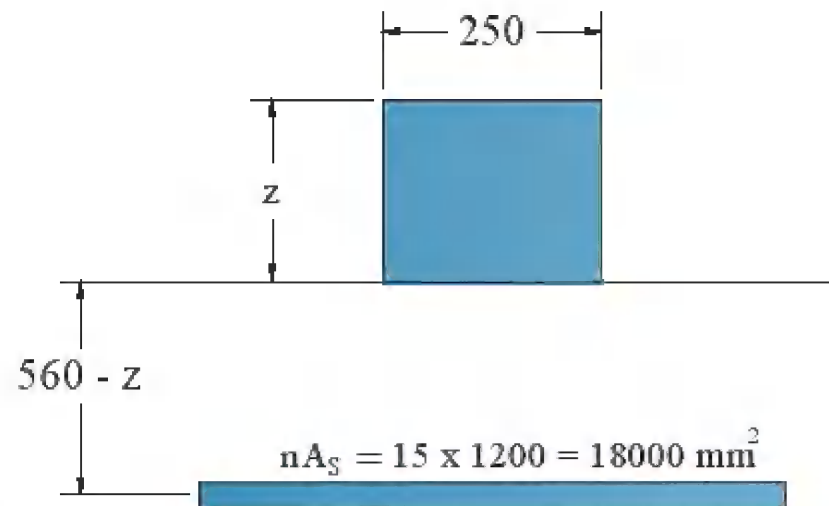
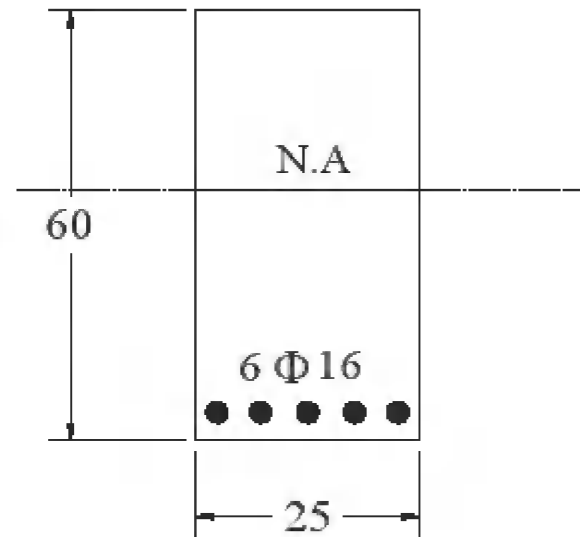
Solution:

$$A_s = 201 \times 6 = 1206 \text{ mm}^2$$

$$f_c = 9.5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_s = 200 \text{ N/mm}^2$$

Assume cover = 40.0 mm



$$S_{n-a} = 250 \cdot z \cdot \frac{z}{2} - 18000(560 - z) = 0$$

$$125 z^2 + 18000 z - 10080000 = 0$$

$$z^2 + 144z - 80640 = 0$$

$$z = \frac{-144 + \sqrt{(144)^2 + 4 \times 80640}}{2} = 220.1 \text{ mm}$$

$$C = \frac{1}{2} f_c b z = \frac{1}{2} \times 9.5 \times 250 \times 220.1 = 261.37 \text{ kn.}$$

$$M_1 = C \cdot y_{ct} = C (d - z/3)$$

$$= 261.37 \left(560 - \frac{220.1}{3} \right) = 127.2 \text{ m.kn}$$

$$T = A_s \cdot f_s = 200 \times 1200 = 240 \text{ kn}$$

$$\begin{aligned} M_2 &= T \cdot y_{ct} = T (d - z/3) \\ &= 240 \left(560 - \frac{220.1}{3} \right) = 116.79 \text{ m.kn} \end{aligned}$$

$$M_{\max} = 116.79 \text{ m.kn}$$

يلاحظ في هذا المثال انه تم حساب عزم الانحناء الذي يمكن ان يقاومة المقطع مرتين , مرة من اجهاد الخرسانة ومرة من اجهاد الحديد المسموح بهما لكن نظرا لان مساحة حديد التسليح أقل قليلا من المفروض فكان الشد في المقطع أقل من الضغط وهذا غير صحيح لكن الاجهاد الحقيقي في الخرسانة أقل من المسموح به بحيث يصير الضغط في الخرسانة مساويا للشد في الحديد وفي هذا المثال يكون اجهاد الخرسانة:

$$f_c = (2 \cdot T) / (b \cdot z) = (2 \cdot 240) / (250 \cdot 220.1) = 8.72 \text{ N/mm}^2$$

وهو ما يعطي عزم انحناء مساوي للذي تم حسابه من اجهاد الحديد.

Another Solution:

$$I_{nv} = \frac{250(220.1)^3}{3} + 1200 \times 15(560 - 220.1)^2$$

$$= 888543883.4 + 2079576180 = 2968120063 \text{ mm}^4$$

$$f = \frac{M \cdot y}{I}$$

$$f_c = \frac{M_1 \cdot z}{I_{nv}}$$

$$M_1 = \frac{f_c \cdot I_{nv}}{z} = \frac{9.5 \times 2968120063}{220.1} = 128.11 \text{ m.kn}$$

$$f_s / n = \frac{M_2 (d - z)}{I_{nv}}$$

$$M_2 = \frac{f_s \cdot I_{nv}}{n(d - z)}$$

$$M_2 = \frac{200 \times 2968120063}{15(560 - 220.1)} = 116.43 \text{ m.kn}$$

$$\therefore \text{Max all moment} = 116.43 \text{ m.kn}$$

Example (4-3):

Find the resistance Moment for the following Sections:

- a) $A_s = 800 \text{ mm}^2$
- b) $A_s = 1000 \text{ mm}^2$
- c) $A_s = 1200 \text{ mm}^2$

Known That:

$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2, \quad f_s = 220 \text{ N/mm}^2$$

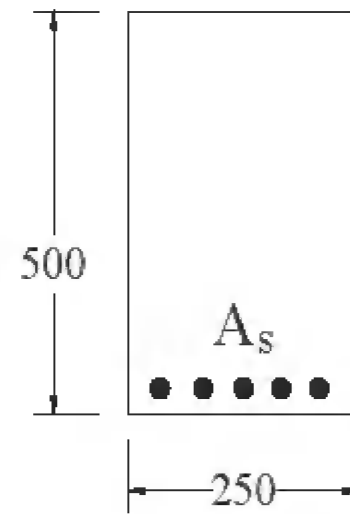
Solution:

سوف يتم حل هذه المسألة باستخدام الجدول المشروح في البند 4-4

$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow f_c = 9.5 \text{ N/mm}^2$$

$$d = t - 30 \text{ mm} = 500 - 30 = 470 \text{ mm}$$

$$\text{From Tables} \Rightarrow K_1 = 0.785, \quad K_2 = 191.2$$



$$\text{a) } A_s = 800 \text{ mm}^2$$

$$d = K_1 \sqrt{\frac{M_1}{b}} \Rightarrow M_1 = \frac{bd^2}{K_1^2} = \frac{250 \times (470)^2}{0.785^2}$$

$$\therefore M_1 = 90.00 \text{ m.kn}$$

$$A_s = \frac{M_2}{K_2 d} \Rightarrow M_2 = A_s K_2 d = 800 \times 191.2 \times 470$$

$$\therefore M_2 = 71.89 \text{ m.kn}$$

$$\therefore \text{Under – reinforced Section } M = 71.89 \text{ m.kn}$$

$$\text{b) } A_s = 1000 \text{ mm}^2$$

$$A_s = \frac{M_2}{K_2 d} \Rightarrow M_2 = A_s K_2 d = 1000 \times 191.2 \times 470$$

$$\therefore M_2 = 90.90 \text{ m.kn}$$

$$\therefore \text{Balanced – reinforced section } M = 90.00 \text{ m.kn}$$

c) $A_s = 1200 \text{ mm}^2$

$$A_s = \frac{M_2}{K_2 d} \Rightarrow M_2 = A_s K_2 d = 1200 \times 191.2 \times 470$$

$$\therefore M_2 = 107.84 \text{ m.kn}$$

$$\therefore \text{Over – reinforced Section } M = 90.00 \text{ m.kn}$$

Example (4-4):

Find the stresses in the Shown Sections:

a) $A_s = 800 \text{ cm}^2$

b) $A_s = 1000 \text{ cm}^2$

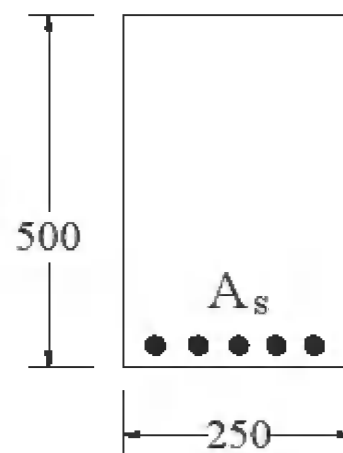
c) $A_s = 1200 \text{ cm}^2$

$$M = 90.00 \text{ m.kn}$$

Known That:

$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$f_s = 220 \text{ N/mm}^2$$



Solution:

$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow f_c = 9.5 \text{ N/mm}^2$$

$$d = t - 30 \text{ mm} = 500 - 30 = 470 \text{ mm}$$

a) $A_s = 800 \text{ mm}^2$

$$\mu = \frac{A_s}{b.d} = \frac{800}{250 \times 470} = 0.0068$$

$$\mu * n = 0.0068 * 15 = 0.102$$

$$k = -0.102 + \sqrt{2 \times 0.102 + (0.102)^2} = 0.36$$

$$j = 1 - \frac{k}{3} = 1 - 0.12 = 0.88$$

$$M = f_{sl} \cdot A_s \cdot j \cdot d$$

$$90 \times 10^6 = f_{sl} \times 800 \times 0.88 \times 470$$

$$f_{s1} = 272.0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cl} = \frac{k.f_{s1}}{n(1-k)} = \frac{0.36 \times 272.0}{15(1-0.36)} = 10.2 \text{ N/mm}^2$$

$$b) A_s = 1000 \text{ mm}^2$$

$$\mu = \frac{A_s}{b.d} = \frac{1000}{250 \times 470} = 0.0085$$

$$\mu * n = 0.1277$$

$$k = -0.1277 + \sqrt{2 \times 0.1277 + (0.1277)^2} = 0.394$$

$$j = 1 - \frac{K_c}{3} = 1 - \frac{0.394}{3} = 0.868$$

$$M = f_{s1} \cdot A_s \cdot j \cdot d$$

$$90 \times 10^6 = f_{s1} \times 1000 \times 0.868 \times 470$$

$$f_{s1} = 220.0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cl} = \frac{k.f_{s1}}{n(1-k)} = \frac{0.394 \times 220.0}{15(1-0.394)} = 9.53 \text{ N/mm}^2$$

$$c) A_s = 1200 \text{ mm}^2$$

$$\mu = \frac{A_s}{b.d} = \frac{1200}{250 \times 470} = 0.01$$

$$\mu * n = 0.153$$

$$k = -0.153 + \sqrt{2 \times 0.153 + (0.153)^2} = 0.42$$

$$j = 1 - \frac{k}{3} = 1 - \frac{0.42}{3} = 0.86$$

$$M = f_{s1} \cdot A_s \cdot j \cdot d$$

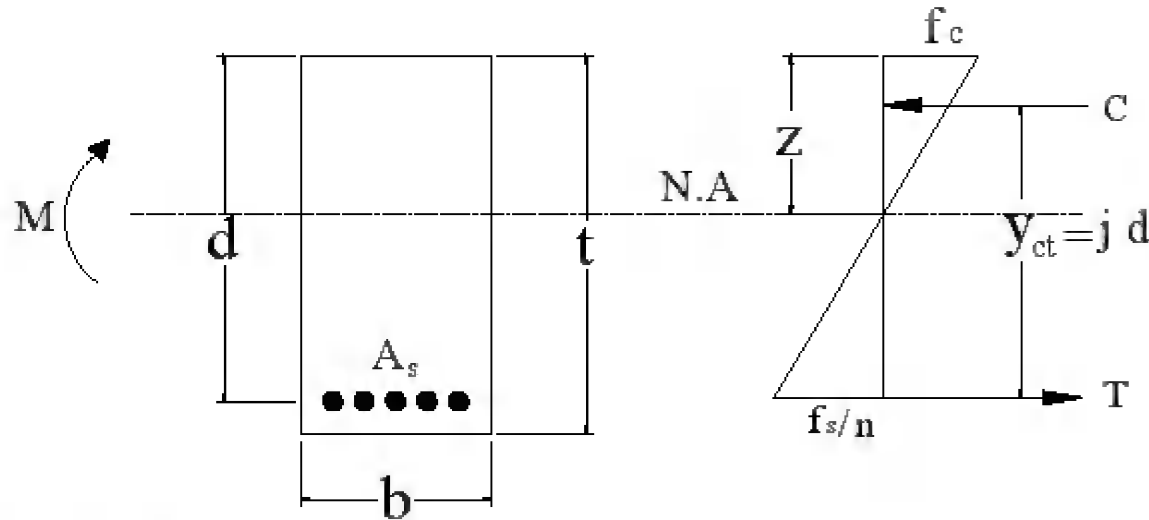
$$90 \times 10^6 = f_{s1} \times 1200 \times 0.86 \times 470$$

$$f_{s1} = 185.55 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cl} = \frac{k.f_{s1}}{n(1-k)} = \frac{0.42 \times 185.55}{15(1-0.42)} = 8.95 \text{ N/mm}^2$$

4-4- التصميم بطريقة اجهاد التشغيل Design in Working Stress Method:

وفي هذه الحالة يكون الاجهاد في كلا من الخرسانة وحديد التسليح معلومين ومطلوب حساب عمق القطاع d ومساحة حديد التسليح . حيث أن عرض القطاع b يمكن تحديده مسبقاً ومن الشكل التالي يمكن تحديد محور التعادل كما يلي:



Position of Neutral Axis:

$$z = \frac{f_c}{f_c + f_s/n} d = k d$$

$$y_{ct} = d - z/3 = \left(d - \frac{k.d}{3}\right)$$

$$y_{ct} = \left(1 - \frac{k}{3}\right) d = j d$$

$$M = C \cdot j \cdot d$$

$$M = \frac{1}{2} b \cdot k \cdot d \cdot f_c \cdot j \cdot d$$

$$M = \frac{1}{2} k \cdot (1 - k/3) \cdot f_c \cdot b \cdot d^2$$

$$M = K b d^2$$

$$d = \sqrt{\frac{1}{K}} \sqrt{\frac{M}{b}} = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$M = T \cdot y_{ct} = f_s A_s j d$$

$$A_s = \frac{M}{f_s j d} = \frac{M}{K_2 d}$$

$$d = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}} \quad A_s = \frac{M}{K_2 d}$$

وتوجد جداول يمكن منها تحديد الثوابت K_1 , K_2 حسب الاجهاد المسموح به في كلا من الخرسانة وحديد التسليح.

معاملات التصميم K_1 , K_2 للتصميم بطريقة إجهاد التشغيل

Units	F_y	240		280		360		400	
N/mm^2	f_s	140		160		200		220	
F_{cu}	f_c	K_1	K_2	K_1	K_2	K_1	K_2	K_1	K_2
20	8	0.800	118.5	0.825	137.1	0.873	175.0	0.896	194.1
22.5	9	0.736	117.1	0.757	135.6	0.798	173.1	0.818	192.1
25	9.5	0.708	116.5	0.728	134.9	0.767	172.3	0.785	191.2
27.5	10	0.684	116.0	0.702	134.2	0.738	171.4	0.755	190.3
30	10.5	0.661	115.3	0.678	133.5	0.712	170.6	0.728	189.4
32.5	11	0.640	114.8	0.657	132.9	0.688	169.9	0.704	188.6
35	11.5	0.621	114.2	0.637	132.3	0.666	169.1	0.681	187.8

ولتلخيص خطوات التصميم للمقطع الخرساني المعرض لعزم انحناء بطريقة إجهاد التشغيل نتبع ما يلي

Design of Rectangular R.C. Section:

1- Find k_c (depth of the N.A) from equation: $k_c = \frac{f_c}{f_c + f_s / n}$

2- Find arm of the internal moment j : $j = 1 - \frac{k_c}{3}$

3- Find $K_1 = \sqrt{\frac{2}{f_c \cdot k \cdot j}}$

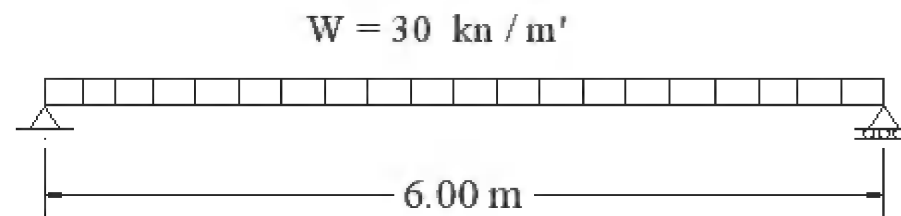
4- Find $d = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}}$

5- Find $K_2 = f_s \cdot j$

6- Get $A_s = \frac{M}{K_2 d}$

Example (4-5):

Design the critical section in the shown R.C. beam



$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$$

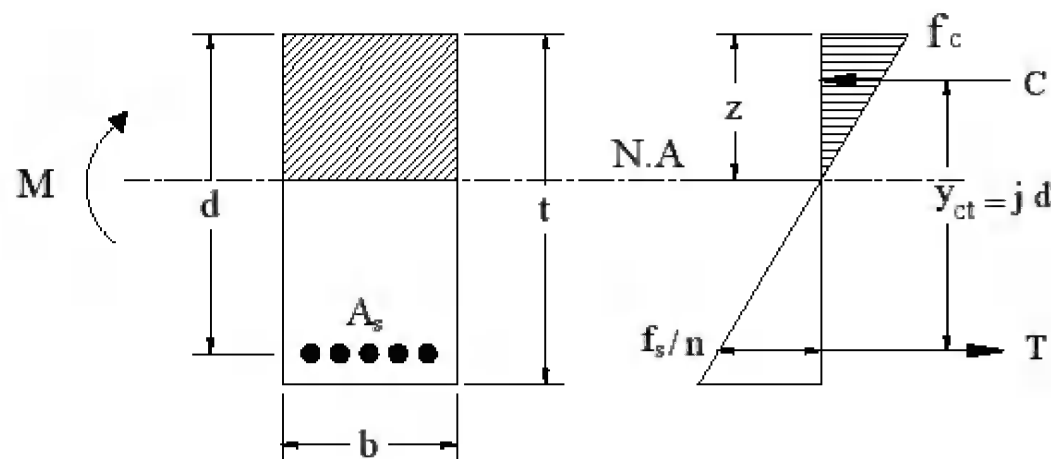
$$f_y = 360 \text{ N/mm}^2 \quad b = 250 \text{ mm}$$

Solution:

$$\text{from table } f_c = 9.5 \text{ N/mm}^2, \quad f_s = 200 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{\max} = \frac{w \ell^2}{8} = \frac{30(6)^2}{8} = 135 \text{ m.kn}$$

$$k = \frac{1}{1 + f_s / n f_c} = \frac{1}{1 + 200 / 15 \times 9.5} = 0.41$$



$$j = 1 - \frac{k}{3} = 1 - \frac{0.41}{3} = 0.86$$

$$M = C j d = C y_{ct} = \frac{1}{2} f_c k_c d b j d$$

$$M = \frac{f_c k j}{2} b d^2$$

$$135 \times 10^6 = \frac{9.5 \times 0.41 \times 0.86}{2} \times 250 d^2$$

$$d^2 = 322416.93 \rightarrow d = 567 \text{ mm}$$

or

$$d = \sqrt{\frac{2}{f_c k_j}} \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$d = k_1 \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.767 \sqrt{\frac{135 \times 10^6}{250}} = 563 \text{ mm}$$

$$M = T j d$$

$$135 \times 10^6 = T \times 0.86 \times 567$$

$$T = 276854.9 \text{ N}$$

$$T = f_s A_s = 200 A_s \quad A_s = 1384 \text{ mm}^2$$

From tables $A_s = 6 \phi 18$

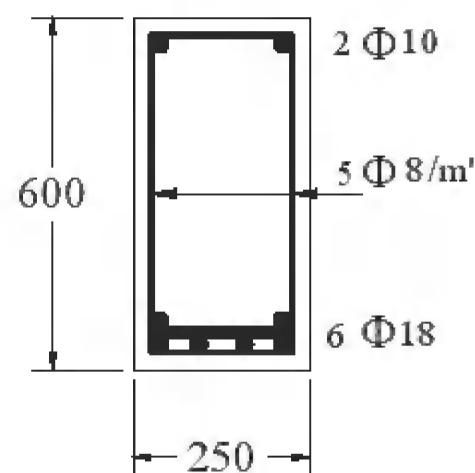
Another Solution:

Use tables

$$K_1 = 0.767 \quad K_2 = 172.3$$

$$d = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.767 \sqrt{\frac{135 \times 10^6}{250}} = 563.6 \text{ mm}$$

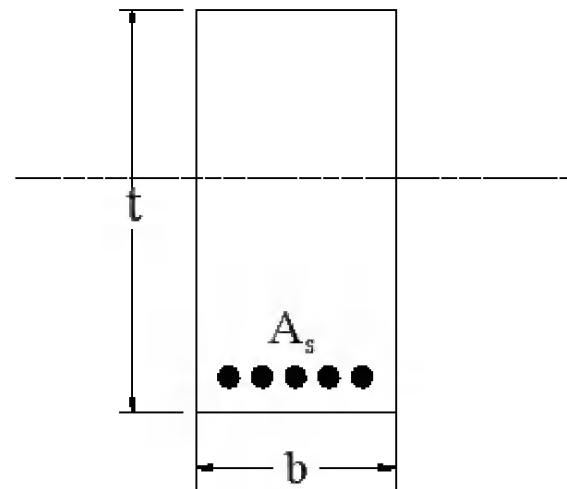
$$A_s = \frac{M}{K_2 d} = \frac{135 \times 10^6}{172.3 \times 563.6} = 1390 \text{ mm}^2$$



يتم اختيار حديد التسليح من جدول الحديد مع مراعاة الآتي:

- أقل نسبة تسليح للمقطع الخرساني لمقاومة الاجهادات الناتج عن التمدد الحراري.

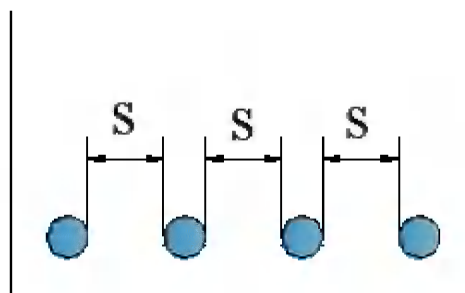
أقل نسبة تسليح minimum rfmt ratio	إجهاد الخضوع f_y (N /mm ²)
0.25%	240
0.20%	360
0.18%	400



- أقل نسبة تسليح للكمات $\mu_{min} = \frac{A_{s \min}}{b \cdot t} = \frac{11}{f_y}$

وذلك لضمان انهيار حديد التسليح قبل حدوث أول شرخ بالمقطع الخرساني

- المسافات بين حديد التسليح



$$S = \frac{3}{4} \text{ Max. Aggregate Size}$$

or 25 mm which ever is bigger

Example (4-6):

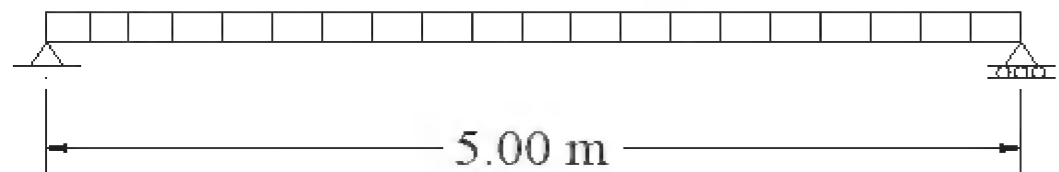
Design the shown beam using working stress design method.

$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$f_y = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$b = 250 \text{ mm}$$

$$W = 20 \text{ kn / m'}$$



Solution:

From Table (1) we get:

$$f_c = 9.5 \text{ N/mm}^2, \quad f_s = 200 \text{ N/mm}^2$$

from table of K1 and K2 get

$$K_1 = 0.767, \quad K_2 = 172.3$$

$$\text{Required moment strength } M = \frac{20(5)^2}{8} = 62.5 \text{ m.kn}$$

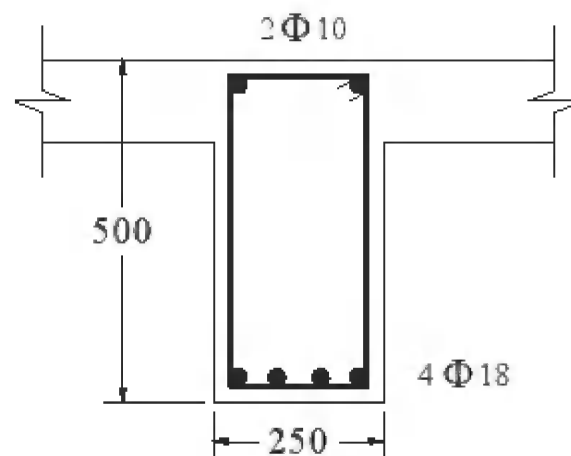
$$d = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.767 \sqrt{\frac{62.5 \times 10^6}{250}} = 383.5 \text{ mm} \Rightarrow t = 500 \text{ mm}$$

$$A_s = \frac{M}{K_2 d} = \frac{62.5 \times 10^6}{172.3 \times 450} = 806 \text{ mm}^2$$

Recommended depth for simply supported beam

$$t = \frac{L}{12} = \frac{5000}{12} = 416.6 \text{ mm} < 500 \text{ mm o.k}$$

Select steel $4\phi 18$ $A_s = 1018 \text{ mm}^2$



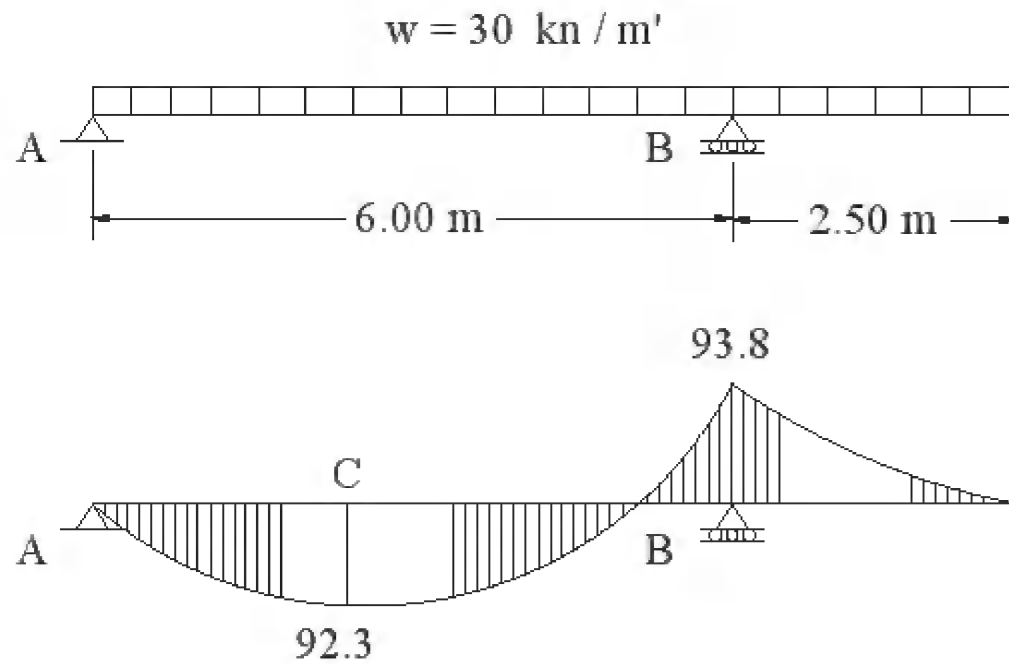
Example (4-7):

For the shown beam, design the critical sections

$$f_{cu} = 20 \text{ N/mm}^2$$

$$f_y = 240 \text{ N/mm}^2$$

$$b = 250 \text{ mm}$$



في هذه الكمرة يوجد مقطعان يكون عندهما عزم الانحناء أكبر ما يمكن أولهما أكبر عزم موجب عند (C) عندما تكون قوة القص (Shear) مساوية للصفر وأكبر عزم سالب عند (B). ولابد من تصميم المقطعين لانهما يختلفان حتي اذا تساوي العزمان لان المقطع (C) يكون حديد التسليح ناحية أسفل المقطع أما في المقطع (B) فيكون حديد التسليح أعلي المقطع كما هو موضح فيما بعد.

$$\sum M_A = 30 \times 8.50 \times 4.25 - 6.Y_B = 0.0 \Rightarrow Y_B = 180.6 \text{ kn}$$

$$\sum M_B = 30 \times 8.50 \times 1.75 - 6.Y_A = 0.0 \Rightarrow Y_A = 74.4 \text{ kn}$$

Max. Moment at zero shear:

$$74.4 - 30x = 0.0$$

$$\therefore x = 2.48 \text{ m}$$

$$\text{Max. } +ve M = 74.4 \times 2.48 - 30 \times 2.48 \times 1.24 = 92.3 \text{ m.kn}$$

Section (c):

$$f_{cu} = 20 \text{ N/mm}^2$$

$$f_c = 7.5 \text{ N/mm}^2$$

$$K_1 = 0.33$$

$$K_2 = 1825$$

$$d = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$= 0.33 \sqrt{\frac{92.3 \times 10^6}{250}}$$

$$= 634 \text{ cm} \Rightarrow t = 700 \text{ mm}$$

$$A_s = \frac{M}{K_2 d}$$

$$= \frac{92.3 \times 10^6}{1825 \times 660} = 76.6 \text{ mm}^2$$

$$h_{min} = \frac{L}{12} = \frac{6000}{12} = 500 \text{ mm} < 700 \text{ mm} \quad \text{o.k}$$

Use $\rightarrow 4\phi 16$

Section at (B): -veM

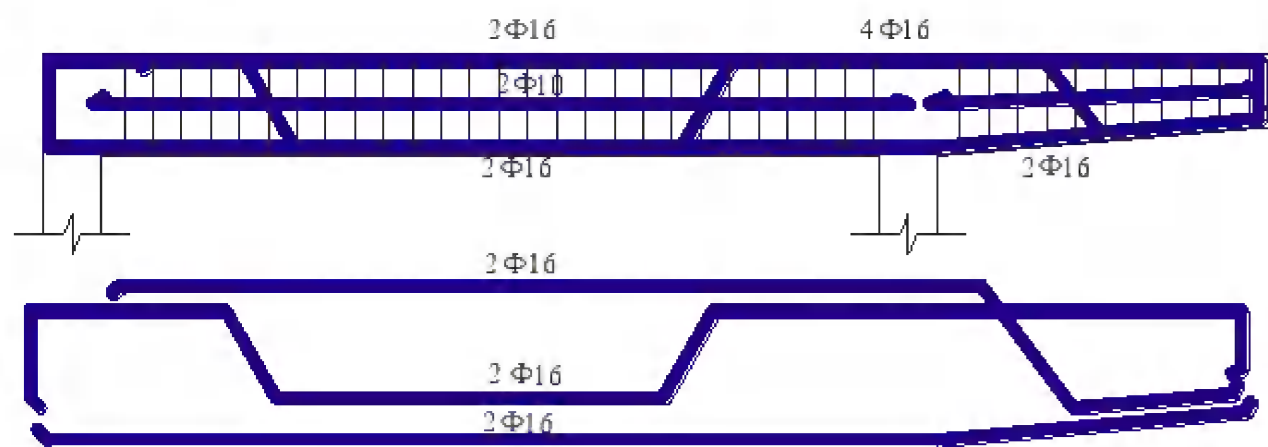
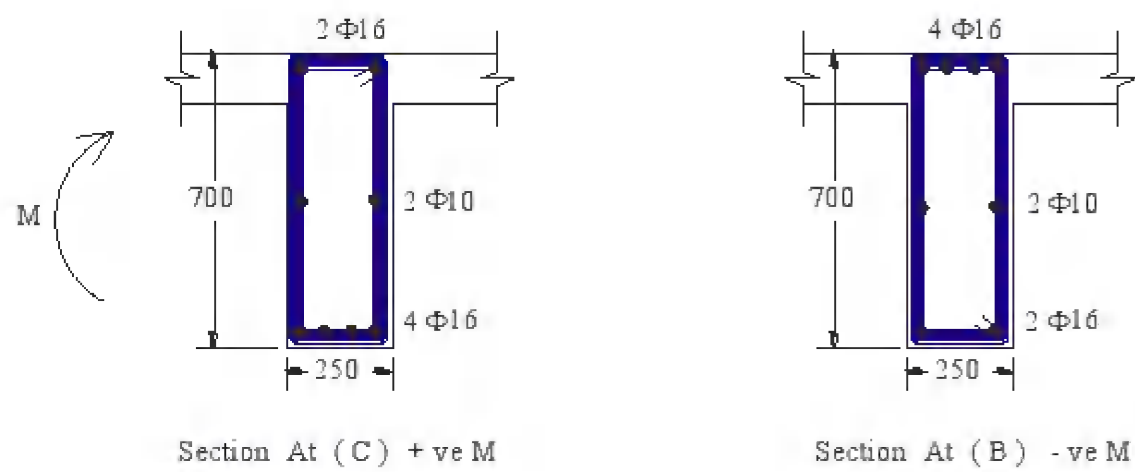
$$d = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.33 \sqrt{\frac{93.8 \times 10^6}{250}} = 640 \text{ mm} \Rightarrow t = 700 \text{ mm}$$

$$A_s = \frac{M}{K_2 d} = \frac{93.8 \times 10^6}{1825 \times 660} = 74.8 \text{ mm}^2$$

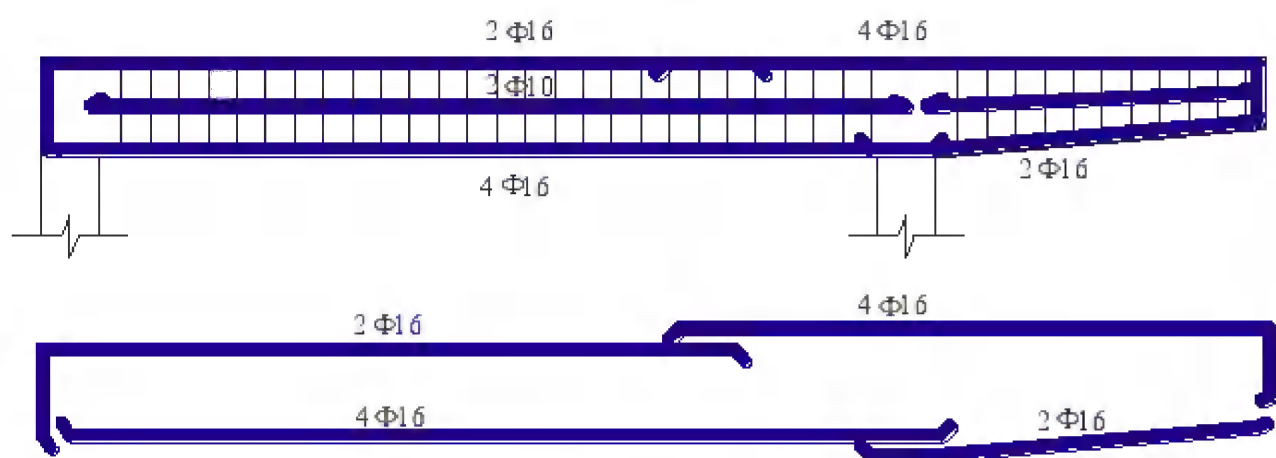
$$h_{min} = \frac{L}{8} = \frac{2500}{8} = 312.5 \text{ mm} < 700 \text{ mm} \quad \text{o.k}$$

Use $\rightarrow 4\phi 16$

ويوضح الشكل التالي تسليح المقطعين مع توضيح رص حديد التسليح في مقطع رأسي للكمرة الخرسانية المسلحة:



Bent Bars



Straight Bars

Example (4-8):

For the beam section shown in figure:

$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$f_y = 400 \text{ N/mm}^2$$

Calculate:

a- Cracking moment (M_{cr}).

b- Working moment of resistance.

Find the Stress in Steel in each case.

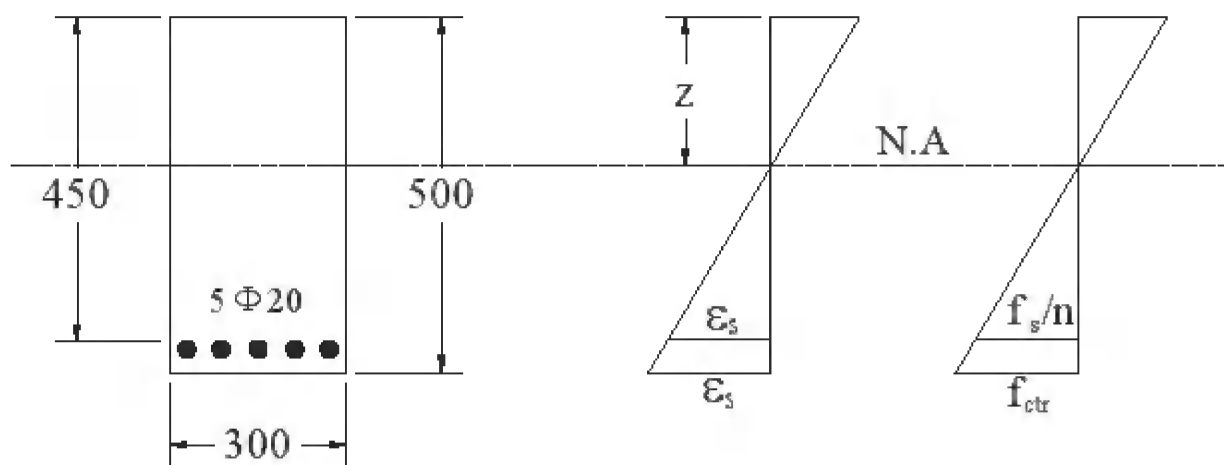
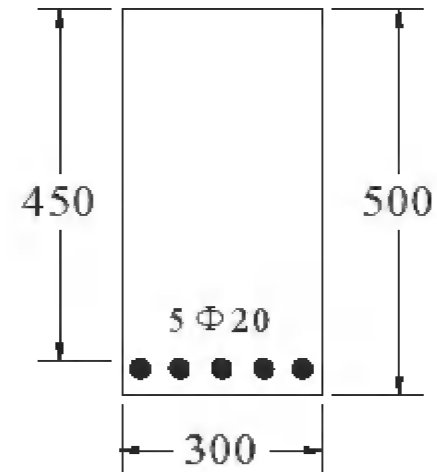
Solution:

1- Cracking moment (M_{cr}).

$$n = \text{Modular ratio} = 10$$

$$f_{ctr} = \text{Modulus of rupture}$$

$$f_{ctr} = 0.60 \sqrt{f_{cu}} = 0.60 \sqrt{25} = 3.0 \text{ N/mm}^2$$



$$S_{n.a} = 0.0$$

$$300 \times 500 (z - 500 / 2) - 10 \times 5 \times 314 (450 - z) = 0.0$$

$$z = 269 \text{ mm}$$

$$\frac{f_s}{n \cdot f_{ctr}} = \frac{(500 - 269 - 50)}{(500 - 269)}$$

$$\frac{f_s}{n.f_{ctr}} = \frac{181}{231}$$

$$f_s = 23.51 \text{ N/mm}^2$$

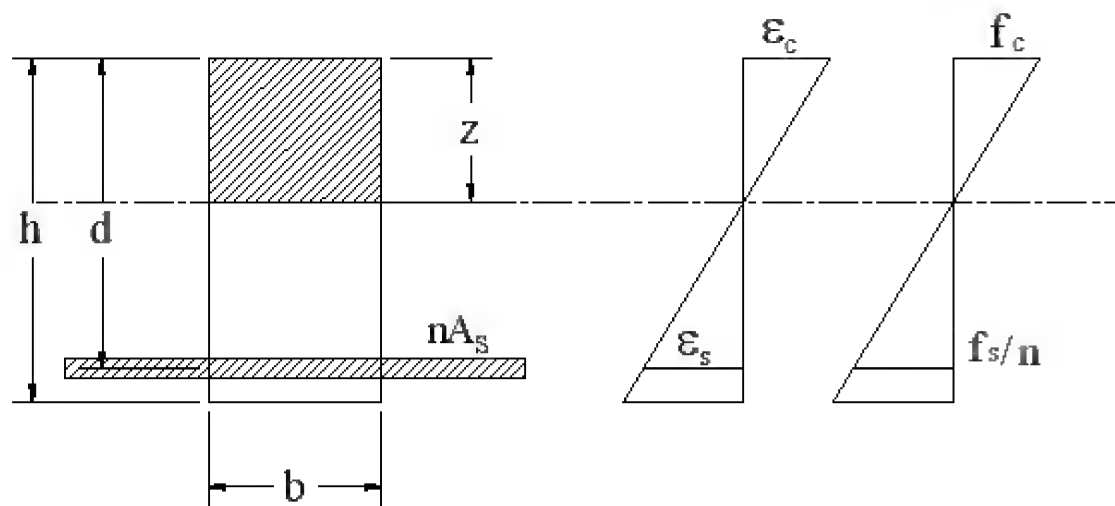
$$\begin{aligned} I_g &= \frac{b.h^3}{12} + n.A_s.(d-z)^2 \\ &= \frac{300 \times (500)^3}{12} + 10 \times 5 \times 314 \times (450 - 269)^2 \\ &= 3639347700 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

$$M_{cr} = \frac{I_g \cdot f_{ctr}}{y} = \frac{3639347700 \times 3.0}{(500 - 269)} = 47.3 \text{ m.kn}$$

2- Working Moment:

$$n = 15$$

To find the depth of the N.A



$$b.z.\frac{z}{2} = n.A_s.(d-z)$$

$$b.\frac{z^2}{2} = n.A_s.(d-z)$$

$$300 \times \frac{z^2}{2} = 15 \times 5 \times 314 \times (450 - z)$$

$$z^2 + 157z - 70650 = 0.0$$

$$z = 198.6 \text{ mm}$$

$$I_{cr} = \frac{b.z^3}{3} + n.A_s.(d - z)^2$$

$$I_{cr} = \frac{300 \times 198.6^3}{3} + 15 \times 5 \times 314 \times (450 - 198.6)^2$$

$$= 2271723484 \text{ mm}^4$$

لحساب أقصى عزم تشغيل يقاومه المقطع نفرض مرة أن اجهاد الخرسانة وصل الي أقصى قيمة مسموح بها (f_c) ونحسب العزم ثم نحسب العزم مرة اخري بافتراض أن اجهاد التسليح قد وصل الي أكبر قيم مسموح بها (f_s) ونأخذ أصغر العزمين.

From Tables

$$f_c = 9.5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_s = 220 \text{ N/mm}^2$$

$$f_c = \frac{M_1.z}{I_{cr}} \quad 9.5 = \frac{M_1 \times 198.6}{2271723484}$$

$$M_1 = 108.7 \text{ m.kn}$$

$$\frac{f_s}{n} = \frac{M_2.(d - z)}{I_{cr}} \quad \frac{220}{15} = \frac{M_2.(450 - 198.6)}{2271723484}$$

$$M_2 = 132.53 \text{ m.kn}$$

$$\therefore M_{Working} = 108.7 \text{ m.kn}$$

$$f_s = 220 * M_1 / M_2 = 220 * 108.7 / 132.53 = 180.44 \text{ N/mm}^2$$

Using Tables:

$$f_c = 9.5 \text{ N/mm}^2 \quad , \quad f_s = 200 \text{ N/mm}^2$$

$$K_1 = 0.767 \quad , \quad K_2 = 172.3$$

$$d = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}} \quad 450 = 0.767 \sqrt{\frac{M_1}{300}} \quad \Rightarrow M_1 = 103.2 \text{ m.kn}$$

$$A_s = \frac{M}{K_2 d} \quad 5 \times 314 = \frac{M_2}{172.3 \times 450} \quad \Rightarrow M_2 = 121.7 \text{ m.kn}$$

$$\therefore M_{Working} = 103.2 \text{ m.kn}$$

Example (4-9):

Design a rectangular R.C section subjected to $M = 40.0 \text{ m.kn}$, $b = 200 \text{ mm}$

$$f_c = 8.0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_s = 140 \text{ N/mm}^2$$

Solution:

$$1- k = \frac{f_c}{f_c + f_s / n} = \frac{8.0}{8.0 + 140 / 15} = 0.46$$

$$2- j = 1 - \frac{k}{3} = 1 - \frac{0.46}{3} = 0.847$$

$$3- K_1 = \sqrt{\frac{2}{f_c \cdot k \cdot j}} = \sqrt{\frac{2}{8.0 \times 0.847 \times 0.46}} = 0.801 \text{ Comp. table}$$

$$4- d = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.801 \sqrt{\frac{40 \times 10^6}{200}} = 358 \text{ mm}$$

$$t = 40 \text{ cm}$$

$$5- K_2 = f_s \cdot j = 140 \times 0.847 = 118.6$$

$$6- A_s = \frac{M}{K_2 d} = \frac{40 \times 10^6}{118.6 \times 358} = 942 \text{ mm}^2$$

$$\text{Use } \Rightarrow 4\phi 18 = 1020 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow 2\phi 16 + 2\phi 19 = 969 \text{ mm}^2$$

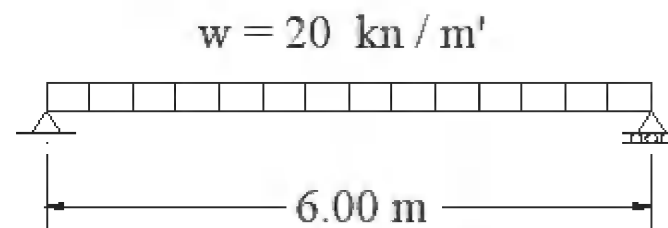
Example (4-10):

Design a rectangular R.C section for the shown beam subjected to 20 kn/m with Span equal to 6.00 m.

$$b = 250 \text{ mm}$$

$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$f_s = 220 \text{ N/mm}^2$$

**Solution**

$$M = \frac{wL^2}{8} = \frac{20 \times (6)^2}{8} = 90.00 \text{ m.kn.}$$

$$f_c = 9.5 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{From Tables} \Rightarrow K_1 = 0.785, \quad K_2 = 191.2$$

$$d = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.785 \sqrt{\frac{90 \times 10^6}{250}} = 471 \text{ mm}$$

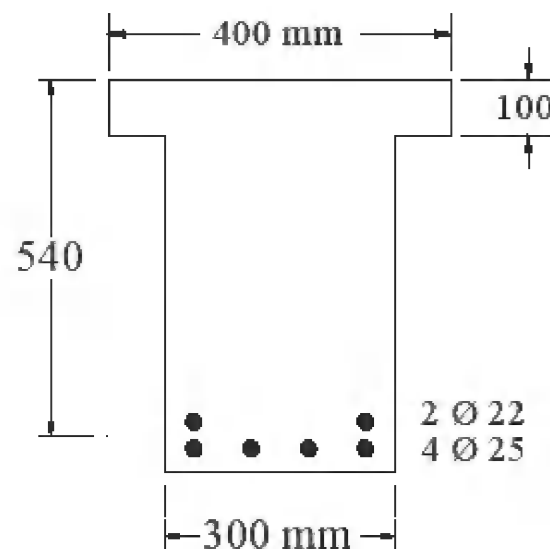
$$t = 500 \text{ mm}$$

$$A_s = \frac{M}{K_2 d} = \frac{90 \times 10^6}{191.2 \times 471} = 1000 \text{ mm}^2$$

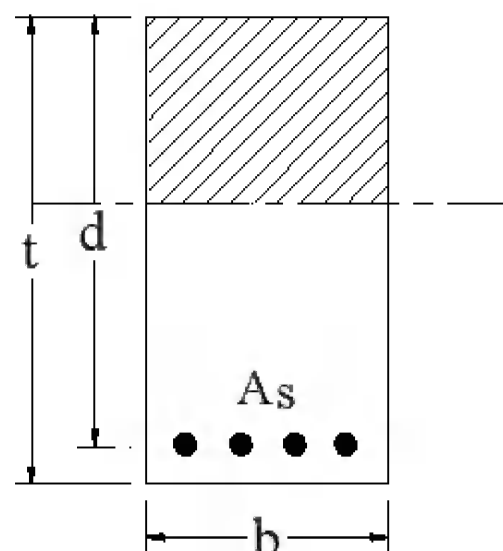
Use 5 Φ 16

Chapter (4) - Problems

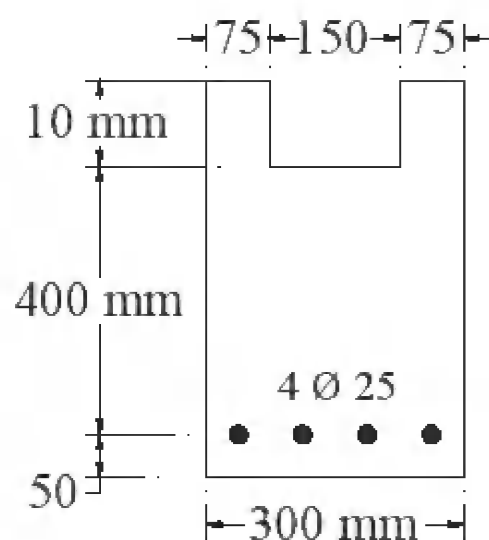
- 1 - Given a concrete beam, which is $t = 600$ mm, $d = 540$ mm with 4 $\Phi 25$ and 2 $\Phi 22$ reinforcement bars and $f_{cu} = 25$ N/mm² and $f_y = 360$ N/mm². Calculate the working moment that the beam section can resist.



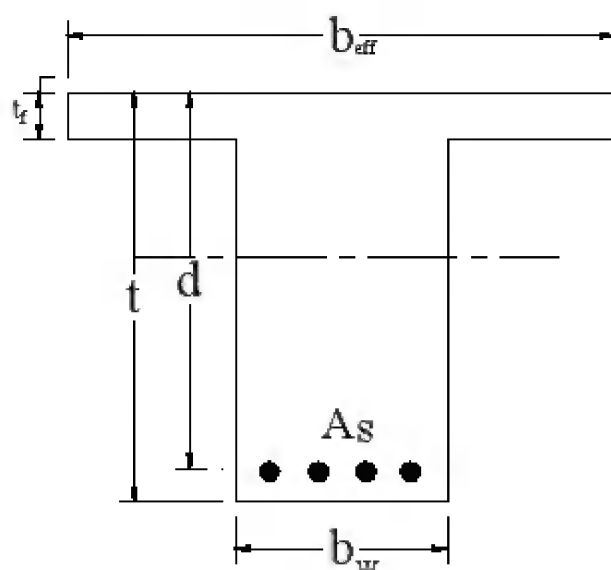
- 2 - Consider a simple rectangular beam ($b \times t$) reinforced with steel reinforcement of A_s . Assume $b = 250$ mm, $d = 550$ mm., $t = 600$ mm , $A_s = 1500.0$ mm² and $f_{cu} = 25$ N/mm² and $f_y = 400$ N/mm². The beam is subjected to a working moment of 120 m.kn. calculate the stress in concrete and in the reinforcing steel.



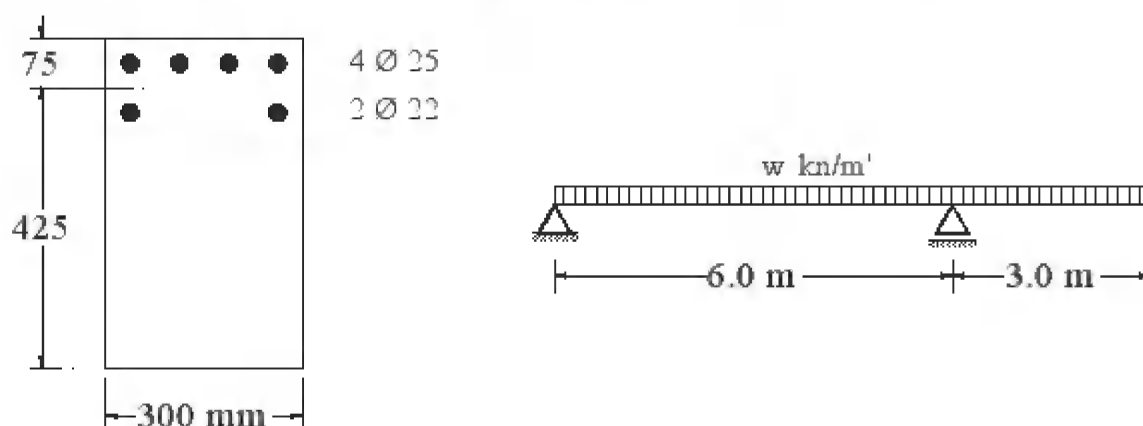
- 3 - For the given beam section with $f_{cu} = 25$ N/mm² and $f_y = 360$ N/mm². Determine the bending moment that the following section can resist.



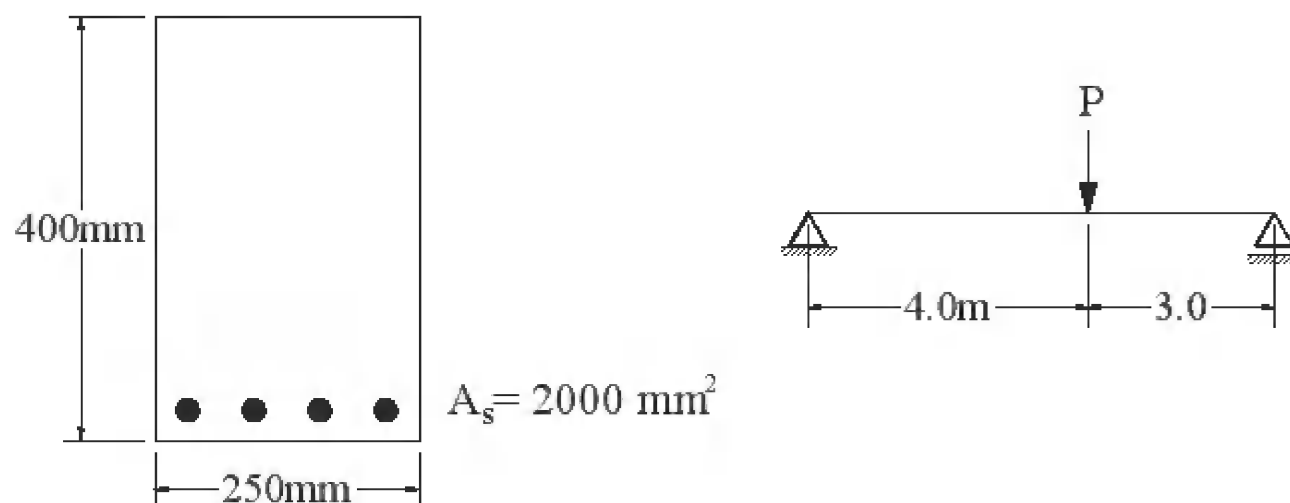
- 4 – The shown T-section is subjected to a working bending moment of 300.0 m.kn. The dimensions are $b_{eff} = 900$ mm , $b_w = 250$ mm , $d = 440$ mm, $t_f = 80$ mm , $t = 500$ mm. and A_s 7 Φ 25 bars. If the top is in compression and bottom is in tension. Determine the maximum stresses in the concrete and in the steel.



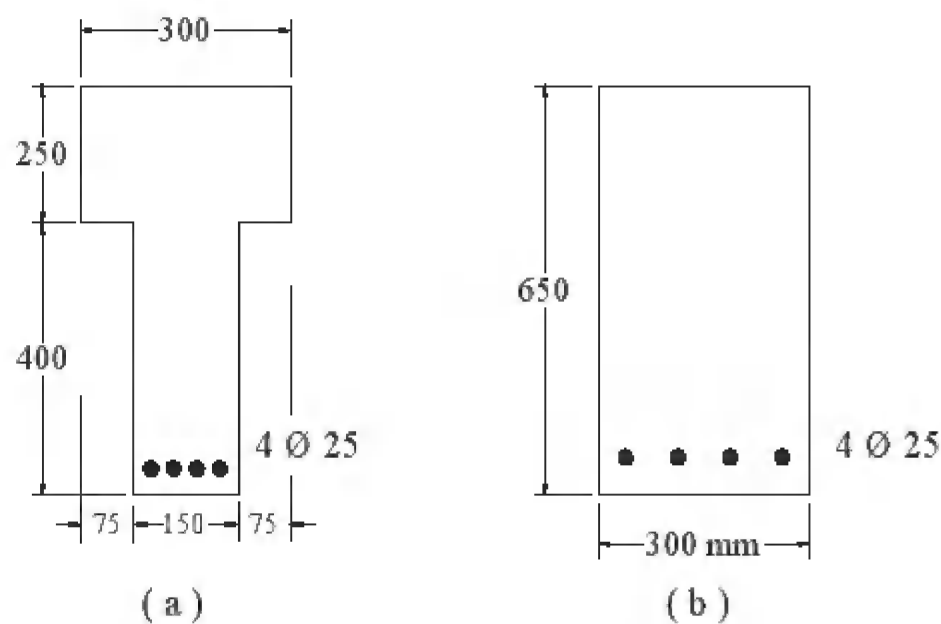
- 5 - For the beam section shown in figure, calculate the maximum load that the beam can carry at working stage. Use $f_{cu} = 25$ N/mm², and $f_y = 360$ N/mm².



- 6 - For the beam section shown in figure, Calculate the maximum value of concentrated load P that the beam can resist at working stage . Use $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.

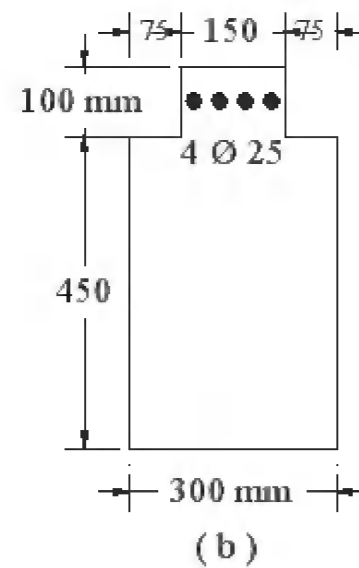
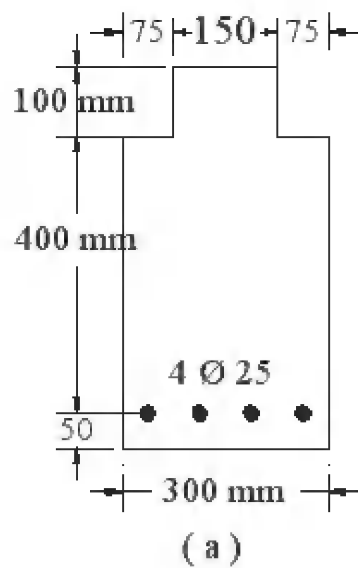


- 7 - Calculate the maximum allowable bending moment at working stage for the following sections. Use $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

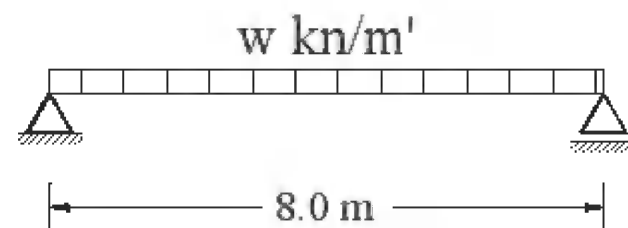
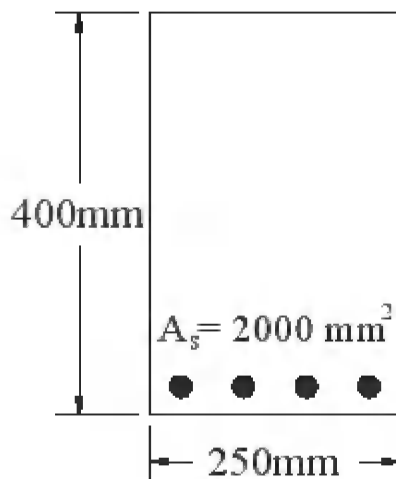


8 - For the reinforced concrete beam sections shown in figure ; Calculate the maximum bending moment that the sections can resist at working stage.

- a) $f_c = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$
 b) $f_c = 35 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$
 c) $f_c = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$
 d) $f_c = 35 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$



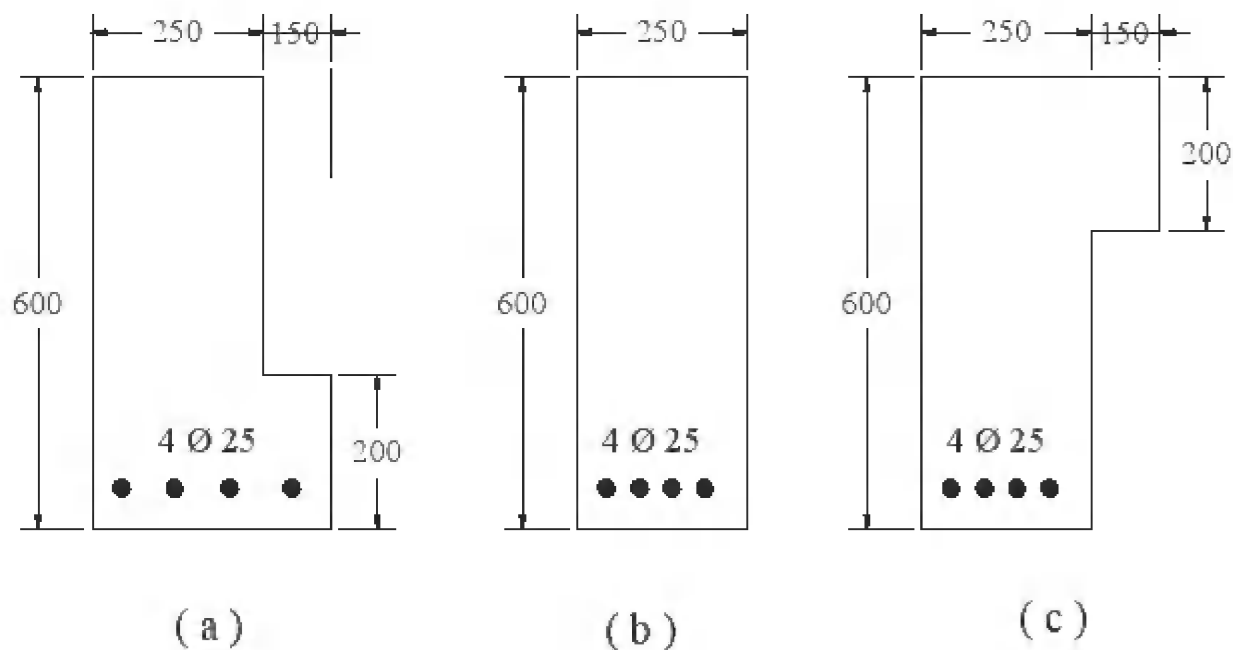
9 - Calculate the maximum safe distributed load intensity at working stage that the beam can resist . $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



10 -For the reinforced concrete beam sections shown in figure ; Calculate the maximum bending moment that the sections can resist at working stage.

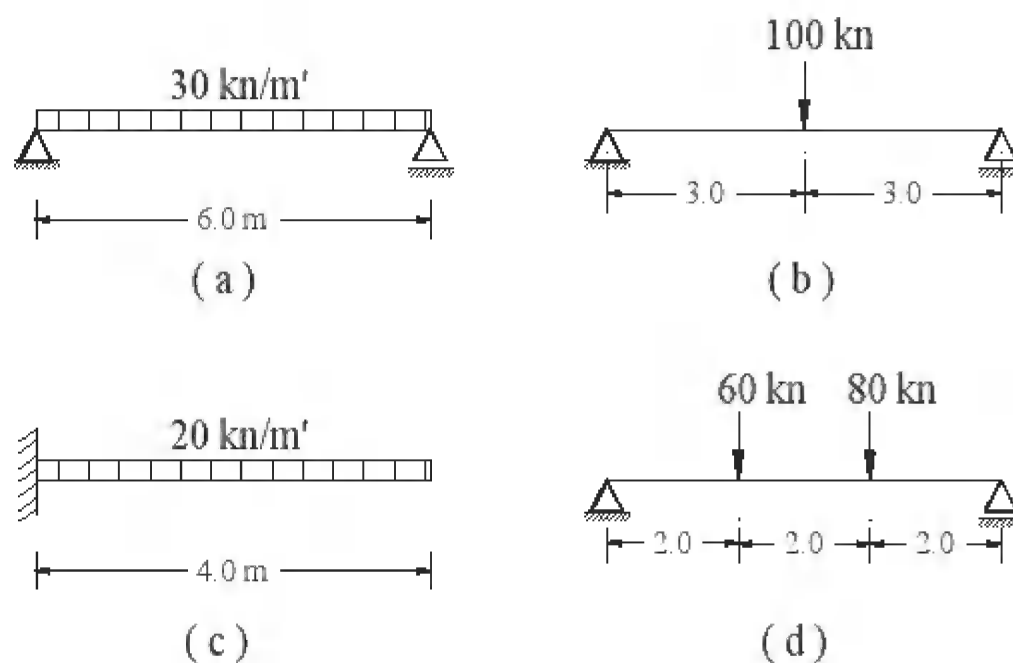
a) $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

b) $f_{cu} = 35 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$



11- Design the shown beams having a rectangular sections with $b = 25 \text{ cm}$,

$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



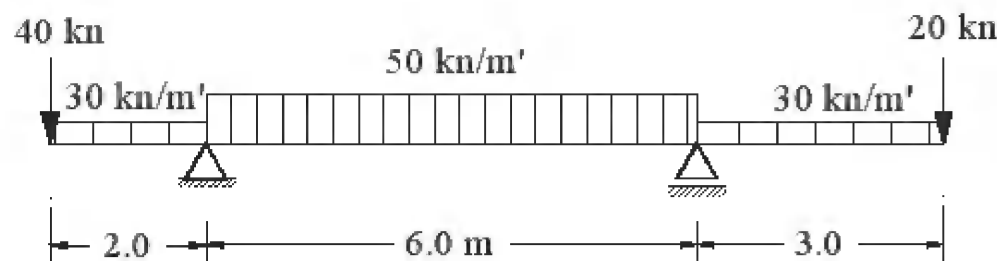
12- Consider a singly reinforced concrete beam, $b = 300 \text{ mm}$, $d = 600 \text{ mm}$, $t = 650 \text{ mm}$, and $f_c = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.

- Determine the maximum working moment that the section can resist.
- Determine the area of reinforcement in case (a).

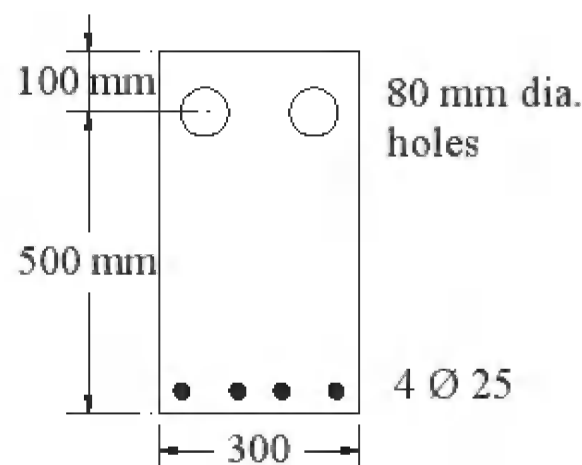
13 - Given a beam having width $b = 300 \text{ mm}$, $t = 700 \text{ mm}$ with 5 $\Phi 25$ reinforcement bars and $f_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$.

- Determine how you would find the NA and moment of inertia, I_{zz} , of beam if the beam is cracked and tensile forces are in the steel only.
- Solve for the neutral axis and moment of inertia.
- Calculate the moment capacity of the section.

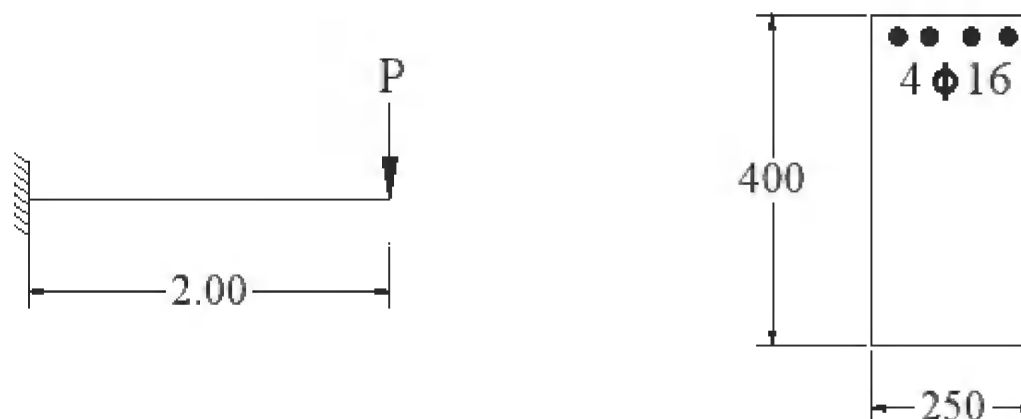
14 –The beam shown in figure has a rectangular section of width $= 250 \text{ mm}$, design the critical sections in the beam, $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



15- For the concrete beam section shown in figure, calculate the maximum bending moment that the beam can resist, $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$, If the beam is subjected to a bending moment of 15 m.t. ; calculate the stresses in the concrete and in the steel.



- 16 - Justify the name working stress method of design.
- 17- How are the permissible stresses of concrete in direct tension, bending compression, direct compression and average bond for plain bars in tension related to the factor of safety in the working stress method of design?
- 18- How is the permissible stress of steel in tension related to the factor of safety in the working stress method of design?
- 19- Is it possible to increase the permissible stress in concrete and steel? If yes, when is it done?
- 20- State the assumption for the design of members by working stress method.
- 21- Explain the concept of modular ratio.
- 22- Draw a cross-section of a singly-reinforced rectangular beam, the strain and stress distributions along the depth of the section.
- 23- Write down the steps for solving the analysis type of problems of singly - reinforced rectangular beams.
- 24- Write down the steps for solving the design type of problems of singly-reinforced rectangular beams.
- 25- When do we go for doubly-reinforced beams?
- 26- For the beam section shown in figure, Calculate the maximum value of concentrated load P that the beam can resist at working stage . Use $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



الباب الخامس

تصميم وتحليل المقاطع الخرسانية المعرضة لعزم انحناء بطريقة المقاومة القصوى

Design of R.C Sections Subjected to Bending by Ultimate Strength Method

تعتبر طريقة المقاومة القصوى (USD) من أكثر الطرق انتشارا وقبولا لتصميم المقاطع الخرسانية المعرضة لعزم انحناء. وذلك لأن طريقة المقاومة القصوى تعتبر حالة المقطع عندما يصل الي اقصى مقاومة له وبذلك يتم التصميم لمقاومة الحمل الاقصى الذي يمكن ان يتعرض له. وليس منطقيا ان نعرض المقطع لأقصى حمل او اقصى اجهاد وانما يتم ذلك افتراضيا بزيادة الحمل المؤثر علي المقطع بنسبة معينة وكذلك تخفيض مقاومة كلا من الخرسانة وحديد التسليح بقسمة هذه المقاومة (Strength) علي عامل معين أكبر من الواحد.

1-5 الحمل التصميمي الأقصى : Ultimate Design Load

يتم تحديد الحمل الاقصى من المعادلة الآتية :-

$$F_d = \gamma_f \times F_k$$

حيث:

F_d : الحمل التصميمي الأقصى

γ_f : عامل الامان الجزئي للاحمال.

F_k : الحمل الاصلي.

وعادة يرمز للحمل الاقصى بالرمز (U) الحمل الثابت أو الحمل الميت بالرمز (D) أما الحمل الحي أو

الحمل المتغير فيرمز له بالرمز (L).

ويحدد الكود قيمة الحمل الأقصى من المعادلة الآتية:-

$$U = 1.40 D + 1.60 L$$

$$U = 1.50 D + 1.50 L \quad \text{if } L < 0.75 D$$

2-5 معامل خفض المقاومة : Strength Reduction Factor

يضيف عامل خفض المقاومة معامل أمان نسبي وذلك بقسمة مقاومة كلا من الخرسانة وحديد التسليح علي معامل أكبر من الواحد الصحيح وذلك لاعتبار بعض العوامل غير المذكورة عند تصميم وتحليل المنشآت

الخرسانية مثل خواص المواد والاحمال المتوقعة وطريقة التنفيذ وخلافه. ويتم الحصول على المقاومة التصميمية الاسمية على معامل خفض المقاومة كما يلي:

$$F_d = F_k / \gamma_f$$

حيث:

F_d : المقاومة التصميمية (Design Strength) .

F_k : المقاومة الاسمية (Characteristic Strength) .

γ_f : معامل خفض المقاومة.

وفي حالة المقاطع الخرسانية المعرضة لأي نوع من انواع الاجهاد فيما عدا الضغط غير المحوري (Eccentric Compression) يكون معامل خفض المقاومة كما يلي:

$$\gamma_c = 1.50$$

$$\gamma_s = 1.15$$

حيث:

γ_c : معامل خفض المقاومة للخرسانة.

γ_s : معامل خفض المقاومة لحديد التسليح.

أما في حالة الضغط غير المحوري (في الاعمدة) فيكون معامل خفض المقاومة كما يلي:

$$\gamma_c = 1.75 - 0.50 \frac{e}{t} \geq 1.50$$

$$\gamma_s = 1.36 - 0.43 \frac{e}{t} \geq 1.15$$

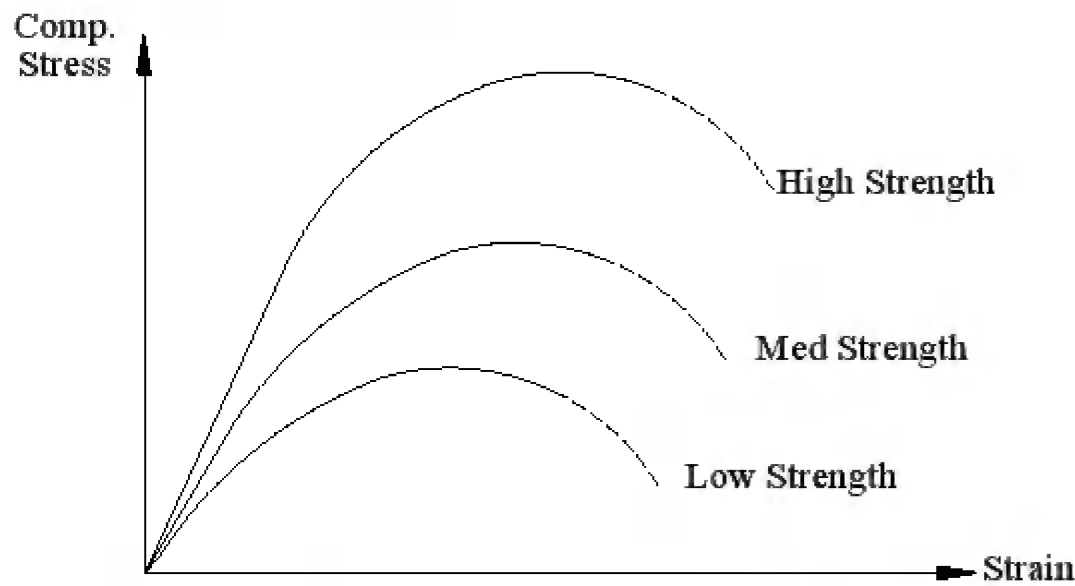
حيث:

e : لا مركزية قوة الضغط العمودية (Normal Force Eccentricity) .

t : عمق المقطع (Section Depth) .

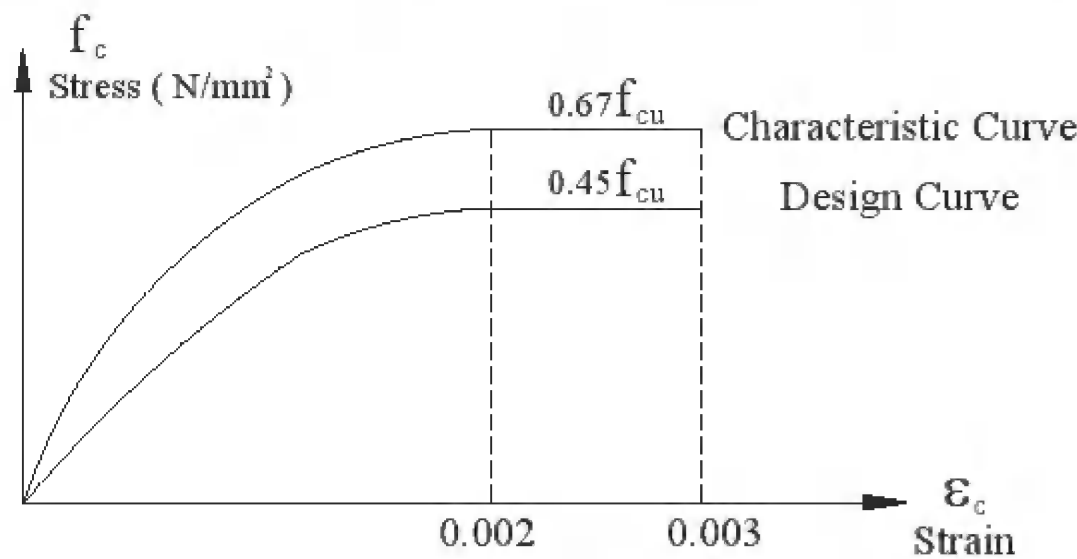
Normal Stress-Strain Curve for Concrete

3-5 منحنى الاجهاد والانفعال للخرسانة



شكل (5-1) منحنى الإجهاد والانفعال لأنواع مختلفة من الخرسانة

ونظرا لأن منحنى الاجهاد - الانفعال للخرسانة غير محدد تماما لاستخدامه معادلات الاتزان والتصميم فان الكود قد حدد المنحنى التالي للعلاقة بين الاجهاد والانفعال للخرسانة المعرضة لضغط محوري.



شكل (5-2) منحنى الإجهاد والانفعال المعدل للخرسانة والمستخدم في التصميم

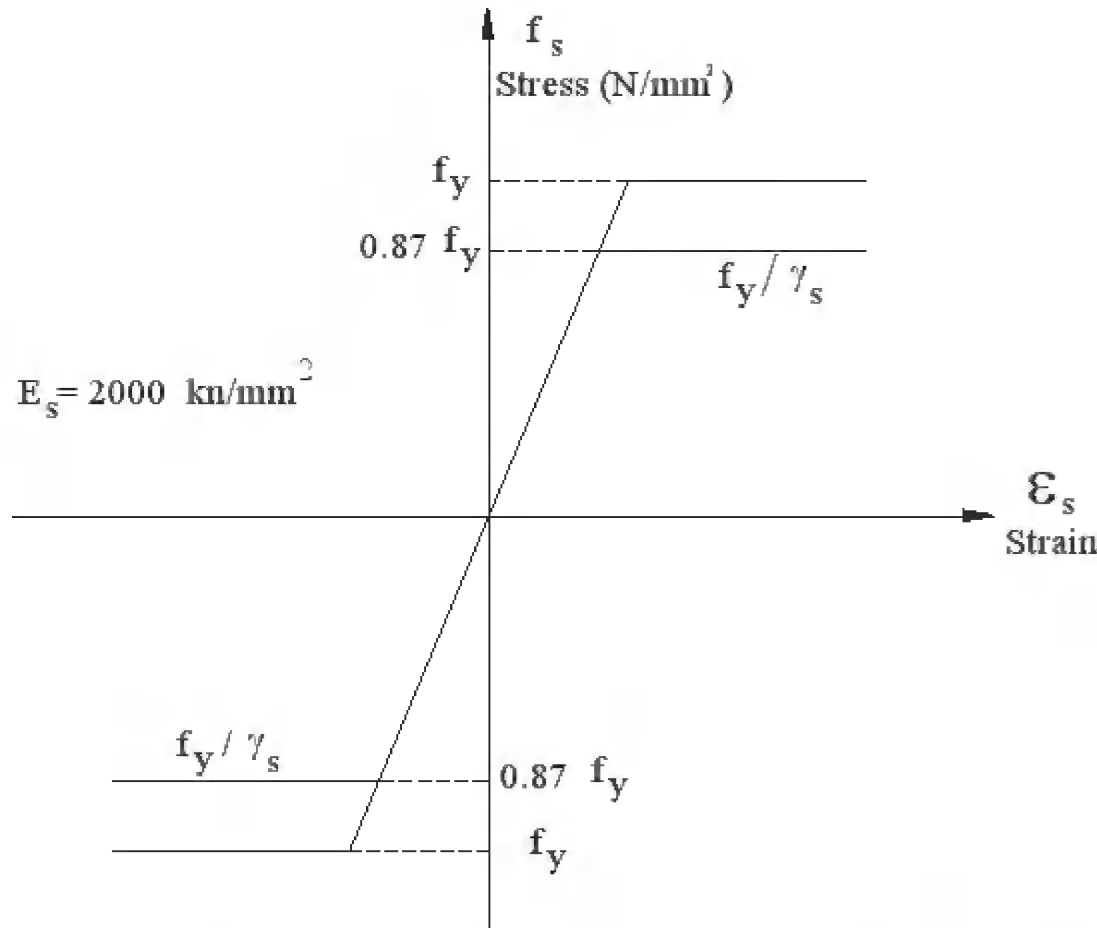
وسبب تخفيض المقاومة الاسمية للخرسانة f_{cu} الي $0.67 f_{cu}$ هو:

- أن سرعة التحميل في المعمل عند اختبار المكعبات القياسية تكون اكبر من سرعة تحميل المنشآت في الطبيعة وبذلك يتم التخفيض بنسبة 85% .
- أن علاقة الاجهاد والانفعال تم استنتاجها من مكعب وهو صغير بالنسبة لحجم المنشآت الفعلى وبذلك ندخل عامل الحجم و يتم تخفيض الاجهاد مرة اخري بنسبة 80% .

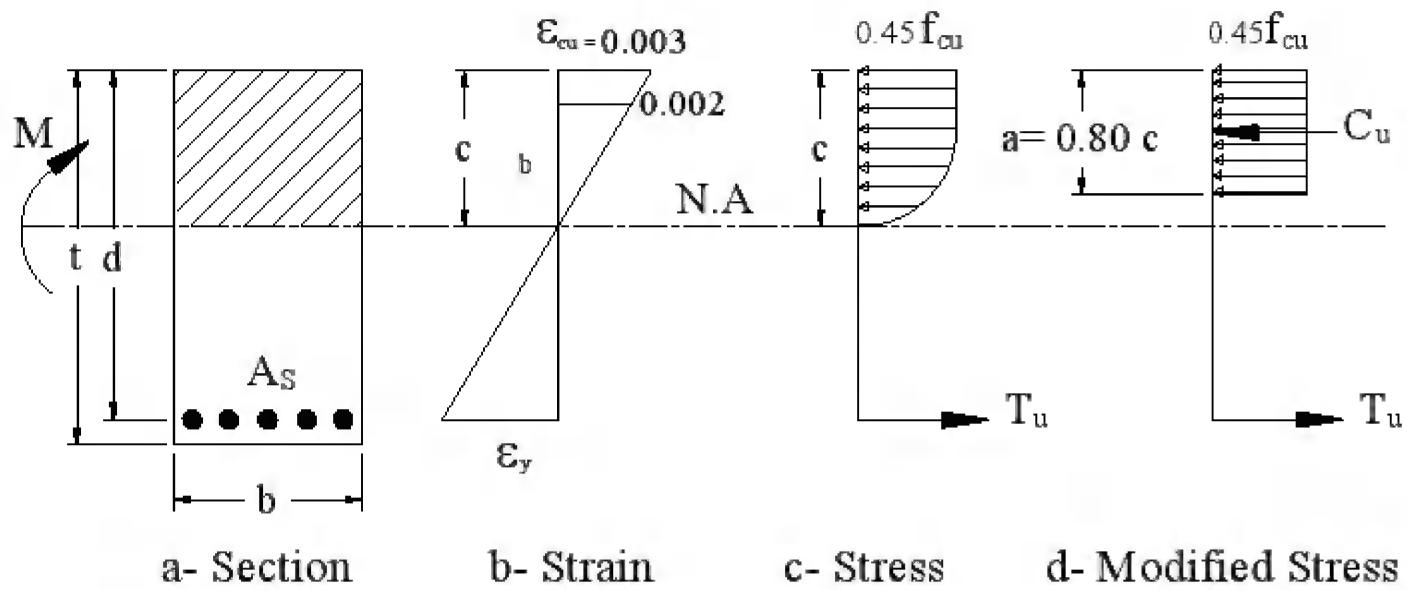
$$\text{Maximum Compression Stress} = 0.80 \times 0.85 f_{cu} = 0.67 f_{cu}$$

$$\text{Maximum Design Stress} = \frac{0.67 f_{cu}}{\gamma_c} = \frac{0.67 f_{cu}}{1.50} = 0.45 f_{cu}$$

4-5- منحنى الاجهاد والانفعال لحديد التسليح : Normal Stress-Strain Curve for Steel



5-5- توزيع اجهاد الضغط علي المقطع الخرساني : Compression Stress Distribution



يمثل الشكل السابق المقطع الخرساني المسلح المعرض لعزم انحناء يسبب شدا في الجزء السفلي وبالتالي يسبب ضغط في الجزء العلوي والمقطع له عمق كلي (t) وعمق فعال (d) وعرضه (b) وعمق محور التعادل

يساوي (c). ويمثل الجزء (b) توزيع الانفعال الخطي علي كامل القطاع حيث اكبر قيمة للانفعال أما الشكل (c) فيمثل توزيع الاجهادات علي المقطع الخرساني حيث يمثل الاجهاد الاقصى .

وهناك اعتباران عند تحديد الاجهاد الاقصى للضغط في المنشآت الخرسانية:

أ- أن التحميل الفعلي يتم بمعدل أقل بكثير من معدل التحميل الفعلي عند اختبار المكعبات الخرسانية في المعمل. ولذلك يتم تخفيض النتائج المعملية الي 0.85 من القيم المعملية.

ب- أن منحنى الاجهاد والانفعال يمثل العلاقة بالنسبة للاسطوانة القياسية بدلا من المكعب القياسي. وبذلك يتم تخفيض المقاومة المقاسة معمليا الي 0.80 من القيم المقاسة معمليا.

وبذلك تكون المقاومة القصوى في الضغط:

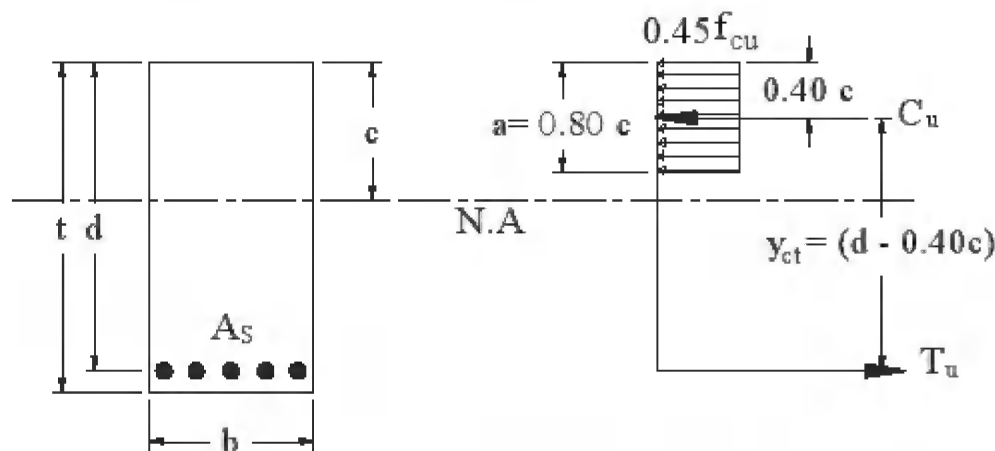
$$\text{Maximum Compression Stress} = 0.80 \times 0.85 = 0.67 f_{cu}$$

وبقسمة المقاومة القصوى علي عامل تخفيض المقاومة للخرسانة (1.50) تحصل علي المقاومة التصميمية في الانحاء للمنشآت الخرسانية.

$$\text{Maximum Design Stress} = \frac{0.67f_{cu}}{\gamma_c} = \frac{0.67f_{cu}}{1.50} = 0.45 f_{cu}$$

ولسهولة حساب العزم الداخلي في المقطع الخرساني يتم حساب الضغط الكلي المؤثر علي المقطع الخرساني C لذلك يتم تعديل توزيع الاجهادات في الشكل (c) الي اجهاد منتظم كما هو موضح بالشكل (d) بحيث تكون قيم محصلة الاجهادات للضغط في الحالتين (d) و (c) واحدة وكذلك مكان تأثيرها يكون ثابتا وبذلك يكون العزم الداخلي علي المقطع الخرساني في الحالتين (d) و (c) واحدا.

5-6- حالة مقطع مستطيل مسلح ناحية الشد فقط: Singly Reinforced Rectangular Section



$$\sum F_x = 0.0$$

بمساواة قوي الشد المؤثرة علي المقطع مع قوي الضغط

$$C_u = T_u$$

$$a.b.(0.45 f_{cu}) = 0.87 A_s . f_y$$

$$a = 1.93 \frac{A_s}{b} \cdot \frac{f_y}{f_{cu}}$$

$$a = 1.93 \frac{A_s}{b.d} \cdot \frac{f_y}{f_{cu}} . d$$

$$\mu = \frac{A_s}{b.d}$$

$$a = (1.93 \mu \cdot \frac{f_y}{f_{cu}}) . d$$

$$c = \frac{a}{0.80} = (2.41 \mu \cdot \frac{f_y}{f_{cu}}) . d$$

$$M_{external} = M_{internal}$$

وبمساواة العزم الخارجي بالعزم الداخلي

$$M_u = C_u \cdot y_{ct}$$

$$= a.b.(0.45 f_{cu}).(d-0.40c)$$

$$= (1.93 \mu \cdot \frac{f_y}{f_{cu}}) . d . b . (0.45 f_{cu}) [d - 0.40(2.41 \mu \cdot \frac{f_y}{f_{cu}}) . d]$$

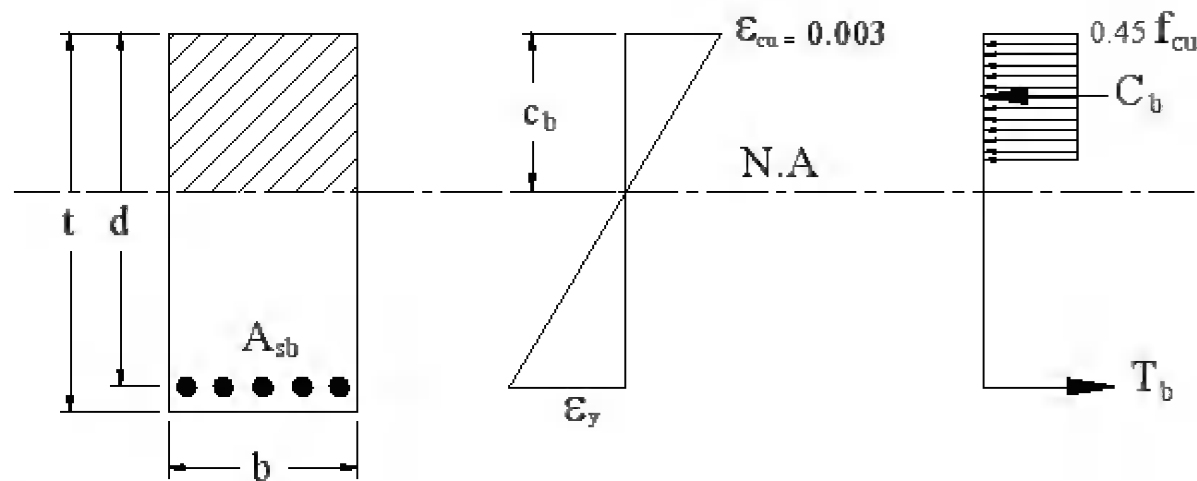
$$= 1.93 \times 0.45 f_{cu} . \mu . f_y . b . d^2 . (1 - 0.964 \mu \cdot \frac{f_y}{f_{cu}})$$

$$= 0.87 f_{cu} . \mu . f_y . (1 - 0.964 \mu \cdot \frac{f_y}{f_{cu}}) . b . d^2$$

$$= K_u . b . d^2$$

5-7- نسبة التسليح المتوازن (μ_b) : Balanced Reinforcement Ratio

يلاحظ من المعادلة الاخيرة التي تربط العزم الخارجي المؤثر علي القطاع الخرساني مع الاجهادات الداخلية وابعاد القطاع أنه يمكن زيادة العزم المؤثر علي القطاع بزيادة نسبة التسليح لقطاع ذو ابعاد ثابتة. ومع زيادة نسبة التسليح تزداد مقاومة المقطع للعزوم. وتوجد نسبة تسليح معينة يحدث عنها أقصى انفعال في حديد التسليح (ϵ_y) وهذه النسبة يطلق عليها نسبة التسليح المتوازن حيث يحدث أكبر اجهاد في الخرسانة وفي حديد التسليح في نفس الوقت. ولتحديد نسبة التسليح المتوازن يتم دراسة مقطع خرساني مسلح بنسبة التسليح المتوازن كما يلي:



$$\frac{c_b}{d} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} = \frac{0.003}{0.003 + \frac{0.87 f_y}{2 \times 10^5}}$$

Where:

$$\epsilon_y = \frac{0.87 f_y}{E_s} = \frac{0.87 f_y}{2 \times 10^5} \quad (\text{N/mm}^2)$$

$$\frac{c_b}{d} = \frac{600}{600 + 0.87 f_y}$$

$$c_b = \frac{600}{600 + 0.87 f_y} \cdot d$$

وبحساب قوتي الضغط والشد في المقطع الخرساني عند نسبة التسليح المتوازن:

$$C_b = 0.45 f_{cu} \times 0.80 c_b \cdot b = 0.356 f_{cu} \cdot c_b \cdot b$$

$$T_b = 0.87 A_s \cdot f_y = 0.87 \mu_b b \cdot d \cdot f_y$$

وبمساواة قوتي الشد والضغط

$$C_b = T_b$$

$$0.356 f_{cu} \cdot c_b \cdot b = 0.87 \mu_b b \cdot d \cdot f_y$$

$$\mu_b = 0.41 \frac{f_{cu}}{f_y} \cdot \left(\frac{c_b}{d} \right)$$

وبالتعويض عن قيمة $\left(\frac{c_b}{d} \right)$ المستنتجة سابقا في المعادلة السابقة:

$$\mu_b = 0.41 \frac{f_{cu}}{f_y} \cdot \left(\frac{600}{600 + 0.87 f_y} \right)$$

وعند تسليح المقطع الخرساني بنسبة التسليح المتوازن يحدث الانهيار في الخرسانة وحديد التسليح في نفس الوقت. ولضمان أن يحدث الانهيار في حديد التسليح أولاً وليكون الانهيار انهياراً لدناً (Ductile Failure) يتم تسليح المقاطع الخرسانية عند تصميمها بنسبة تسليح أقل من التسليح المتوازن وبذلك يصل أقصى إجهاد في حديد التسليح قبل حدوثه في الخرسانة وينص الكود المصري على ألا يزيد نسبة التسليح العظمي عن ثلثي نسبة التسليح المتوازن.

5-8- نسبة التسليح العظمي في المقاطع المعرضة لعزوم انحناء: Maximum Reinforcement Ratio

$$\mu_{\max} = \frac{2}{3} \mu_b$$

$$\mu_{\max} = 0.273 \frac{f_{cu}}{f_y} \left(\frac{600}{600 + 0.87 f_y} \right)$$

والجدول التالي يوضح نسبة التسليح العظمي حسب إجهاد الخرسانة وحديد التسليح

جدول (5-1) نسبة التسليح العظمي في المقاطع الخرسانية المعرضة لانحناء

$f_y \backslash F_{cu}$	20	22.5	25	30
24 / 35	1.69	1.90	2.11	2.53
36 / 53	1.00	1.12	1.25	1.49

وفي حالة نسبة التسليح العظمي تكون هناك قيمة مناظرة لعرق محور التعادل (Neutral Axis) (c_{\max})

$$c_{\max} = \frac{2}{3} c_b$$

$$\frac{c_{\max}}{d} = \frac{400}{600 + 0.87 f_y}$$

والوحدات المستخدمة في كافة المعادلات والجدول السابقة هي (نيوتن) و (مم).

ويلاحظ أن نسبة التسليح العظمي في المقاطع المصممة بطريقة المقاومة القصوي تكون عادة أعلى من نسبة التسليح المتوازن في حالة التصميم بطريقة المرونة أو بطريقة إجهاد التشغيل بمقدار % (20 - 40).

5-9- نسبة التسليح الدنيا في المقاطع المعرضة لعزوم انحناء: Minimum Reinforcement Ratio

لضمان انهيار لدن (Ductile Failure) للمنشآت الخرسانية فإن مقاومة المقطع الخرساني المسلح يجب ألا تقل عن مقاومة المقطع الخرساني غير المسلح . ومعروف انه في حالة المقطع الخرساني قبل التشريح يكون القطاع كلة فعال أما في حالة المقطع الخرساني المسلح فان الجزء المعرض للتشد والذي يقع اسفل محور التعادل في حالة تعرض المقطع لعزم انحناء موجب (يحدث شد في الاسفل) هذا الجزء المعرض للتشد يتم إهماله ولا يتم حسابه عند حساب العزم الثاني للمساحة أو عزم القصور .

$$M_u > M_{cr}$$

$$M_{cr} = f_{ctr} \cdot \frac{I_g}{y}$$

$$f_{ctr} = 0.60 \sqrt{f_{cu}} \quad \text{N/mm}^2$$

وبالنسبة لمقطع مستطيل

$$M_{cr} = 0.60 \sqrt{f_{cu}} \cdot \frac{b \cdot h^3 / 12}{h / 2}$$

$$= 0.10 \sqrt{f_{cu}} \cdot b \cdot h^2$$

$$M_u = T \cdot y_{ct}$$

بفرض $y_{ct} = 0.90 d$

$$M_u = 0.87 A_s \cdot f_y \cdot (0.90d)$$

$$= 0.78 \mu b \cdot d^2 \cdot f_y$$

$$M_u > M_{cr}$$

$$0.78 \mu b \cdot d^2 \cdot f_y \geq 0.10 \sqrt{f_{cu}} \cdot b \cdot h^2$$

$$\mu_{min} = 0.13 \frac{\sqrt{f_{cu}}}{f_y} \cdot \left(\frac{h}{d}\right)^2$$

بفرض $0.90 = \frac{h}{d}$

$$\mu_{min} = 0.105 \frac{\sqrt{f_{cu}}}{f_y}$$

والجدول التالي يبين نسبة الحديد الدنيا لقيم مختلفة من اجهاد الخرسانة

نسبة التسليح الدنيا لقيم مختلفة من إجهاد الخرسانة

$f_{cu} (N/mm^2)$	20	25	30
μ_{min}	$\frac{0.47}{f_y}$	$\frac{0.525}{f_y}$	$\frac{0.575}{f_y}$

وينص الكود المصري علي أن نسبة التسليح الدنيا في المنشآت الخرسانية المعرضة لانحناء يجب ألا يقل عن $\frac{1.1}{f_y}$ بوحدات النيوتن والمم.

مما سبق يتضح أنه يمكن تصميم عدد لا نهائي من المقاطع الخرسانية جميعها تتفق في العرض (b) والاعهاد المسموح به في الخرسانة وحديد التسليح (A_s). فكلما زاد العمق قلت مساحة حديد التسليح. وتوجد جداول لتصميم المقاطع الخرسانية المعرضة لعزوم انحناء بطريقة المقاومة القصوي. وهذه الجداول مستنتجة من المعادلة :

$$M_u = K_u \cdot b \cdot d^2$$

حيث (K_u) دالة في مقاومة الخرسانة (f_{cu}) ومقاومة الخضوع لحديد التسليح (f_y) ونسبة التسليح (μ). عند تصميم المنشآت الخرسانية يفضل أن يكون الحائط أسفل الكمرة الخرسانية ، وعادة يكون 120مم أو 250 مم أو يتم اختياره من (0.2 – 0.5) العمق الكلي للكمرة. وعند التصميم يتم اختيار عمق الكمرة وبالتالي نحسب قيم مساحة حديد التسليح أو يتم اختيار نسبة التسليح للمقطع أولاً ثم يتم حساب عمق القطاع الفعال. والصفحات التالية تحتوي علي جداول التصميم حسب إجهاد الحديد التسليح وإجهاد الخرسانة. والامثلة التالية توضح كيفية تصميم المقاطع الخرسانية أو حساب العزم الاقصى (Ultimate Moment) الذي يمكن للمقطع مقاومته في حالة مقاطع خرسانية معرضة لعزم انحناء ومسلح ناحية الشد فقط. وفي الصفحات التالية قيمة K_u محسوبة لقيم متغيرة من إجهاد الخرسانة وحديد التسليح .

$$f_y = 240 \text{ N/mm}^2$$

Ku	fcu=20		fcu=22.5		fcu=25		fcu=27.5		fcu=30	
	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'
0.6	0.30	-	0.30	-	0.30	-	0.30	-	0.30	-
0.7	0.35	-	0.35	-	0.35	-	0.35	-	0.35	-
0.8	0.40	-	0.40	-	0.40	-	0.40	-	0.40	-
0.9	0.46	-	0.45	-	0.45	-	0.45	-	0.45	-
1.0	0.51	-	0.51	-	0.50	-	0.50	-	0.50	-
1.1	0.57	-	0.56	-	0.56	-	0.56	-	0.55	-
1.2	0.62	-	0.62	-	0.61	-	0.61	-	0.61	-
1.3	0.68	-	0.67	-	0.67	-	0.66	-	0.66	-
1.4	0.74	-	0.73	-	0.72	-	0.72	-	0.71	-
1.5	0.79	-	0.78	-	0.78	-	0.77	-	0.77	-
1.6	0.85	-	0.84	-	0.83	-	0.83	-	0.82	-
1.7	0.91	-	0.90	-	0.89	-	0.88	-	0.88	-
1.8	0.98	-	0.96	-	0.95	-	0.94	-	0.93	-
1.9	1.04	-	1.02	-	1.01	-	1.00	-	0.99	-
2.0	1.10	-	1.08	-	1.07	-	1.05	-	1.05	-
2.1	1.17	-	1.14	-	1.13	-	1.11	-	1.10	-
2.2	1.23	-	1.21	-	1.19	-	1.17	-	1.16	-
2.3	1.30	-	1.27	-	1.25	-	1.23	-	1.22	-
2.4	1.37	-	1.34	-	1.31	-	1.29	-	1.28	-
2.5	1.44	-	1.40	-	1.38	-	1.36	-	1.34	-
2.6	1.52	-	1.47	-	1.44	-	1.42	-	1.40	-
2.7	1.59	-	1.54	-	1.51	-	1.48	-	1.46	-
2.8	1.67	-	1.61	-	1.58	-	1.55	-	1.53	-
2.9	1.72	0.03	1.69	-	1.64	-	1.61	-	1.59	-
3.0	1.77	0.08	1.76	-	1.71	-	1.68	-	1.65	-

تليع $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$

Ku	fcu=20		fcu=22.5		fcu=25		fcu=27.5		fcu=30	
	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'
3.1	1.82	0.13	1.84	-	1.79	-	1.75	-	1.72	-
3.2	1.87	0.18	1.90	-	1.86	-	1.82	-	1.78	-
3.3	1.92	0.23	1.95	0.05	1.93	-	1.89	-	1.85	-
3.4	1.97	0.28	2.00	0.10	2.01	-	1.96	-	1.92	-
3.5	2.02	0.33	2.05	0.15	2.09	-	2.03	-	1.99	-
3.6	2.07	0.38	2.10	0.20	2.14	0.02	2.10	-	2.06	-
3.7	2.12	0.43	2.15	0.25	2.19	0.07	2.18	-	2.13	-
3.8	2.17	0.48	2.21	0.30	2.24	0.12	2.26	-	2.20	-
3.9	2.22	0.53	2.26	0.35	2.29	0.17	2.33	-	2.27	-
4.0	2.27	0.58	2.31	0.40	2.34	0.22	2.37	0.04	2.35	-
4.1	2.32	0.63	2.36	0.45	2.39	0.27	2.42	0.09	2.43	-
4.2	2.37	0.68	2.41	0.50	2.44	0.32	2.47	0.14	2.50	-
4.3	2.43	0.73	2.46	0.55	2.49	0.37	2.52	0.19	2.55	0.01
4.4	2.48	0.78	2.51	0.60	2.54	0.42	2.57	0.24	2.60	0.06
4.5	2.53	0.83	2.56	0.65	2.59	0.47	2.62	0.29	2.65	0.11
4.6	2.58	0.88	2.61	0.70	2.64	0.52	2.67	0.34	2.71	0.16
4.7	2.63	0.93	2.66	0.75	2.69	0.57	2.72	0.39	2.76	0.21
4.8	2.68	0.98	2.71	0.80	2.74	0.62	2.77	0.44	2.81	0.27
4.9	2.73	1.03	2.76	0.85	2.79	0.67	2.82	0.50	2.86	0.32
5.0	2.78	1.08	2.81	0.90	2.84	0.73	2.87	0.55	2.91	0.37
5.1	2.83	1.13	2.86	0.96	2.89	0.78	2.92	0.60	2.96	0.42
5.2	2.88	1.19	2.91	1.01	2.94	0.83	2.98	0.65	3.01	0.47
5.3	2.93	1.24	2.96	1.06	2.99	0.88	3.03	0.70	3.06	0.52
5.4	2.98	1.29	3.01	1.11	3.04	0.93	3.08	0.75	3.11	0.57
5.5	3.03	1.34	3.06	1.16	3.09	0.98	3.13	0.80	3.16	0.62

$$f_y = 280 \text{ N/mm}^2$$

Ku	fcu=20		fcu=22.5		fcu=25		fcu=27.5		fcu=30	
	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'
0.6	0.26	-	0.26	-	0.26	-	0.25	-	0.25	-
0.7	0.30	-	0.30	-	0.30	-	0.30	-	0.30	-
0.8	0.35	-	0.34	-	0.34	-	0.34	-	0.34	-
0.9	0.39	-	0.39	-	0.39	-	0.39	-	0.38	-
1.0	0.44	-	0.44	-	0.43	-	0.43	-	0.43	-
1.1	0.49	-	0.48	-	0.48	-	0.48	-	0.47	-
1.2	0.53	-	0.53	-	0.52	-	0.52	-	0.52	-
1.3	0.58	-	0.58	-	0.57	-	0.57	-	0.56	-
1.4	0.63	-	0.62	-	0.62	-	0.61	-	0.61	-
1.5	0.68	-	0.67	-	0.67	-	0.66	-	0.66	-
1.6	0.73	-	0.72	-	0.71	-	0.71	-	0.70	-
1.7	0.78	-	0.77	-	0.76	-	0.76	-	0.75	-
1.8	0.84	-	0.82	-	0.81	-	0.81	-	0.80	-
1.9	0.89	-	0.87	-	0.86	-	0.85	-	0.85	-
2.0	0.94	-	0.93	-	0.91	-	0.90	-	0.90	-
2.1	1.00	-	0.98	-	0.97	-	0.95	-	0.95	-
2.2	1.06	-	1.03	-	1.02	-	1.01	-	1.00	-
2.3	1.12	-	1.09	-	1.07	-	1.06	-	1.05	-
2.4	1.18	-	1.15	-	1.13	-	1.11	-	1.10	-
2.5	1.24	-	1.20	-	1.18	-	1.16	-	1.15	-
2.6	1.30	-	1.26	-	1.24	-	1.22	-	1.20	-
2.7	1.36	-	1.32	-	1.29	-	1.27	-	1.25	-
2.8	1.41	0.02	1.38	-	1.35	-	1.33	-	1.31	-
2.9	1.45	0.06	1.45	-	1.41	-	1.38	-	1.36	-
3.0	1.50	0.10	1.51	-	1.47	-	1.44	-	1.42	-

$f_y = 280 \text{ N/mm}^2$ تابع

Ku	fcu=20		fcu=22.5		fcu=25		fcu=27.5		fcu=30	
	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'
3.1	1.54	0.15	1.56	-	1.53	-	1.50	-	1.47	-
3.2	1.58	0.19	1.61	0.04	1.59	-	1.56	-	1.53	-
3.3	1.63	0.23	1.65	0.08	1.66	-	1.62	-	1.59	-
3.4	1.67	0.28	1.69	0.13	1.72	-	1.68	-	1.64	-
3.5	1.71	0.32	1.74	0.17	1.76	0.02	1.74	-	1.70	-
3.6	1.76	0.36	1.78	0.21	1.80	0.06	1.80	-	1.76	-
3.7	1.80	0.41	1.82	0.26	1.85	0.11	1.87	-	1.82	-
3.8	1.84	0.45	1.87	0.30	1.89	0.15	1.92	-	1.89	-
3.9	1.88	0.49	1.91	0.34	1.93	0.19	1.96	0.05	1.95	-
4.0	1.93	0.54	1.95	0.39	1.98	0.24	2.00	0.09	2.01	-
4.1	1.97	0.58	2.00	0.43	2.02	0.28	2.05	0.13	2.08	-
4.2	2.01	0.62	2.04	0.47	2.06	0.32	2.09	0.18	2.11	0.03
4.3	2.06	0.67	2.08	0.52	2.11	0.37	2.13	0.22	2.16	0.07
4.4	2.10	0.71	2.13	0.56	2.15	0.41	2.18	0.26	2.20	0.11
4.5	2.14	0.75	2.17	0.60	2.19	0.45	2.22	0.30	2.24	0.16
4.6	2.19	0.80	2.21	0.65	2.24	0.50	2.26	0.35	2.29	0.20
4.7	2.23	0.84	2.26	0.69	2.28	0.54	2.31	0.39	2.33	0.24
4.8	2.27	0.88	2.30	0.73	2.32	0.58	2.35	0.43	2.37	0.29
4.9	2.32	0.92	2.34	0.78	2.37	0.63	2.39	0.48	2.42	0.33
5.0	2.36	0.97	2.39	0.82	2.41	0.67	2.43	0.52	2.46	0.37
5.1	2.40	1.01	2.43	0.86	2.45	0.71	2.48	0.56	2.50	0.42
5.2	2.45	1.05	2.47	0.91	2.50	0.76	2.52	0.61	2.55	0.46
5.3	2.49	1.10	2.51	0.95	2.54	0.80	2.56	0.65	2.59	0.50

$$f_y = 360 \text{ N/mm}^2$$

Ku	fcu=20		fcu=22.5		fcu=25		fcu=27.5		fcu=30	
	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'
0.8	0.27	-	0.27	-	0.27	-	0.27	-	0.27	-
0.9	0.30	-	0.30	-	0.30	-	0.30	-	0.30	-
1.0	0.34	-	0.34	-	0.34	-	0.34	-	0.33	-
1.1	0.38	-	0.37	-	0.37	-	0.37	-	0.37	-
1.2	0.41	-	0.41	-	0.41	-	0.41	-	0.40	-
1.3	0.45	-	0.45	-	0.44	-	0.44	-	0.44	-
1.4	0.49	-	0.48	-	0.48	-	0.48	-	0.48	-
1.5	0.53	-	0.52	-	0.52	-	0.51	-	0.51	-
1.6	0.57	-	0.56	-	0.56	-	0.55	-	0.55	-
1.7	0.61	-	0.60	-	0.59	-	0.59	-	0.58	-
1.8	0.65	-	0.64	-	0.63	-	0.63	-	0.62	-
1.9	0.69	-	0.68	-	0.67	-	0.66	-	0.66	-
2.0	0.73	-	0.72	-	0.71	-	0.70	-	0.70	-
2.1	0.78	-	0.76	-	0.75	-	0.74	-	0.74	-
2.2	0.82	-	0.80	-	0.79	-	0.78	-	0.77	-
2.3	0.87	-	0.85	-	0.83	-	0.82	-	0.81	-
2.4	0.91	-	0.89	-	0.88	-	0.86	-	0.85	-
2.5	0.96	-	0.94	-	0.92	-	0.90	-	0.89	-
2.6	1.00	-	0.98	-	0.96	-	0.95	-	0.93	-
2.7	1.04	0.04	1.03	-	1.01	-	0.99	-	0.98	-
2.8	1.07	0.07	1.08	-	1.05	-	1.03	-	1.02	-
2.9	1.10	0.10	1.12	-	1.10	-	1.08	-	1.06	-
3.0	1.14	0.14	1.15	0.03	1.14	-	1.12	-	1.10	-

$f_y = 360 \text{ N/mm}^2$ تابع

Ku	fcu=20		fcu=22.5		fcu=25		fcu=27.5		fcu=30	
	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'
3.1	1.17	0.17	1.19	0.06	1.19	-	1.16	-	1.15	-
3.2	1.20	0.20	1.22	0.09	1.24	-	1.21	-	1.19	-
3.3	1.24	0.24	1.25	0.13	1.27	0.02	1.26	-	1.23	-
3.4	1.27	0.27	1.29	0.16	1.30	0.05	1.30	-	1.28	-
3.5	1.30	0.30	1.32	0.20	1.34	0.09	1.35	-	1.32	-
3.6	1.34	0.34	1.35	0.23	1.37	0.12	1.39	0.01	1.37	-
3.7	1.37	0.37	1.39	0.26	1.40	0.15	1.42	0.04	1.42	-
3.8	1.41	0.41	1.42	0.30	1.44	0.19	1.45	0.08	1.47	-
3.9	1.44	0.44	1.45	0.33	1.47	0.22	1.49	0.11	1.50	-
4.0	1.47	0.47	1.49	0.36	1.50	0.25	1.52	0.15	1.54	0.04
4.1	1.51	0.51	1.52	0.40	1.54	0.29	1.55	0.18	1.57	0.07
4.2	1.54	0.54	1.56	0.43	1.57	0.32	1.59	0.21	1.60	0.10
4.3	1.57	0.57	1.59	0.46	1.61	0.36	1.62	0.25	1.64	0.14
4.4	1.61	0.61	1.62	0.50	1.64	0.39	1.65	0.28	1.67	0.17
4.5	1.64	0.64	1.66	0.53	1.67	0.42	1.69	0.31	1.70	0.20
4.6	1.67	0.67	1.69	0.56	1.71	0.46	1.72	0.35	1.74	0.24
4.7	1.71	0.71	1.72	0.60	1.74	0.49	1.76	0.38	1.77	0.27
4.8	1.74	0.74	1.76	0.63	1.77	0.52	1.79	0.41	1.81	0.31
4.9	1.77	0.77	1.79	0.67	1.81	0.56	1.82	0.45	1.84	0.34
5.0	1.81	0.81	1.82	0.70	1.84	0.59	1.86	0.48	1.87	0.37

$$f_y = 400 \text{ N/mm}^2$$

Ku	fcu=20		fcu=22.5		fcu=25		fcu=27.5		fcu=30	
	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'
0.9	0.27	-	0.27	-	0.27	-	0.27	-	0.27	-
1.0	0.31	-	0.30	-	0.30	-	0.30	-	0.30	-
1.1	0.34	-	0.34	-	0.33	-	0.33	-	0.33	-
1.2	0.37	-	0.37	-	0.37	-	0.37	-	0.36	-
1.3	0.41	-	0.40	-	0.40	-	0.40	-	0.40	-
1.4	0.44	-	0.44	-	0.43	-	0.43	-	0.43	-
1.5	0.48	-	0.47	-	0.47	-	0.46	-	0.46	-
1.6	0.51	-	0.51	-	0.50	-	0.50	-	0.49	-
1.7	0.55	-	0.54	-	0.53	-	0.53	-	0.53	-
1.8	0.59	-	0.58	-	0.57	-	0.56	-	0.56	-
1.9	0.62	-	0.61	-	0.60	-	0.60	-	0.59	-
2.0	0.66	-	0.65	-	0.64	-	0.63	-	0.63	-
2.1	0.70	-	0.69	-	0.68	-	0.67	-	0.66	-
2.2	0.74	-	0.72	-	0.71	-	0.70	-	0.70	-
2.3	0.78	-	0.76	-	0.75	-	0.74	-	0.73	-
2.4	0.82	-	0.80	-	0.79	-	0.78	-	0.77	-
2.5	0.87	-	0.84	-	0.83	-	0.81	-	0.80	-
2.6	0.89	0.02	0.88	-	0.87	-	0.85	-	0.84	-
2.7	0.92	0.05	0.93	-	0.91	-	0.89	-	0.88	-
2.8	0.95	0.08	0.97	-	0.95	-	0.93	-	0.92	-
2.9	0.98	0.12	1.00	0.02	0.99	-	0.97	-	0.95	-
3.0	1.01	0.15	1.03	0.05	1.03	-	1.01	-	0.99	-

تليح $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$

Ku	fcu=20		fcu=22.5		fcu=25		fcu=27.5		fcu=30	
	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'
3.1	1.04	0.18	1.06	0.08	1.07	-	1.05	-	1.03	-
3.2	1.07	0.21	1.09	0.11	1.10	0.02	1.09	-	1.07	-
3.3	1.10	0.24	1.12	0.14	1.13	0.05	1.13	-	1.11	-
3.4	1.13	0.27	1.15	0.17	1.16	0.08	1.17	-	1.15	-
3.5	1.16	0.30	1.18	0.20	1.19	0.11	1.20	0.01	1.19	-
3.6	1.19	0.33	1.21	0.23	1.22	0.14	1.23	0.04	1.23	-
3.7	1.22	0.36	1.24	0.26	1.25	0.17	1.26	0.07	1.28	-
38.00	1.25	0.39	1.27	0.29	1.28	0.20	1.29	0.10	1.31	0.01
3.9	1.28	0.42	1.30	0.32	1.31	0.23	1.32	0.13	1.34	0.04
4.0	1.32	0.45	1.33	0.35	1.34	0.26	1.35	0.16	1.37	0.07
4.1	1.35	0.48	1.36	0.38	1.37	0.29	1.38	0.19	1.40	0.10
4.2	1.38	0.51	1.39	0.41	1.40	0.32	1.41	0.22	1.43	0.13
4.3	1.41	0.54	1.42	0.44	1.43	0.35	1.45	0.25	1.46	0.16
4.4	1.44	0.57	1.45	0.47	1.46	0.38	1.48	0.28	1.49	0.19
4.5	1.47	0.60	1.48	0.50	1.49	0.41	1.51	0.31	1.52	0.22
4.6	1.50	0.63	1.51	0.53	1.52	0.44	1.54	0.34	1.55	0.25
4.7	1.53	0.66	1.54	0.56	1.55	0.47	1.57	0.37	1.58	0.28
4.8	1.56	0.69	1.57	0.59	1.58	0.50	1.60	0.40	1.61	0.31

Example (5-1):

Design a rectangular R.C. section subjected to an ultimate bending moment of 150 m.kn , $b = 250 \text{ mm}$, $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$

Using : a- Working Stress Method.

b- Ultimate Strength Design Method.

Solution:

a- Working Stress Method.

$$M_w = \frac{M_u}{1.50} = \frac{150}{1.50} = 100 \text{ m.kn}$$

$$f_c = 9.5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_s = 140 \text{ N/mm}^2$$

From Tables $K_1 = 0.708$, $K_2 = 116.5$

$$d = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.708 \sqrt{\frac{100 \times 10^6}{250}} = 448.8 \text{ mm}$$

$$A_s = \frac{M}{K_2 \cdot d} = \frac{100 \times 10^6}{116.5 \times 448.8} = 1912.6 \text{ mm}^2$$

b- Ultimate Strength Design Method.

i – Assume $d = 448.8 \text{ mm}$

$$M_u = K_u \cdot b \cdot d^2$$

$$150 \times 10^6 = K_u (250)(448.8)^2$$

$$K_u = 2.98$$

From tables $\mu = 1.69 \%$

$$A_s = \frac{1.69}{100} \times 448.8 \times 250 = 1896.2 \text{ mm}^2$$

وبمقارنة النتائج بحالة اجهاد التشغيل نجد أن القيم متقاربة في الحالتين.

ii – Assume $A_{s \min}$ $\mu = 0.30 \%$

From tables $K_u = 0.6$

$$M_u = K_u \cdot b \cdot d^2$$

$$150 \times 10^6 = (0.6) (250) \cdot d^2 \Rightarrow d = 1000 \text{ mm}$$

$$A_s = \frac{0.30}{100} \times 1000 \times 250 = 750 \text{ mm}^2$$

iii – Assume $A_{s \max} \mu = 2.09 \%$

From tables $K_u = 3.5$

$$M_u = K_u \cdot b \cdot d^2$$

$$150 \times 10^6 = (3.5) (250) \cdot d^2 \Rightarrow d = 414 \text{ mm}$$

$$A_s = \frac{2.09}{100} \times 414 \times 250 = 2163 \text{ mm}^2$$

Method	d (mm)	A_s (mm ²)
Working	450	1912.6
Ultimate	450	1896.2
Ultimate	1000	750
Ultimate	414	2163

5-10- حساب المقاومة القصوي للمقطع : Finding the Section Capacity

Given f_{cu} , f_y , b , d , A_s

Find M_u

Solution:

$$\mu = \frac{A_s}{b \cdot d}$$

From Tables get K_u

$$M_u = K_u \cdot b \cdot d^2$$

Example (5-2):

Find the ultimate bending moment that can be resisted by the shown section.

$$f_{cu} = 22.5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_y = 360 \text{ N/mm}^2$$

Solution:

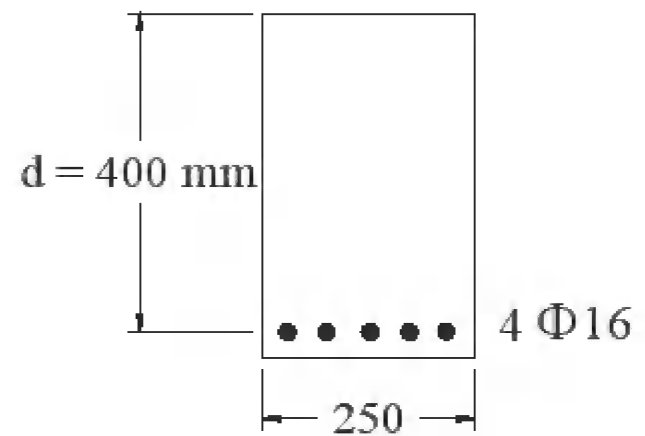
$$A_s = 4 \times 201 = 804 \text{ mm}^2$$

$$\mu = \frac{A_s}{b.d} = \frac{804}{250 \times 400} = 0.80 \%$$

From Tables $K_u = 2.2$

$$M_u = K_u . b . d^2$$

$$= (2.2) (250) . (400)^2 = 88 \text{ m.kn}$$



Using Working Stress Method:

$$f_c = 9.0 \text{ N/mm}^2 , \quad f_y = 200 \text{ N/mm}^2$$

$$K_1 = 0.798 , \quad K_2 = 173.1$$

$$d = K_1 \sqrt{\frac{M_1}{b}} \Rightarrow 400 = 0.798 \sqrt{\frac{M_1}{250}} \Rightarrow M_1 = 62.8 \text{ m.kn}$$

$$A_s = \frac{M_2}{K_2 . d} \Rightarrow 804 = \frac{M_2}{173.1 \times 400} \Rightarrow M_2 = 55.7 \text{ m.kn}$$

$$M_w = \min \text{ of } (M_1) \text{ and } (M_2) = 55.7 \text{ m.kn}$$

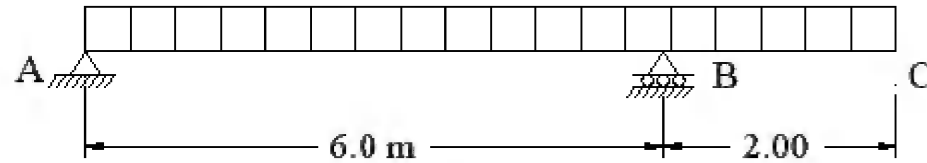
$$M_u = 1.50 M_w = 1.50 \times 55.7 = 83.55 \text{ m.kn}$$

يلاحظ أن قيم (M_u) متقاربة في الحالتين.

ويلاحظ أن العزم الأقصى (M_u) يكون محسوب علي أساس الحمل الأقصى هو يساوي تقريبا مرة ونصف حمل التشغيل مع العزم الأقصى يجب ضرب الأول $\times 1.50$.

Example (5-3):

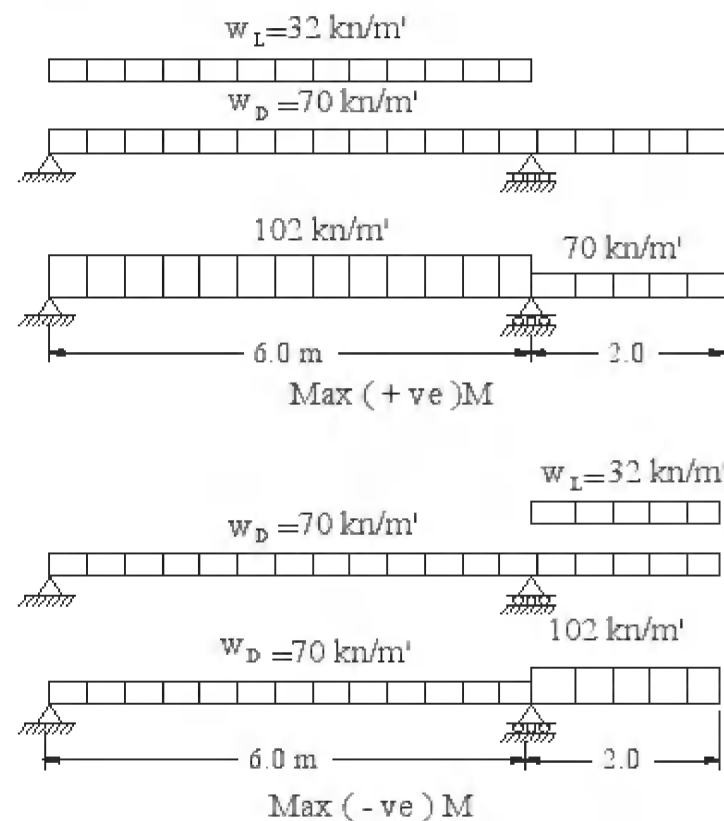
Design the critical sections in the shown beam. Use the same depth , dead load = 50 kn/m' and L.L = 20 kn/m' Use $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$, $b = 250 \text{ mm}$.

**Solution:**

في هذه الكمرة يوجد مقطعان حرجان . أولهما معرض لأكبر انحناء موجب ويقع في المنطقة AB ولتحديده يجب تحديد المقطع المعرض لقوة قيمتها صفر . أما المقطع الثاني والمعرض لأكبر عزم انحناء سالب فيقع عند الركيزة B. وفي حالة تحديد أكبر عزم انحناء موجب فيكون الجزء AB معرض للحمل الحي بالإضافة إلى الحمل الميت أما الجزء BC فيكون معرض للحمل الميت فقط . أما في حالة أقصى عزم سالب فيكون BC معرض للحمل الحي بالإضافة إلى الحمل الميت أما تحميل الجزء AB فلا يؤثر في هذه الحالة .

In case dead load only $U = 1.40 \times 50 = 70 \text{ kn/m'}$

In case dead + Live load $U = 1.40 \times 50 + 1.60 \times 20 = 102 \text{ kn/m'}$



$$\Sigma M_B = 102 \times 6 \times 3 - 2 \times 70 \times 1 - 6 y_A = 0.0$$

$$y_A = 282.7 \text{ kn}$$

لتحديد المسافة x التي عندها أكبر عزم انحناء موجب يكون عندها قوة القص تساوي صفر.

$$Q(x) = R_A - 102 x = 0.0$$

$$x = \frac{R_A}{102} = \frac{282.7}{102} = 2.77 \text{ m}$$

$$M_1 = 282.7 \times 2.77 - 102 \frac{(2.77)^2}{2} = 392 \text{ m.kn}$$

$$M_2 = 102 \frac{(2)^2}{2} = 204 \text{ m.kn}$$

يتم التصميم علي العزم الأكبر ويراعي أن تكون نسبة التسليح كبيرة ليكون المقطع الآخر مناسباً .

$$\text{Assume } \mu = 1.14 \% \rightarrow K_u = 3.0$$

Section (1):

$$M_u = K_u b d^2$$

$$392 \times 10^6 = 3.0 \times 250 \times d^2 \rightarrow d = 723 \text{ mm} \rightarrow t = 750 \text{ mm}$$

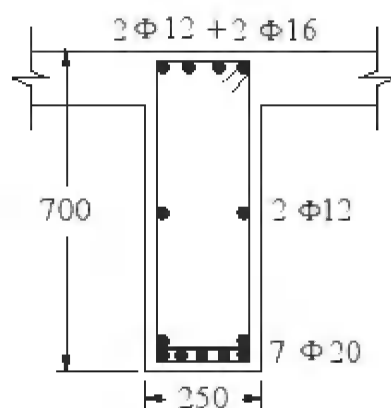
$$A_s = \mu b d = \frac{1.14}{100} \times 250 \times 723 = 2060.6 \text{ mm}^2 \text{ Use } \rightarrow 7 \phi 20$$

Section (2):

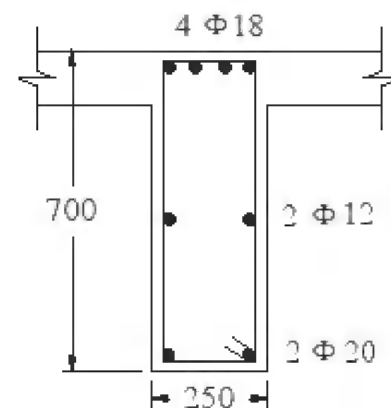
$$M_u = K_u b d^2$$

$$204 \times 10^6 = K_u \times 250 \times (700)^2 \rightarrow K_u = 1.665$$

$$A_s = 1033 \text{ mm}^2 \text{ Use } \rightarrow 4 \phi 18$$



Section (1)



Section (2)

يلاحظ أن التسليح الرئيسي للمقطع (1) يكون في الأسفل لان العزم موجب أما في المقطع رقم (2) فيكون التسليح في الأعلى لان العزم سالب.

Example (5-4):

For the shown beam, design section (1) first, and use same depth for section (2).

$$W_D = 50 \text{ kn/m'} \quad (7)$$

$$P_D = 35 \text{ kn} \quad (4.9)$$

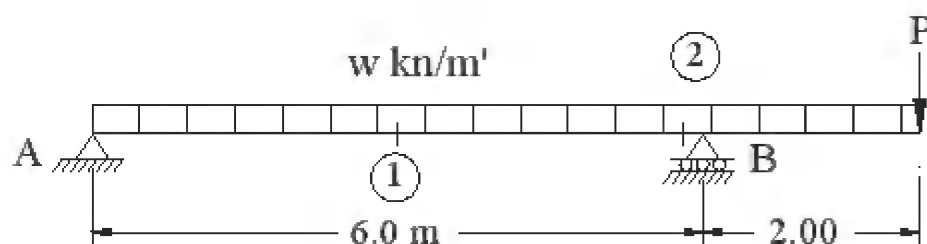
$$W_L = 50 \text{ kn/m'} \quad (3.2)$$

$$P_L = 35 \text{ kn} \quad (4)$$

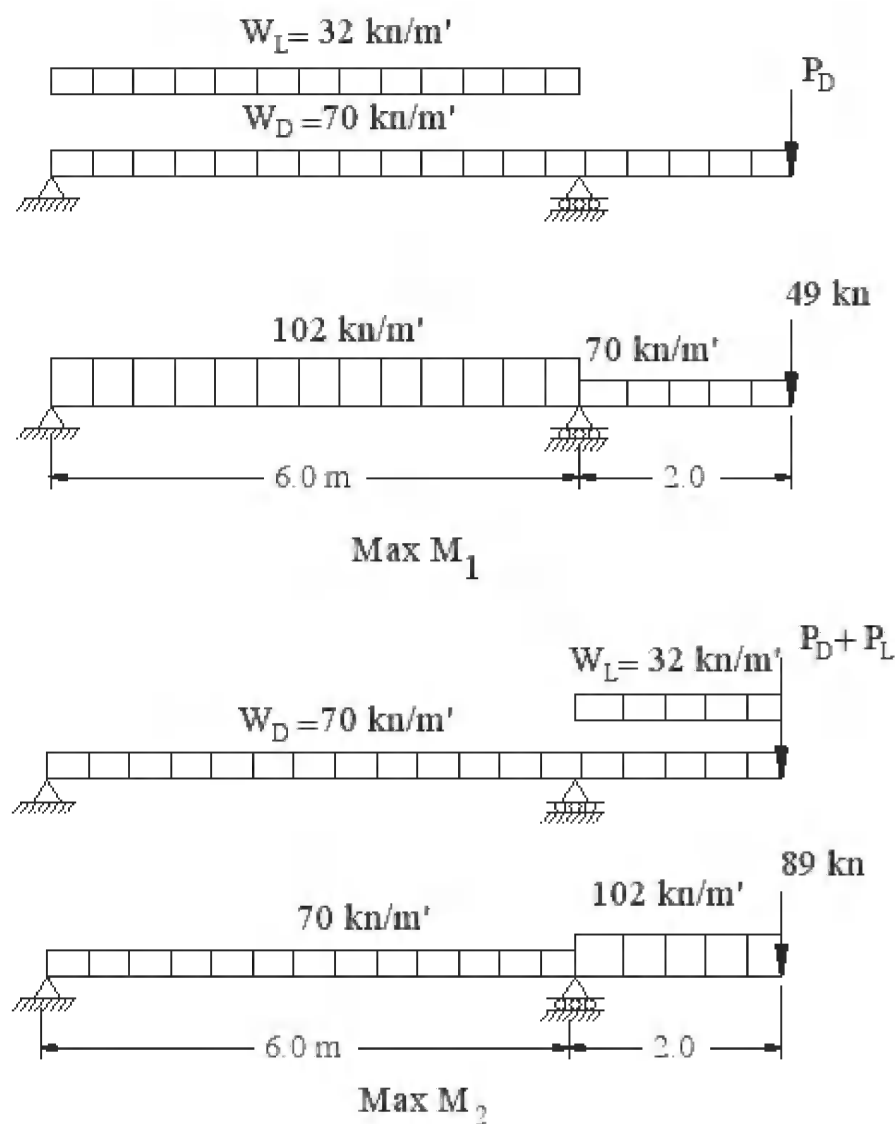
$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$f_y = 240 \text{ N/mm}^2$$

$$b = 250 \text{ mm}$$



Solution:



Section (1):

$$\Sigma M_B = 102 \times 6 \times 3 - 2 \times 70 \times 1 - 49 \times 2 - 6 y_A = 0.0$$

$$y_A = 266.3 \text{ kn}$$

to get max M(+ve) at zero shear

$$q_x = y_A - w_u x = 0.0$$

$$= 266.3 - 102 x = 0.0$$

$$x = 2.61 \text{ m}$$

$$M_{\max} (+ve) = 266.3 \times 2.61 - \frac{102(2.61)^2}{2} = 347.6 \text{ m.kn}$$

Section (2):

$$M_{\max} (-ve) = 89 \times 2.61 - \frac{102(2)^2}{2} = 28.3 \text{ m.kn}$$

For Section (1):

$$\text{Assume } \mu = 2.0, K_u = 3.4$$

$$M_u = K_u b d^2$$

$$347.6 \times 10^6 = 3.4 (250) (d)^2$$

$$d = 640 \text{ mm} \rightarrow t = 700 \text{ mm}$$

$$A_s = \frac{2.00}{100} \times 250 \times 640 = 3200 \text{ mm}^2 \quad A_s = 7 \phi 25$$

For Section (2):

$$t = 700 \text{ mm} \rightarrow d = 660 \text{ mm}$$

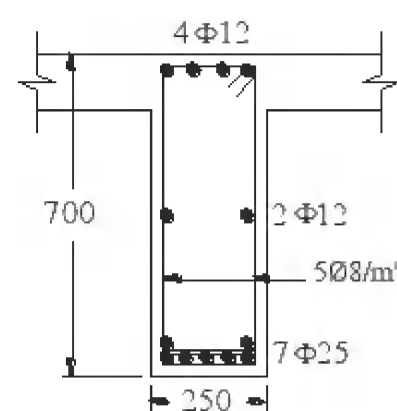
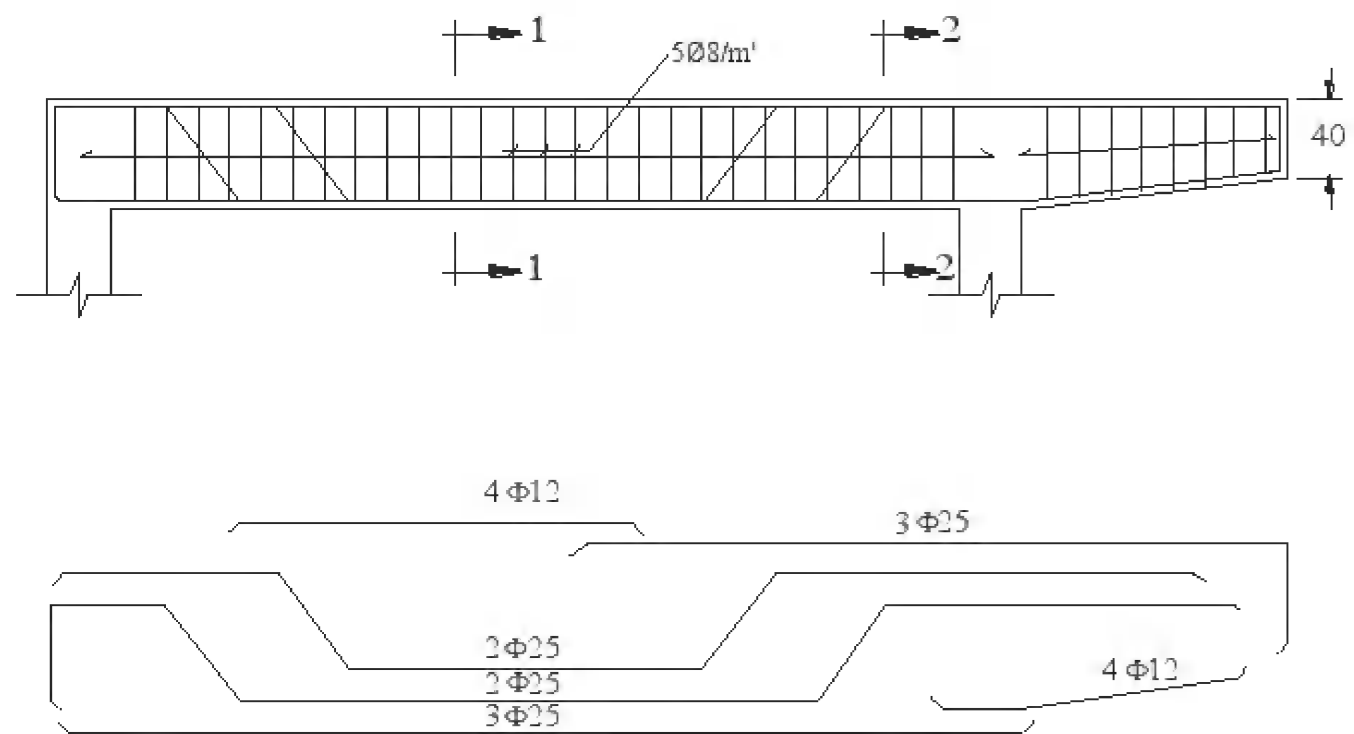
$$M_u = K_u b d^2$$

$$28.3 \times 10^6 = K_u (250) (660)^2$$

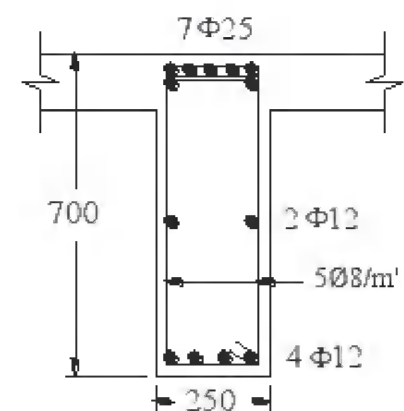
$$K_u = 35$$

From tables $m = 2.1$

$$A_s = \frac{2.10}{100} \times 25 \times 66 = 34.65 \text{ cm}^2 \quad A_s = 7 \phi 25$$



Section (1)

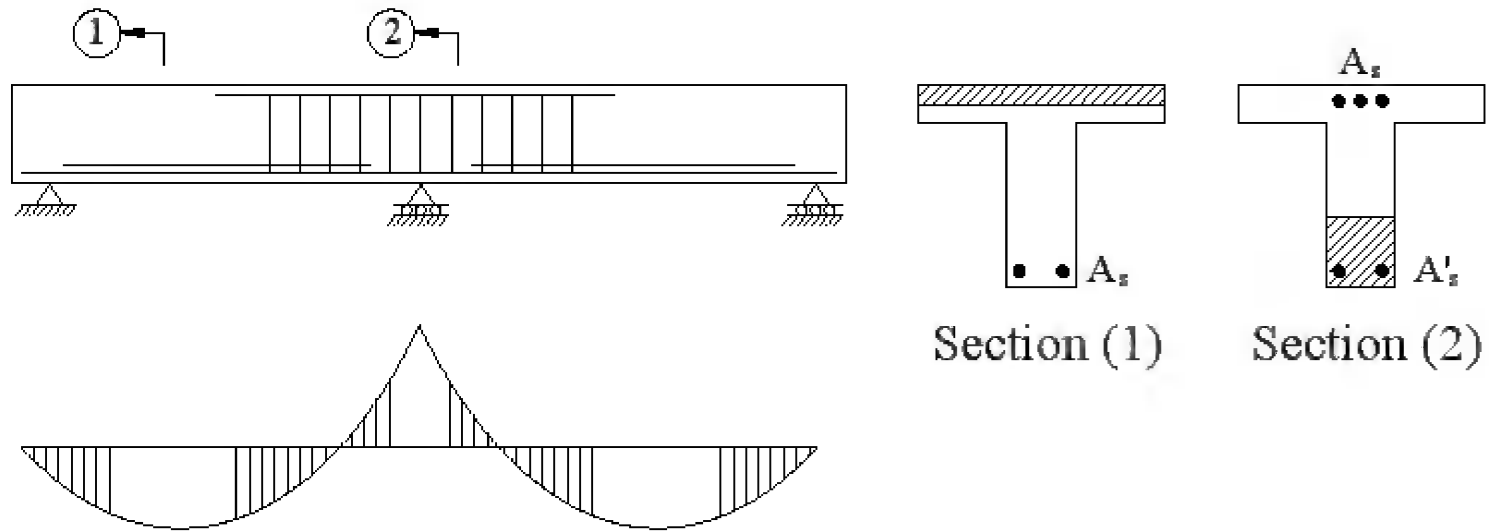


Section (2)

Details of Reinforcement and Sections for Example (5-4)

11-5- المقاطع الخرسانية المعرضة لعزوم انحناء ذات التسليح المزدوج:

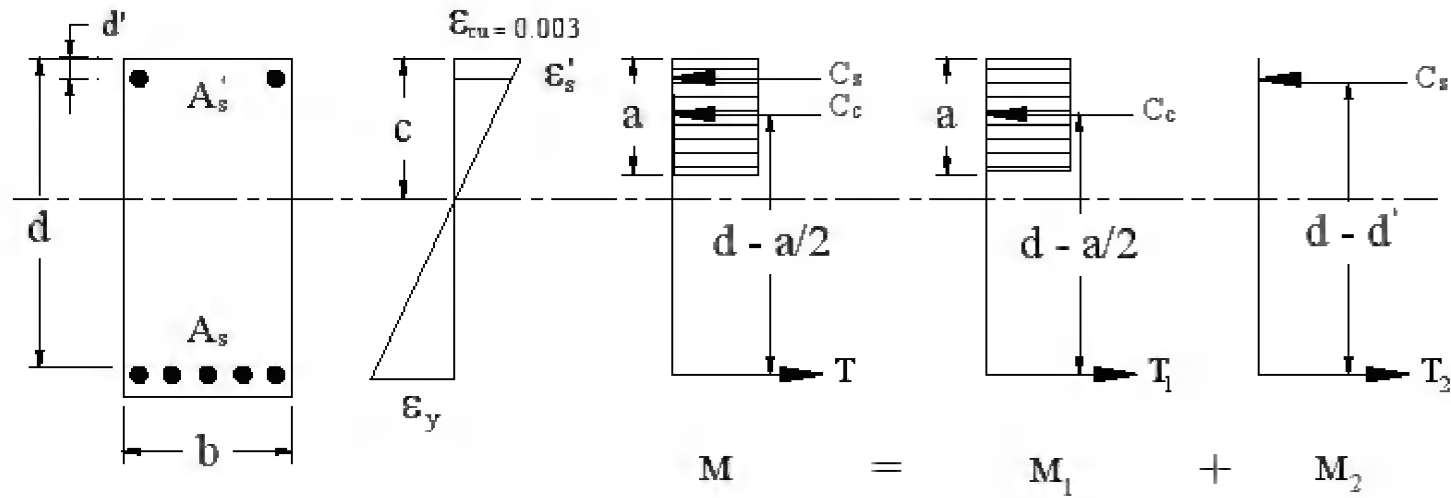
Doubly Reinforced Beams Subjected to Bending:



في حالة الكمرات ذات العمق المحدد والتي لا يستطيع فيها القطاع المسلح جهة الشد فقط مقاومة عزم الانحناء المؤثر على الكمره فإنه يتم تسليح الكمره ناحية الضغط لاضافة عزم انحناء اضافي يمكن الكمره من مقاومة الاحمال المؤثرة عليها. ويتم وضع حديد الضغط لأقرب ما يمكن من سطح الكمره المعرض لأقصى اجهاد ضغط.

فائدة حديد التسليح ناحية الضغط:

- 1- زيادة عزم الانحناء الداخلي الذي يمكن أن يقاومة القطاع.
- 2- يقوم بتدعيم واسناد الكانات (تسليح القص).
- 3- يزيد من مطولية (Ductility) الكمرات الخرسانية مما يعطيها أفضلية في مقاومة الزلازل.
- 4- يقلل من زحف الخرسانة (Creep) وهي الهبوط الحادث (Deflection) الحادث في الكمرات تحت حمل ثابت.
- 5- يقلل قابلية الخرسانة للانهييار عند تعرضها لأحمال كبيرة.



في حالة مقطع خرساني معرض لعزم انحناء اكبر من مقاومة المقطع عندما يكون مسلح جهة الشد فقط فإنه يتم تسليح المقطع ناحية الضغط وبالتالي يضاف حديد تسليح آخر ناحية الشد لموازنة الضغط في التسليح ناحية الضغط ويمكن تقسيم العزم الكلي المؤثر على القطاع الي عزمين أحدهما M_1 يقاومه العزم الناتج من الاجهاد في الخرسانة وتسليح الشد. والعزم الاخر M_2 يقاومه التسليح ناحية الضغط وجزء من التسليح ناحية الشد.

$$M_u = M_1 + M_2$$

$$M_1 = T_1 \left(d - \frac{a}{2} \right) = C_c \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$M_2 = T_2 (d - d')$$

$$T_1 = 0.87 A_{s1} f_y = C_1 = 0.85 f_{cu} a b$$

$$T_2 = 0.87 A_{s2} f_y = C_2 = A'_s f'_s$$

حيث:

M_u : العزم الاقصى الكلي المؤثر على المقطع.

M_1 : أكبر عزم اقصى يقاومه مقطع ذو تسليح منفرد.

M_2 : العزم الاقصى الذي يقاومه حديد التسليح ناحية الضغط مع جزء من التسليح ناحية الشد.

A_{s1} : جزء من التسليح ناحية الشد الذي يتزن مع الضغط في الخرسانة ويكونان مع العزم الاقصى الذي

يتحمله مقطع خرساني ذو تسليح منفرد.

A_{s2} : جزء من التسليح ناحية الشد الذي ينتز مع الضغط في التسليح ناحية الضغط ويكونان معا عزما اضافيا يزيد من امكانية المقطع لمقاومة العزوم.

A'_s : مساحة التسليح ناحية الضغط وهي تساوي A_{s2} في حالة وصول الاجهاد في حديد التسليح ناحية الضغط الي اجهاد الخضوع f_y .
 f'_s : اجهاد الضغط في التسليح ناحية الضغط وغالبا تساوي f_y .

5-11-1- تحديد أكبر عزم اقصى يقاومه المقطع الخرساني ذو التسليح منفرد:

Maximum Ultimate Moment in Case of Singly Reinforced Section

في هذه الحالة تكون قيمة (c) أكبر ما يمكن.

$$c_{max} = \frac{2}{3} c_b = \frac{2}{3} \frac{600}{600 + 0.87 f_y} = \frac{400}{600 + 0.87 f_y}$$

$$a_{max} = 0.80 c_{max}$$

$$M_1 = 0.45 f_{cu} a_{max} b \left(d - \frac{a_{max}}{2} \right)$$

ويمكن تحديد M_1 من الجداول مباشرة

$$M_1 = K_{u \max} \cdot b \cdot d^2$$

حيث $K_{u \max}$ هي أكبر قيمة لـ K_u عندها $\mu' = 0.0$ أي لا يوجد بها حديد للضغط.

بعد تحديد M_1 يمكن تحديد M_2 كما يلي:

$$M_2 = M_u - M_1$$

حساب الاجهاد في حديد التسليح المعرض للضغط f'_s :

من الشكل السابق

$$\frac{0.87 \epsilon'_s}{c - d'} = \frac{0.003}{c_{max}}$$

$$\epsilon'_s = 0.0034 \frac{c - d'}{c}$$

$$\text{If } \epsilon'_s < \epsilon_y \rightarrow f'_s = \epsilon'_s E_s$$

$$\text{If } \epsilon'_s \geq \epsilon_y \rightarrow f'_s = 0.87 f_y$$

5-11-2- شروط وصول الاجهاد في تسليح الضغط الي اجهاد الخضوع:

أ- في حالة حديد ذو اجهاد خضوع 360 N/mm^2

$$f_y = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$\epsilon_y = \frac{f_y}{1.15E_c} = \frac{360}{1.15 \times 2 \times 10^5} = 0.157 \times 10^{-4}$$

$$\epsilon'_s = \epsilon_y = 0.157 \times 10^{-4} = \frac{c_{\max} - d'}{c_{\max}} 0.0034$$

$$c_{\max} = \frac{2}{3} \frac{600}{600 + 360/1.15} d = 0.44 d$$

from previous Equations :

$$\frac{0.157 \times 10^{-4}}{0.0034} = \frac{0.44d - d'}{0.44d}$$

$$0.00462 = 1 - 2.27 \frac{d'}{d}$$

$$\frac{d'}{d} \leq 0.24$$

ب- في حالة اجهاد خضوع 400 N/mm^2 :

$$f_y = 400 \text{ N/mm}^2$$

$$\epsilon_y = \frac{f_y}{E_c} = \frac{400}{2 \times 10^5} = 0.002$$

$$\epsilon'_s = \epsilon_y = 0.002 = \frac{c - d'}{c} 0.003$$

$$c = 0.67 \frac{600}{600 + 400/1.15} d = 0.424 d$$

from previous Equations :

$$\frac{0.002}{0.003} = 0.67 = \frac{0.424d - d'}{0.424d} = \frac{0.424 - \frac{d'}{d}}{0.424}$$

$$\frac{d'}{d} \leq 0.424 - 0.28 = 0.14$$

$$\frac{d'}{d} \leq 0.14$$

وبلاحظ أنه في كمره مثلاً عمقها 1000 mm والغطاء الخرساني 80 mm

$$\frac{d'}{d} = 0.08 < 0.14 \text{ O.K}$$

وفي حالة الكمرات الصغيرة بفرض العمق 300 mm والغطاء الخرساني 40 mm

$$\frac{d'}{d} = \frac{4}{30} = 0.13 \leq 0.14 \text{ O.K}$$

وبذلك يتأكد أنه في معظم الحالات يصل حديد الضغط الي حد الخضوع.

Design of Double Reinforced Sections 5-11-3-خطوات التصميم للمقطع الخرساني مزدوج التسليح:

$$1\text{- Determine } M_1 = A_{s1} f_y = T_1 \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$A_{s1} = 0.67 A_{sb} \rightarrow a \rightarrow c = \frac{a}{0.80}$$

$$2\text{- Determine } M_2 = M_u - M_1$$

$$3\text{- Calculate } \epsilon'_s$$

$$\frac{0.003}{c} = \frac{\epsilon'_s}{c - d'}$$

$$\epsilon'_s = \frac{c - d'}{c} 0.003$$

$$\text{If } \epsilon'_s < \epsilon_y \rightarrow f'_s = \epsilon'_s E_s$$

$$\text{If } \epsilon'_s \geq \epsilon_y \rightarrow f'_s = f_y$$

$$4\text{- Determine } T_2 = \frac{M_2}{d - d'}$$

$$5\text{- Extra tension Steel } = A_{s2} = \frac{T_2}{f_y}$$

$$6\text{- Total tension Steel } A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

$$7- \text{ Compression Steel } A'_s = \frac{C_s}{f'_s} = \frac{T_2}{f'_s} = \frac{A_{s2} f_y}{f'_s}$$

5-11-4- حساب عزم المقاومة لمقطع مسلح تسليحا مزدوجا:

Moment Capacity of a Given Double Reinforced Section:

$$T = C_c + C_s$$

$$= a b (0.85 f_{cu}) + A'_s f'_s$$

في هذه المعادلة يوجد مجهولان a , f'_s

$$1- \text{ Assume } f'_s = f_y$$

$$C_s = A'_s f_y$$

$$2- C_c = T - C_s = 0.85 f_{cu} a b \rightarrow \text{get } a$$

$$c = \frac{a}{0.80}$$

$$3- \epsilon'_s = \frac{c - d'}{c} 0.003$$

$$4- f'_s = E \epsilon'_s$$

$$5- \text{ If } f'_s < f_y \text{ Assume } c_1 < c \text{ and repeat}$$

Example (5-5):

Calculate the reinforcement required for a 300 x 650 mm concrete section subjected to an ultimate bending moment 450 m.kn . $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, Steel 36/52

Solution:Using Ultimate Stress Design Method:

$$M_u = K_u b d^2$$

$$450 \times 10^6 = K_u (300) (600)^2$$

$$K_u = 4.166$$

From tables : $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

$$\mu = 1.56 \quad , \quad \mu' = 0.30$$

$$A_s = \frac{1.56}{100} \times 300 \times 600 = 2808 \text{ mm}^2 \quad A_s = 6 \phi 25$$

$$A'_s = \frac{0.30}{100} \times 300 \times 600 = 540 \text{ mm}^2 \quad A'_s = 3 \phi 16$$

Using Working Stress Design Method:

$$M = M_u / 1.5 = 300 \text{ m.kn}$$

$$d = K_1 \sqrt{\frac{M_1}{b}} = K_1 \sqrt{\frac{300 \times 10^6}{300}} \Rightarrow K_1 = 0.6$$

$$\text{From tables } \alpha = 0.6 \Rightarrow K_1 = 0.60$$

$$A_s = \frac{M}{K_2 . d} = \frac{300 \times 10^6}{156.6 \times 600} = 3192.85 \text{ mm}^2$$

$$A'_s = 0.6 \times 3192.85 = 1916 \text{ c\mm}^2$$

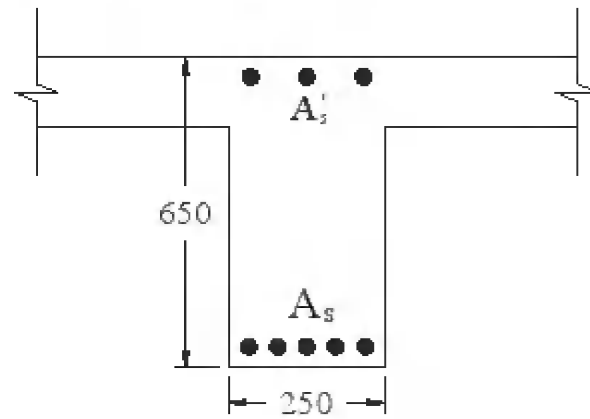
$$\frac{d'}{d} = \frac{50}{600} = 0.08 < 0.14 \text{ O.K}$$

This means that the compression steel yields.

Example (5-6):

Design the double reinforced concrete beam shown in figure to sustain a required strength of $M_u = 400 \text{ m.kn}$. Given that $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$

- 1- Compute the area of compression and tension steel reinforcement.
- 2- Design the actual sizes and number of reinforcing bars.

**Solution:**

$$\text{At balance } \frac{c_b}{d} = \frac{600}{600 + 0.87 f_y} = \frac{600}{600 + 0.87 \times 360} = 0.66$$

$$c_b = 0.66 \times 600 = 396 \text{ mm}$$

$$c_{\max} = 0.67 c_b = 0.67 \times 396 = 265.3 \text{ mm}$$

$$a = 0.80 c = 0.8 \times 265.3 = 212 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} T_1 &= A_{s1} f_y / \gamma_s = C_c = 0.45 f_{cu} a b \\ &= 0.45 \times 25 \times 212 \times 250 \\ &= 596250 \text{ N} = A_{s1} f_y / \gamma_s \end{aligned}$$

$$A_{s1} = \frac{596250}{240/1.15} = 2857 \text{ mm}^2$$

$$M_u = M_1 + M_2$$

$$\begin{aligned} M_1 &= T_1 (d - a/2) \\ &= 596250 (600 - 212/2) = 294.5 \text{ m.kn} \end{aligned}$$

$$M_2 = M_u - M_1 = 400 - 294.5 = 105.5 \text{ m.kn}$$

$$M_2 = T_2 (d - d')$$

$$105.5 \times 10^6 = T_2 (600 - 40)$$

$$T_2 = 188392.9 \text{ N}$$

$$T_2 = 188392.9 \text{ N} = A_{s2} f_y$$

$$A_{s2} = \frac{188392.9}{240/1.15} = 902.7 \text{ mm}^2$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 2857 + 902.7 = 3759.7 \text{ mm}^2$$

$$\epsilon'_s = 0.003 \frac{c - d'}{c} = 0.003 \frac{265.3 - 40}{265.3} = 0.0025$$

$$\epsilon_y = \frac{f_y / \gamma_s}{E_s} = \frac{240/1.15}{2 \times 10^5} = 0.001$$

$$\epsilon'_s > \epsilon_y \quad f'_s = f_y$$

$$A'_s = A_{s2} = 902.7 \text{ mm}^2$$

If Tables are Used:

$$M_u = K_u b d^2$$

$$400 \times 10^6 = K_u (250) (600)^2$$

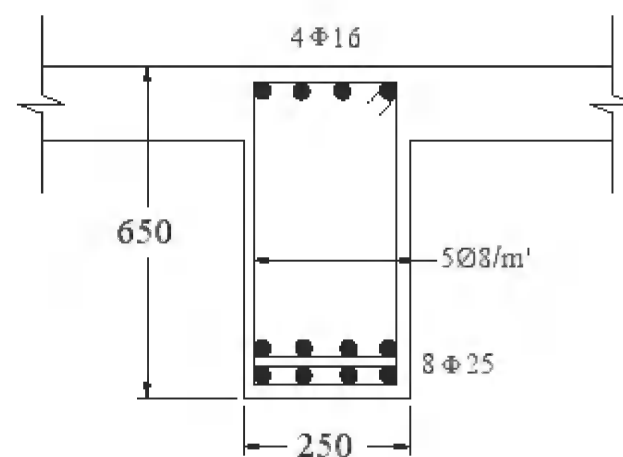
$$K_u = 4.44$$

From tables : $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$

$$\mu = 2.56 \quad , \quad \mu' = 0.44$$

$$A_s = \frac{2.56}{100} \times 250 \times 600 = 3840 \text{ mm}^2 \quad A_s = 8 \phi 25$$

$$A'_s = \frac{0.44}{100} \times 250 \times 600 = 660 \text{ mm}^2 \quad A'_s = 4 \phi 16$$



Example (5-7):

Solve the previous example using $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$ instead of 240 N/mm^2 .

Solution:

$$\text{At balance } \frac{c_b}{d} = \frac{600}{600 + .87 f_y} = \frac{600}{600 + 0.87 \times 360} = 0.66$$

$$c_b = 0.66 \times 450 = 400 \text{ mm}$$

$$c_{\max} = 0.67 c_b = 0.67 \times 400 = 268 \text{ mm}$$

$$a = 0.80 c = 0.8 \times 268 = 214.4 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} T_1 &= A_{s1} f_y = C_c = 0.45 f_{cu} a b \\ &= 0.45 \times 25 \times 214.4 \times 250 \\ &= 603000 \text{ N} = A_{s1} f_y / \gamma_s \end{aligned}$$

$$A_{s1} = \frac{603000}{360 / 1.15} = 1926 \text{ mm}^2$$

$$M_u = M_1 + M_2$$

$$\begin{aligned} M_1 &= T_1 (d - a/2) \\ &= 603000 (600 - 214.4/2) = 297.2 \text{ m.kn} \end{aligned}$$

$$M_2 = M_u - M_1 = 400 - 297.2 = 102.8 \text{ m.kn}$$

$$M_2 = T_2 (d - d')$$

$$102.8 \times 10^6 = T_2 (600 - 40)$$

$$T_2 = 183571.4 \text{ N}$$

$$T_2 = 183571.4 \text{ N} = A_{s2} f_y$$

$$A_{s2} = \frac{183571.4}{360 / 1.15} = 586.4 \text{ mm}^2$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 1926 + 586.4 = 2512.4 \text{ mm}^2$$

$$\epsilon'_s = 0.003 \frac{c - d'}{c} = 0.003 \frac{268 - 40}{268} = 0.00255$$

$$\epsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{360 / 1.15}{2 \times 10^5} = 0.0016$$

$$\epsilon'_s > \epsilon_y \quad f'_s = f_y$$

$$A_s' = A_{s2} = 586.4 \text{ mm}^2$$

If Tables are Used:

$$M_u = K_u b d^2$$

$$400 \times 10^6 = K_u (250) (600)^2$$

$$K_u = 4.44$$

From tables : $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

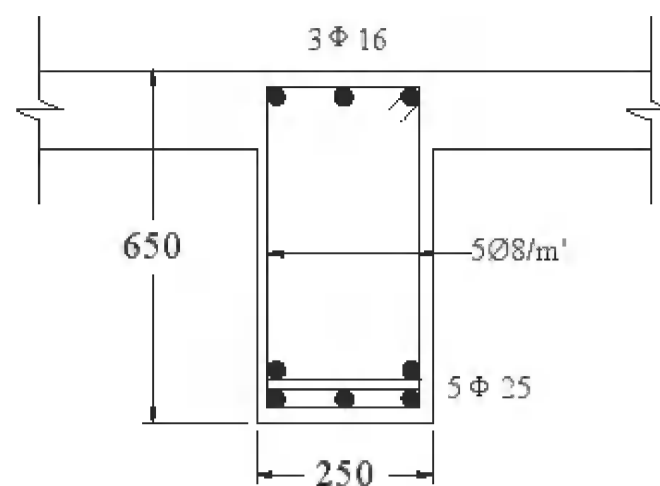
$$\mu = 1.65 \quad , \quad \mu' = 0.4$$

$$A_s = \frac{1.65}{100} \times 250 \times 600 = 2475 \text{ mm}^2$$

$$A_s' = \frac{0.4}{100} \times 250 \times 600 = 600 \text{ mm}^2$$

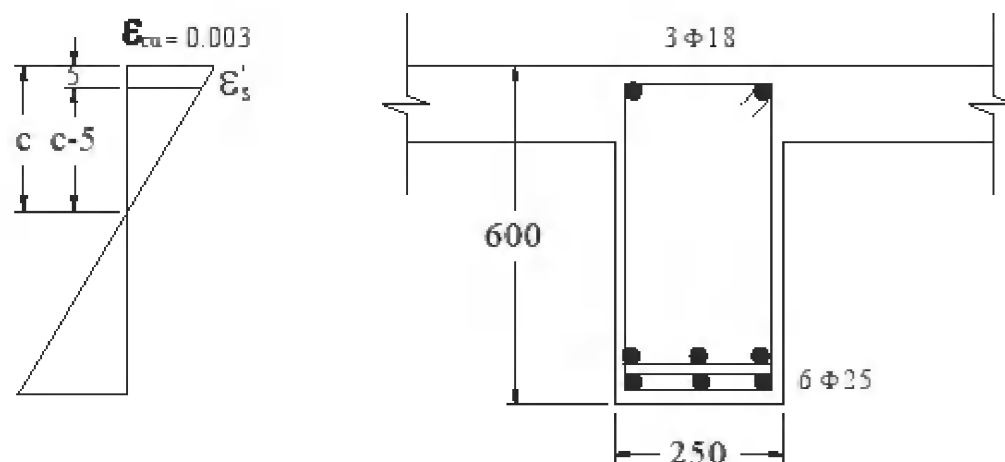
$$A_s = 5 \phi 25$$

$$A_s' = 3 \phi 16$$



Example (5-8):

Compute the flexural design strength of the double reinforced concrete section shown in figure. Given that $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$



Solution:

$$3 \Phi 18 = 764 \text{ mm}^2$$

$$6 \Phi 25 = 2946 \text{ mm}^2$$

Assume $\epsilon'_s = \epsilon_y$

$$\frac{\epsilon'_s}{0.003} = \frac{c - 50}{c} = \frac{360}{1.15 \times 2 \times 10^5 \times 0.003} = 0.52$$

$$c = 104.1 \text{ mm}$$

$$a = 0.80 \times 104.1 = 83.3 \text{ mm}$$

$$C = C_c + C_s$$

$$= 0.45 \times 250 \times 83.3 \times 25 + 7.62 \times 3600 / 1.15$$

$$= 473.45 \text{ kn}$$

$$T = A_s f_y / \gamma_s$$

$$= \frac{360}{1.15} \times 2946 = 922.22 \text{ kn}$$

$$T < C$$

في هذه الحالة الشد في حديد التسليح السفلي أكبر من مجموع الضغط في كلا من حديد التسليح العلوي والخرسانة. ولذلك لابد أن تكون قيمة (c) وبالتالي قيمة (a) أكبر من القيمة المفترضة لكن يجب أن نلاحظ أن قيمة (c) أو (a) يجب ألا تزيد عن القيمة القصوي لكلا منهما.

$$T = C_c + C_s$$

$$T = 0.45 a b f_{cu} + A_s' f_y / \gamma_s$$

$$922220 = 0.45 \times a \times 250 \times 25 + 764 \times 360 / 1.15$$

$$a = 244 \text{ mm}$$

$$a_{\max} = 0.85 \times \frac{2}{3} \times \frac{600}{600 + 0.87 \times 360} \times 550 = 204.8 \text{ mm}$$

في هذه الحالة تكون قيمة (a) القصوي أقل من القيمة اللازمة للتوازن مع قوتي الشد في التسليح السفلي. معني ذلك أن الشد الفعلي في الحديد السفلي أقل من المحسوب سابقا أي أن حديد التسليح السفلي لا يصل الي اجهاد الخضوع.

$$C_c = 0.45 a b f_{cu}$$

$$= 0.45 \times 204.7 \times 250 \times 25 = 575.72 \text{ kn}$$

$$C_s = A_s' \frac{f_y}{\gamma_s} = 764 \times \frac{360}{1.15} = 239.1 \text{ kn}$$

$$T = 575.72 + 239.1 = 814.82 \text{ kn}$$

بأخذ العزوم حول تسليح الشد

$$\begin{aligned} M_u &= C_c \left(d - \frac{a}{2} \right) + C_s (d - d') \\ &= 575.72 \left(0.55 - \frac{0.244}{2} \right) + 239.1 (0.55 - 0.05) \\ &= 366 \text{ kn} \end{aligned}$$

يلاحظ أنه كي يحدث اتزان للمقطع يكون اجهاد الشد في التسليح السفلي

$$f_s = \frac{T}{A_s} = \frac{814820}{2946} = 276.58 \text{ N/mm}^2$$

باستخدام الجداول:

$$\mu = \frac{A_s}{bd} = \frac{2946}{250 \times 550} = 2.14 \%$$

$$\mu' = \frac{A'_s}{bd} = \frac{764}{250 \times 550} = 0.55 \%$$

بالبحث في الجداول نجد أن أكبر قيمة لـ (μ) هي 1.84 لكن عند $\mu' = 0.55$ نجد أن قيمة $K_u = 4.9$.

$$M_u = K_u b d^2$$

$$= 4.9 \times (250) \times (550)^2$$

$$= 370.6 \text{ m.kn}$$

Example (5-9):

Determine the reinforcement of a rectangular concrete section of depth 700 mm and width 300 mm. If $M_{LL} = 200 \text{ m.kn}$, $M_{DL} = 120 \text{ m.kn}$.

Given that $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

Solution:

$$M_u = 1.40 (200) + 1.60 (120) = 472 \text{ m.kn}$$

$$M_u = K_u b d^2$$

$$472 \times 10^6 = K_u (300) (650)^2$$

$$K_u = 3.72$$

From tables : $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

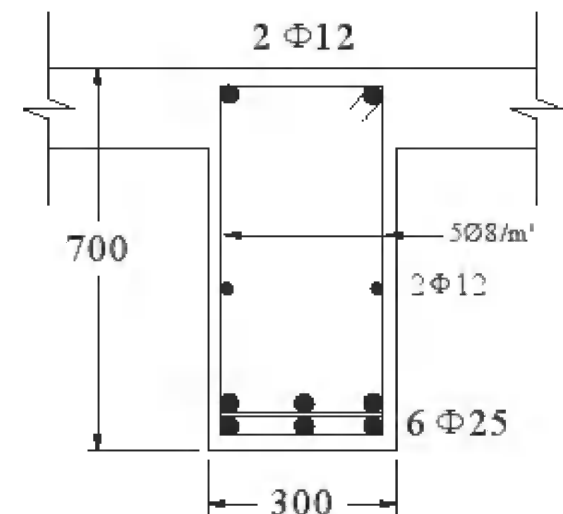
$$\mu = 1.42, \quad \mu' = 0.04$$

$$A_s = \frac{1.42}{100} \times 300 \times 650 = 2769 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 6 \phi 25$$

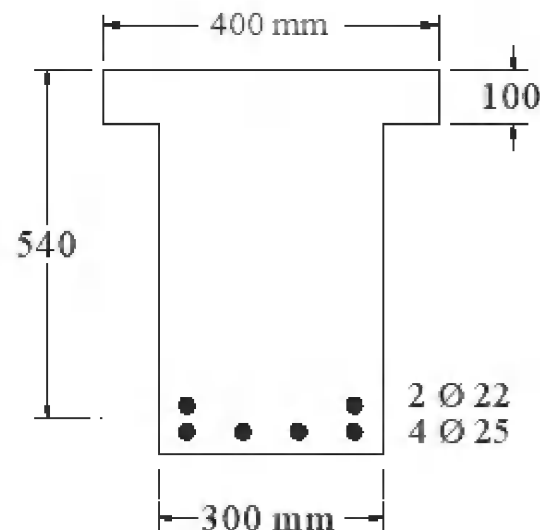
$$A'_s = \frac{0.04}{100} \times 300 \times 650 = 78 \text{ mm}^2$$

$$A'_s = 2 \phi 12$$

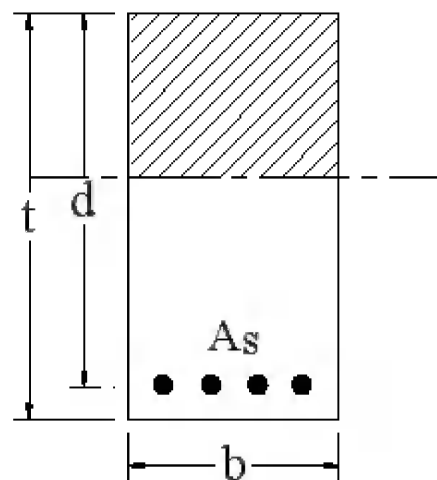


Chapter (5) - Problems

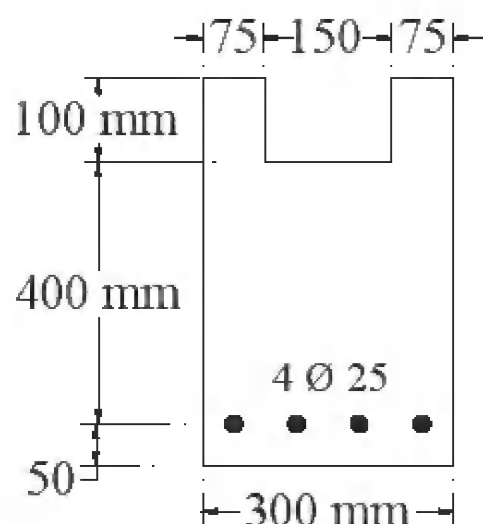
- 1 - Given a concrete beam, which is $t = 600$ mm, $d = 540$ mm with 4 $\Phi 25$ and 2 $\Phi 22$ reinforcement bars and $f_{cu} = 25$ N/mm² and $f_y = 360$ N/mm². Calculate the ultimate moment that the beam section can resist.



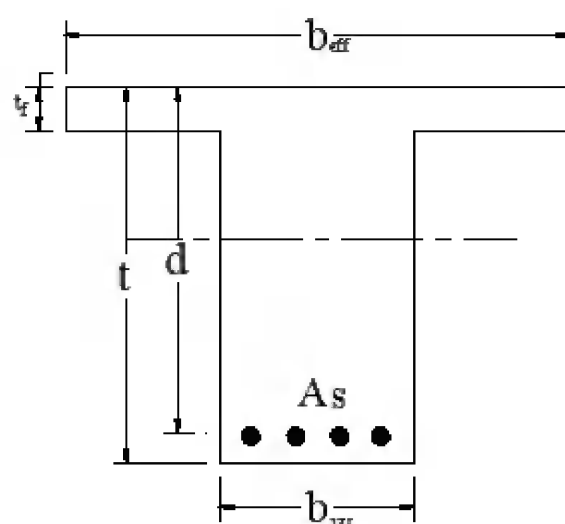
- 2 - Consider a simple rectangular beam($b \times t$) reinforced with steel reinforcement of A_s . Assume $b = 250$ mm, $d = 550$ mm., $t = 600$ mm , $A_s = 1500$ mm² and $f_{cu} = 25$ N/mm² and $f_y = 400$ N/mm². The beam is subjected to an ultimate moment of 180 m.kn. calculate the stress in concrete and in the reinforcing steel.



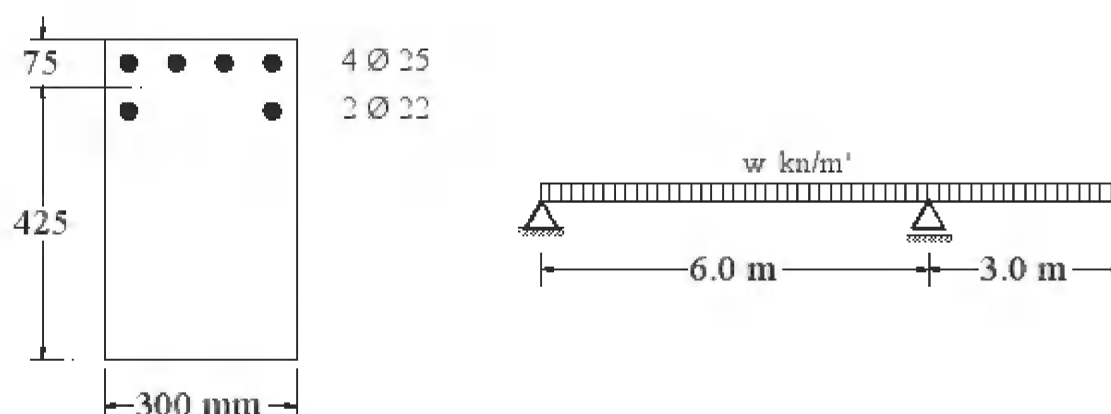
- 3 - For the given beam with $f_{cu} = 25$ N/mm² and $f_y = 360$ N/mm². Determine the ultimate bending moment that the following section can resist.



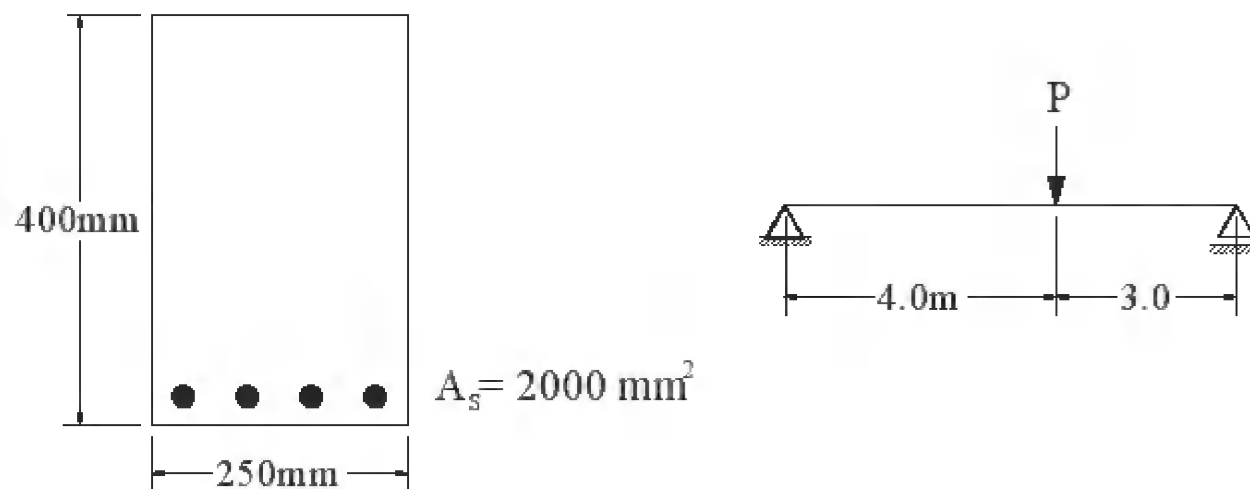
- 4 – The shown T-section is subjected to an ultimate bending moment of 450.0 m.kn. The dimensions are $b_{eff} = 900 \text{ mm}$, $b_w = 250 \text{ mm}$, $d = 440 \text{ mm}$, $t_f = 80 \text{ mm}$, $t = 500 \text{ mm}$. and $A_s = 7 \Phi 25$ bars. If the top is in compression and bottom is in tension. Determine the maximum stresses in the concrete and in the steel.



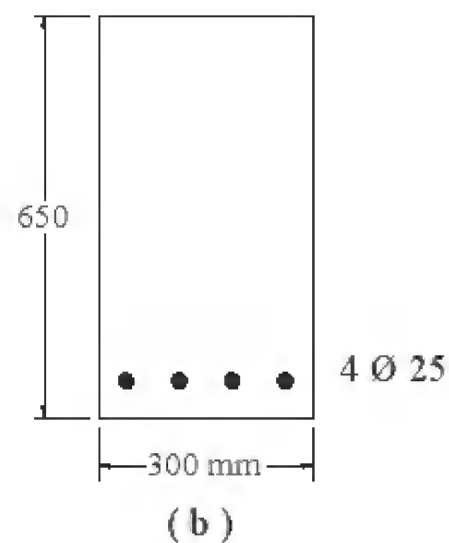
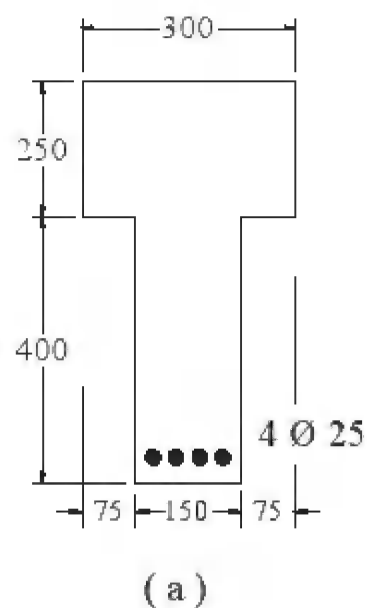
- 5 - For the beam section shown in figure, calculate the maximum ultimate load that the beam can carry. Use $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



- 6 - For the beam section shown in figure, Calculate the maximum value of concentrated load P that the beam can resist at ultimate stage . Use $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



- 7 - Calculate the bending moment at ultimate stage for the following sections.
Use $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$



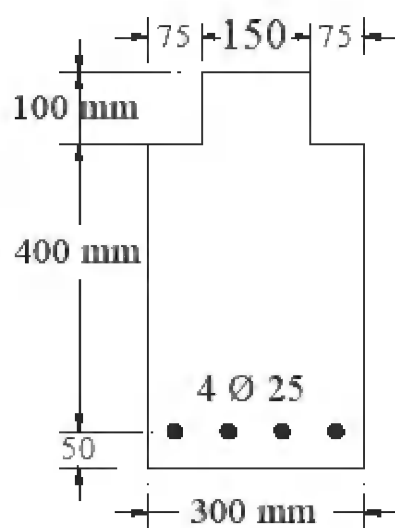
8 - For the reinforced concrete beam sections shown in figure ; Calculate the maximum bending moment that the sections can resist at ultimate stage.

a) $f_c = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

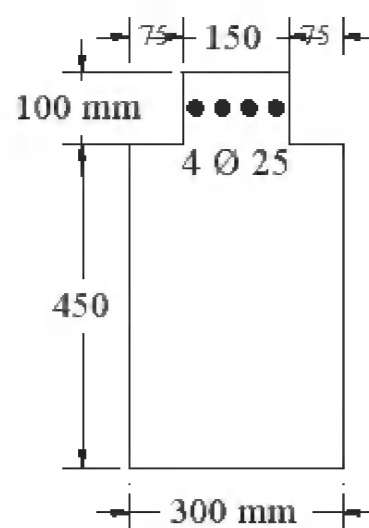
b) $f_c = 35 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

c) $f_c = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$

d) $f_c = 35 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$

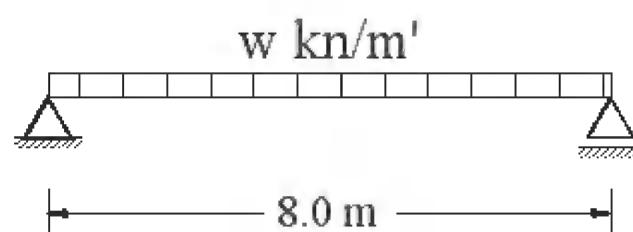
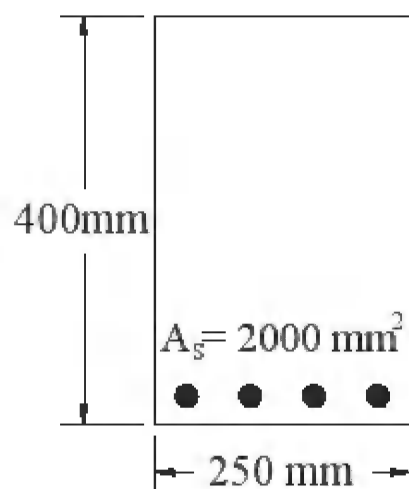


(a)



(b)

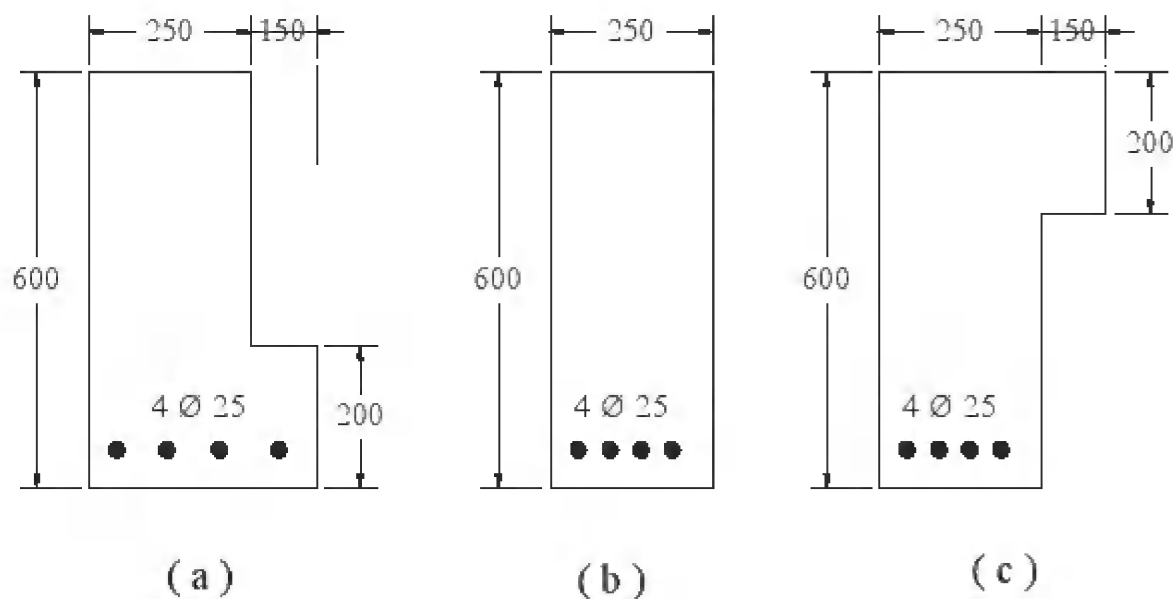
9 - Calculate the maximum safe factored distributed load intensity at ultimate stage that the beam can resist . $f_c = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



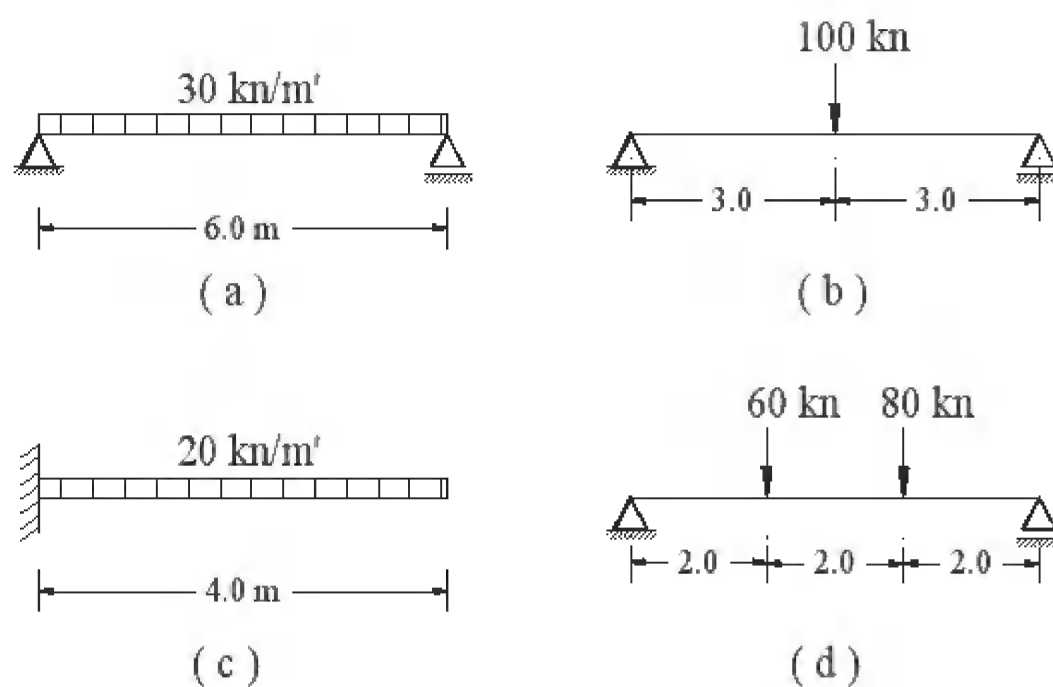
10 -For the reinforced concrete beam sections shown in figure ; Calculate the maximum bending moment that the sections can resist at ultimate stage.

a) $f_c = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

b) $f_c = 35 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$



11- Design the shown beams having a rectangular sections with $b = 250 \text{ mm}$. subjected to factored load as shown. $f_c = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



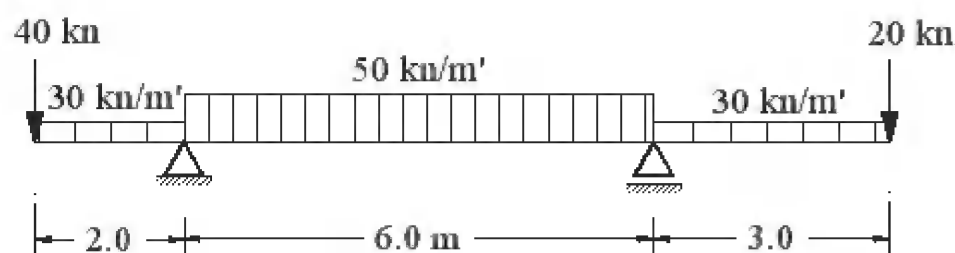
12- Consider a singly reinforced concrete beam, $b = 300 \text{ mm}$, $d = 600 \text{ mm}$, $t = 650 \text{ mm}$, and $f_c = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.

- Determine the maximum ultimate moment that the section can resist.
- Determine the area of reinforcement in case (a).

13 - Given a beam having width $b = 300 \text{ mm}$, $t = 700 \text{ mm}$ with 5 $\Phi 25$ reinforcement bars and $f_c = 30 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$.

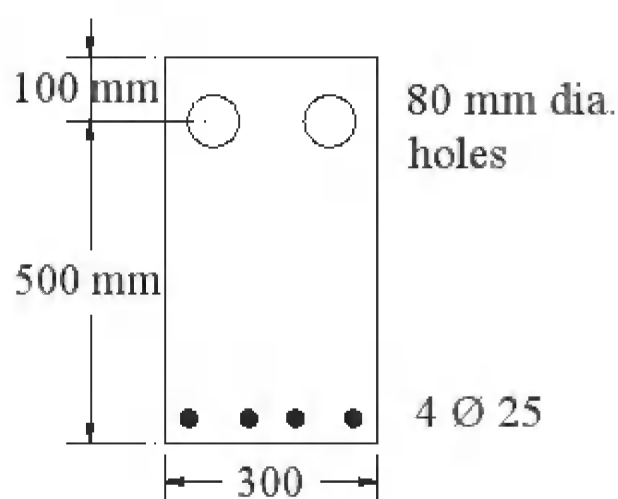
- Determine how you would find the (N.A) and moment of inertia, I_{zz} , of beam in ultimate stage.
- Solve for the neutral axis and moment of inertia.
- Calculate the ultimate moment capacity of the section.

14 –The beam shown in figure has a rectangular section of width $= 250 \text{ mm}$, design the critical sections in the beam, $f_c = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



15- For the concrete beam section shown in figure, calculate the maximum bending moment that the beam can resist, $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.

If the beam is subjected to a bending moment of 22 m.t. ; calculate the stresses in the concrete and in the steel.



16 - If the value of c for a beam is greater than the c_{bal} , which one will fail first the steel or the concrete? Why?

17- What does α represent and what does $0.45 f_c$ stand for in the following equation?

$$0.45 * f_{cu} b \alpha c \left[d - \frac{a}{2} \right]$$

18 - What does γ represent in $f_s = \frac{f_y}{\gamma_s}$?

19 - Can we use the equation: $\mu_b = 0.41 \frac{f_{cu}}{f_y} \left(\frac{c_b}{d} \right)$

to get μ_{bal} for a T-beam? Why or why not ?

20 - A rectangular beam has a width $b = 250$ mm. and effective depth to the centroid of tension steel bars $d = 450$ mm. Tension reinforcement consists of 6 $\Phi 25$ bars in two rows; compression reinforcement consists of 2 $\Phi 22$ at $d' = 2.5$ in.

$f_{cu} = 30$ N/mm², and $f_y = 400$ N/mm².

a) Determine the ultimate moment capacity of the beam.

b) How would you calculate the moment capacity if the compression steel does not yield?

21 - What is the difference between over-reinforced beams and balanced beams?

22 - Consider a singly reinforced concrete beam, $b = 250$ mm, $d = 500$ mm, $t = 550$ mm and reinforcement consists of 4 $\Phi 22$. $f_{cu} = 25$ N/mm², and $f_y = 360$ N/mm²

c) Determine the ultimate moment capacity

d) Determine μ_{bal} , $A_s (bal)$, $A_{s \max all}$ and $A_s (min)$

23 - Determine the stresses in a rectangular double reinforced section subjected to an ultimate moment of 36 m.t. given $t = 600$ mm, $b = 250$ mm, $A_s = 2400$ mm², $A'_s = 700$ mm².

24- Calculate the ultimate moment capacity in a reinforced concrete section of 300 mm width and 800 mm total depth. $A_s = 7 \Phi 25$, $A'_s = 2 \Phi 22$, $f_{cu} = 30$ N/mm², and $f_y = 400$ N/mm².

- 25- Solve problem 24 if $A_s = 7 \Phi 22$, $A'_s = 2 \Phi 22$, $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.
- 26- What are limit states?
- 27- How many limit states are there? Should a structure be designed following all the limit states?
- 28- What is the effect of size on concrete strength ? What is its role in determining the material strength of concrete?
- 29- Which theory should be employed for the analysis of structural system to be designed element wise, by limit state method?
- 30- Give four reasons to justify the design of structures by limit state method
- 31- Choose the correct answer :
- (i) The depth of the neutral axis is calculated from the known area of steel and it should be
- (a) less than 0.5 times the full depth of the beam
 - (b) more than 0.5 times the effective depth of the beam
 - (c) less than or equal to limiting value of the neutral axis depth
 - (d) less than 0.43 times the effective depth of the beam
- (ii) For a particular grade of concrete and with lowering the grade of steel, the $\mu(\max)$
- (a) increases
 - (b) decreases
 - (c) sometimes increases and sometimes decreases
 - (d) remains constant
- (iii) For a particular grade of steel and with increasing the grade of concrete, the $\mu(\max)$
- (a) decreases
 - (b) increases
 - (c) remains constant
 - (d) sometimes increases and sometimes decreases

(iv) Which of the statements is correct?

- (a) $c(\max)/d$ is independent of grades of concrete and steel
- (b) $c(\max)/d$ is independent of grade of steel but changes with grade of steel
- (c) $c(\max)/d$ changes with the grade of concrete and steel
- (d) $c(\max)/d$ is independent of the grade of concrete and changes with the grade of steel

32- Derive the expression of determining the depth of neutral axis and lever arm of a singly reinforced rectangular beam with known quantity of tension steel.

33- Establish the expressions of the moment of resistance of a singly reinforced rectangular beam when

- (i) $c < c(\max)$.
- (ii) $c = c(\max)$.
- (iii) $c > c(\max)$.

34- Derive the expression of limiting moment of resistance factor and explain how it is influenced by the grades of concrete and steel.

35- When do we go for doubly reinforced beams ?

36- Name three situations other than doubly reinforced beams, where the compression reinforcement is provided.

37- State the assumptions of the analysis and design of doubly reinforced beams.

38- Derive the governing equations of a doubly reinforced beam.

39- State the minimum and maximum amounts of A_{sc} and A_{st} in doubly reinforced beams.

40- State the two types of problems of doubly reinforced beams specifying the given data and the values to be determined in the two types of problems.

41- Name the two methods of solving the two types of problems.

- 42- State specific guidelines to select the initial dimensions/amount/grade of the following parameters before designing the reinforced concrete beams:
- (i) b
 - (ii) d
 - (iii) t
 - (iv) A_{st}
 - (v) diameter of reinforcing bars
 - (vi) grade of concrete
 - (vii) grade of steel.
- 43- State and explain the significance of the assumptions of design of flexural members employing limit state of collapse.
- 44- Draw a cross-section of singly reinforced rectangular beam and show the strain and stress diagrams.

الباب السادس

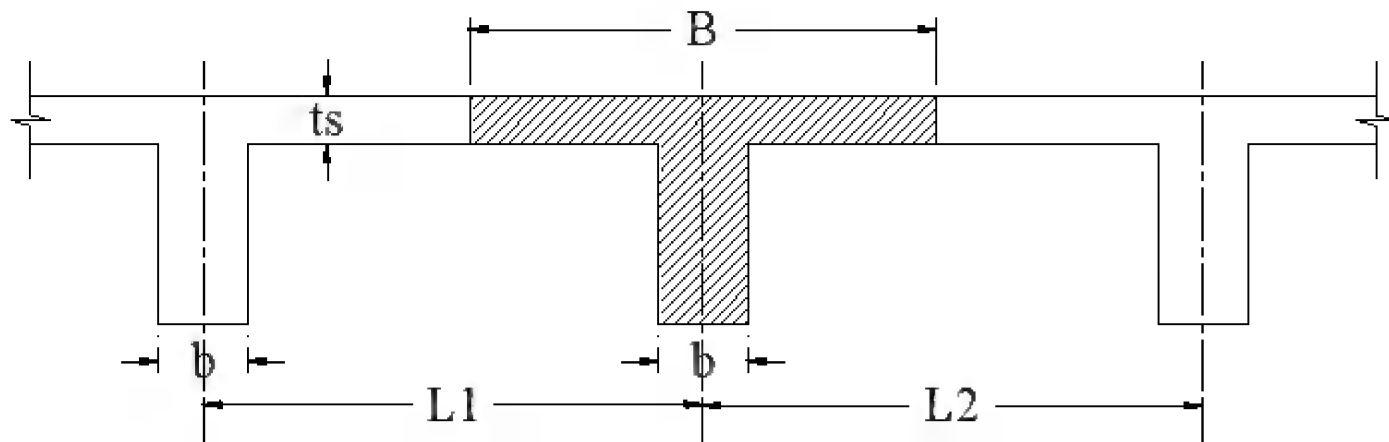
تصميم الكمرات الخرسانية المسلحة علي شكل حرف T و L والمعرضة لعزوم الانحناء Design of T and L-sections Subjected to Bending

في أغلب الأسقف الخرسانية المصبوبة موقعياً تكون البلاطات الخرسانية مركزة على الكمرات ، وعند تعرض الكمرات الخرسانية لعزوم إنحناء نتيجة للحمل المؤثر عليها ينحني جزء من البلاطة مع الكمرة وبالتالي يقاوم إجهادات الضغط إذا كانت الكمرة معرضة لعزم إنحناء موجب يحدث ضغطاً في الجزء العلوي من الكمرة وشدا في الجزء السفلي من الكمرة، وبالتالي فإن جزء البلاطة على جانبي الكمرة المعرضة للضغط يكون فعالاً مع الكمرة في مقاومة الإنحناء حيث يزيد من مقاومتها.

6-1- تحديد العرض الفعال من البلاطة (B): Effective Flange Width (B)

1- الكمرات علي شكل T :

يؤخذ العرض الفعال للكمرات ذات القطاع علي شكل حرف T القيمة الأقل مما يلي بشرط أن تكون البلاطة معرضة لاجهادات ضغط:



$$1- B = L/5 + b$$

$$2- B = 16 t_s + b \quad (6-1)$$

$$3- B = \frac{1}{2} (L_1 + L_2)$$

حيث:

L_1, L_2 : البعد بين محاور الكمرات المتجاورة كما بالشكل.

b : عرض الكمرة.

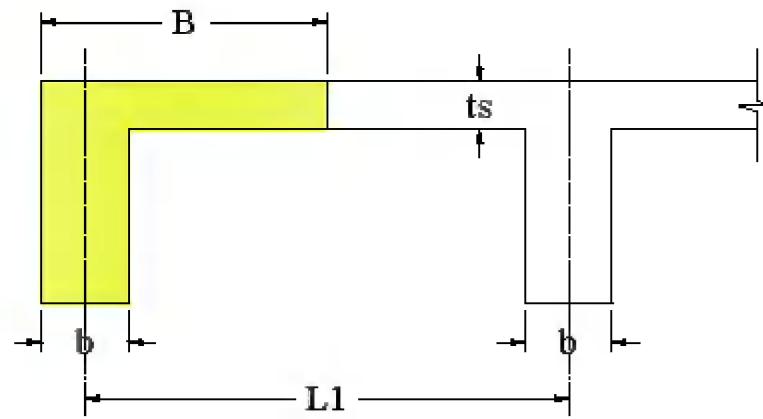
L : المسافة بين نقطتي الانقلاب لعزم الانحناء للكمرة تحت الاعتبار وتؤخذ كما يلي:

$L =$ في حالة الكمرات المرتكزة ارتكازا بسيطا.

$0.8L =$ في حالة الكمرات المستمرة من جهة واحدة.

$0.7L =$ في حالة الكمرات المستمرة من الجهتين.

2- الكمرات علي شكل L :



$$1- B = L/10 + b$$

$$2- B = 6 t_s + b \quad (6-2)$$

$$3- B = \frac{1}{2} L_1$$

3- الكمرات المنفصلة Separated Sections:

في هذه الحالة لابد من تحقق شرطين ويتم التعامل مع المقطع اذا استوفي هذان الشرطان وإلا يتم التعامل معه كمقطع مستطيل.

$$1- B \leq 4 b$$

$$2- t_s \geq b/2 \quad (6-3)$$

6-2- Design of T-Sections T شكل حرف

في حالة تصميم مقاطع الكمرات الخرسانية علي شكل حرف T توجد حالتان:

6-2-1- عمق الكمرة غير معلوم depth is not given:

$$c_{\max} \leq \frac{2}{3} \frac{0.003}{0.003 + \epsilon_y} d \quad \text{لتحقيق شرط الممتطولية}$$

$$\epsilon_y = \frac{f_y}{\gamma_s E_s} = \frac{0.87 f_y}{E_s}$$

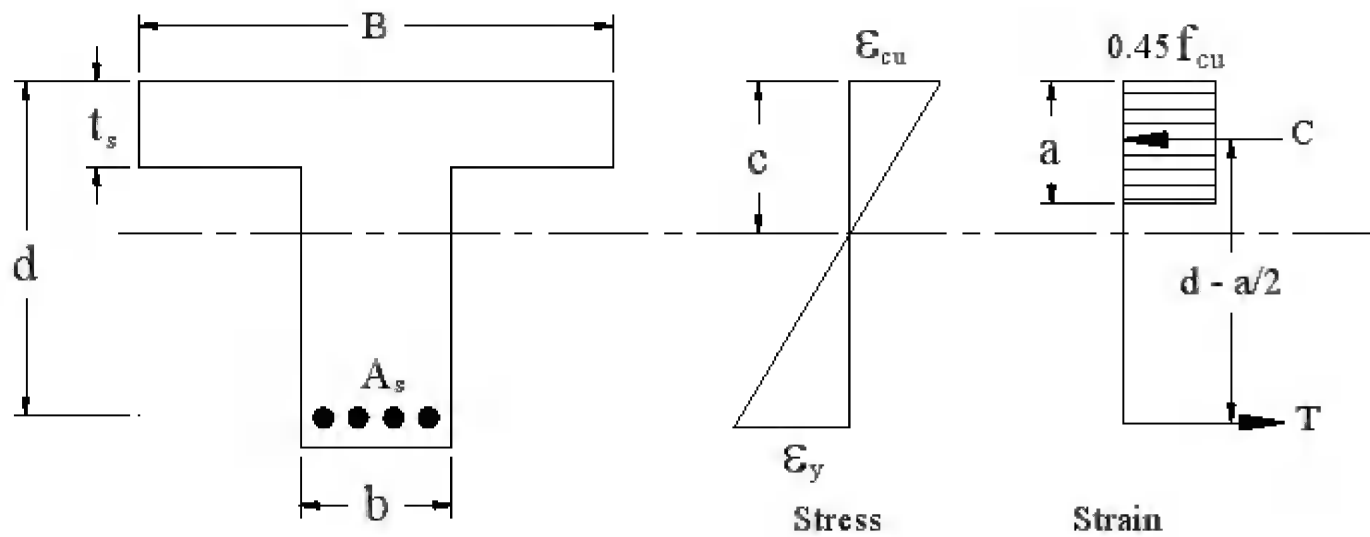
$$E_s = 2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$c_{\max} = \frac{2}{3} \frac{600}{600 + 0.87 f_y} d$$

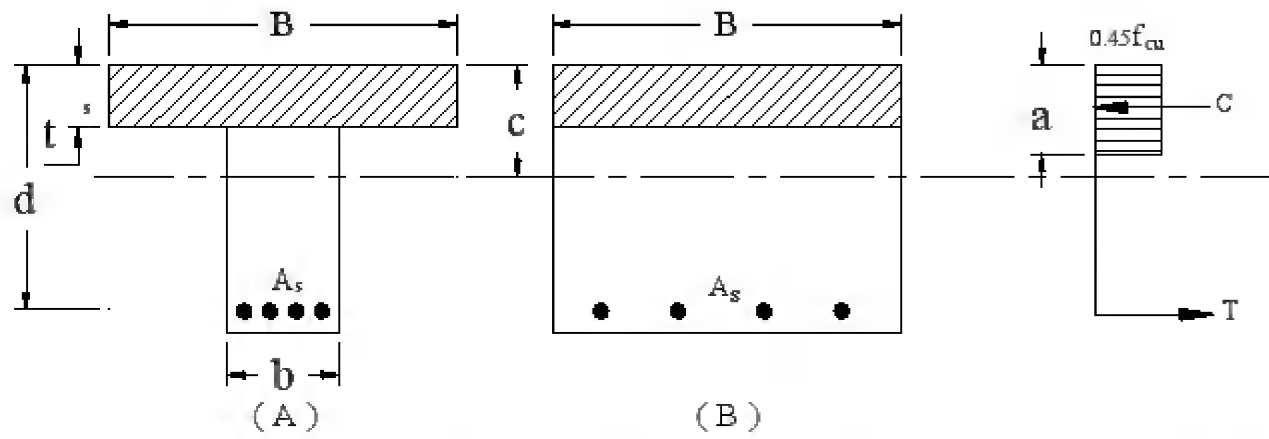
$$c_{\max} = \frac{400}{600 + 0.87 f_y} d$$

$$a_{\max} = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 f_y} d$$

$$a_{\max} = \frac{3200}{6000 + 0.87 f_y} d = z.d \quad (6-4)$$

**6-2-1-1- عمق الجزء المعرض للضغط أقل من سمك البلاطة $a \geq t_s$:**

في هذه الحالة يتم التعامل مع المقطع كأنه مقطع مستطيل لأن اجهادات الضغط لا تؤثر علي أى جزء من جذع (stem) الكمرة وإنما يقتصر على البلاطة فقط (t_s) وبذلك يتم التعامل مع المقطع كأنه مقطع مستطيل.



المقطعان الموضحان بالشكل متماثلان في مقاومتها لعزوم الانحناء لأن الجزء المعرض للشد في كليهما وهو وجه الاختلاف يكون مهملاً في الحالتين. ويكون المقطع الفعلي كالمقطع المستطيل تماماً إذا كان $a_{max} \geq t_s$ ويتم تحديد عمق الكمره كالتالي:

$$M_u = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot a \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$M_u = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot z \cdot d \cdot \left(d - \frac{z \cdot d}{2} \right)$$

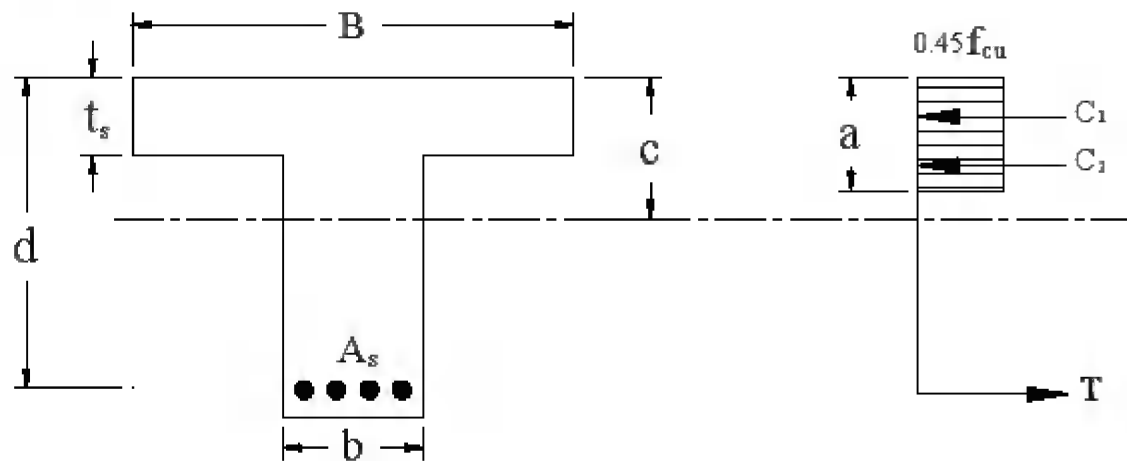
$$M_u = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot z \cdot \left(1 - \frac{z}{2} \right) d^2 \quad (6 - 5)$$

وبعد حساب d يتم التأكد من أن $a \geq t_s$ كي يتم التعامل مع المقطع كمقطع مستطيل.

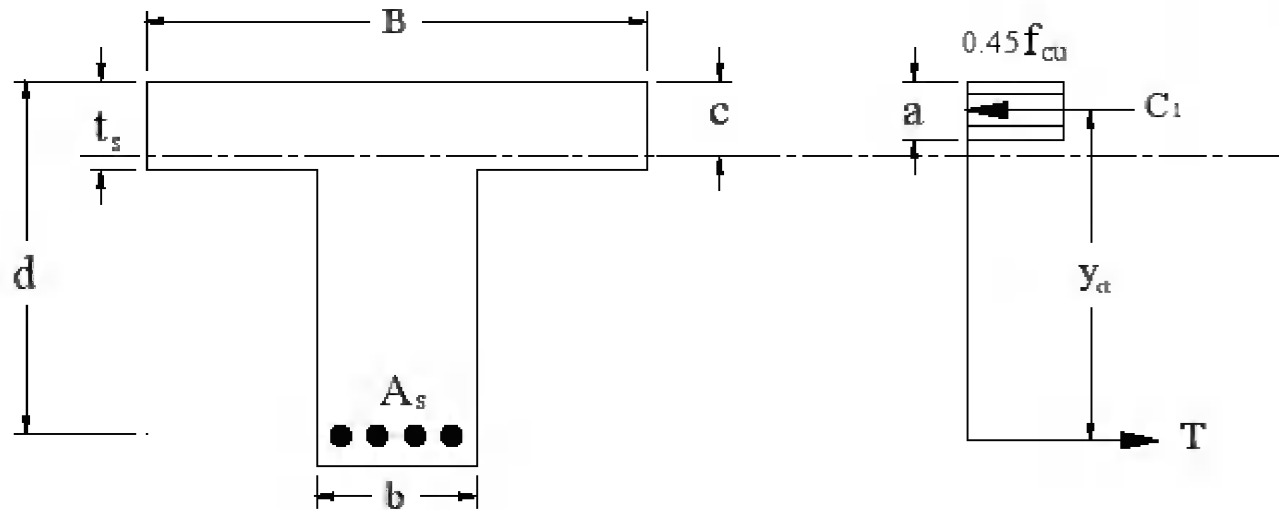
6-1-2-2-6- عمق الجزء المعرض للضغط أكبر من سمك البلاطة $a > t_s$:

في هذه الحالة فإن جزءاً من العرض الصغير (b) يكون معرضاً لجهودات ضغط ويتم حساب عمق الكمره من المعادلة التالية:

$$M_u = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot t_s \cdot \left(d - \frac{t_s}{2} \right) + 0.45 f_{cu} \cdot b \cdot (a - t_s) \left(d - \frac{a + t_s}{2} \right) \quad (6 - 6)$$



-2-2-6 عمق الكمرة معلوم :depth is known



$$M_u = C \cdot y_{ct} = C \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$M_u = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot a \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$a = d \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45 f_{cu} \cdot B \cdot d^2} M_u} \right] \quad (6-8)$$

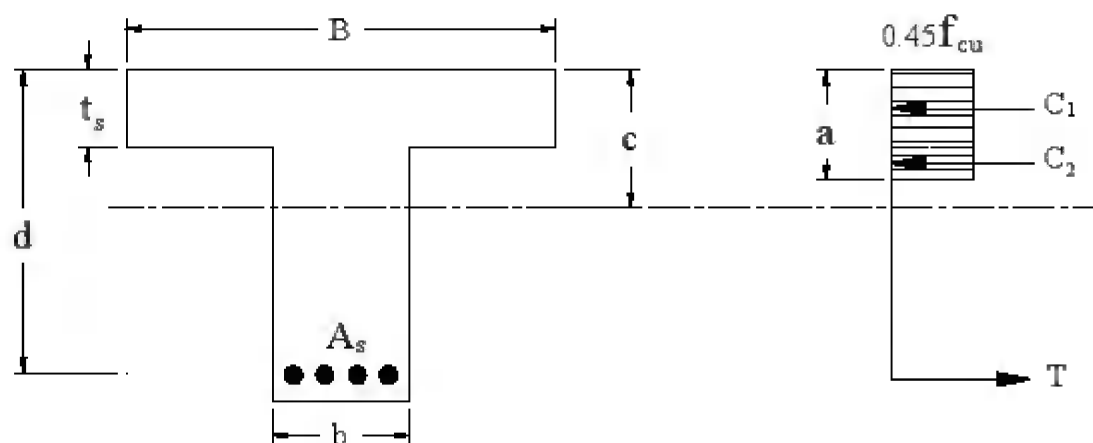
a) $a \leq t_s \therefore$ Rectangular Section

$$C = T$$

$$0.45 f_{cu} \cdot B \cdot a = 0.87 f_y \cdot A_s$$

$$A_s = \frac{0.51 f_{cu} \cdot B \cdot a}{f_y} \quad (6-9)$$

b) $a > t_s$



في هذه الحالة تكون a الفعلية أكبر من a المحسوبة من المعادلة السابقة وذلك بسبب اختلاف عرض الكمره في الجزء المعرض للجهدادات الضغط. ويتم حساب a كما يلي:

$$M_u = C_1 \left(d - \frac{t_s}{2} \right) + C_2 \left(d - t_s - \frac{a - t_s}{2} \right) \quad (6-10)$$

$$C_1 = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot t_s$$

$$C_2 = 0.45 f_{cu} \cdot b \cdot (a - t_s)$$

ومن هذه المعادلة يتم حساب a ومن ثم C_1 , C_2 ومن معادلات الاتزان للقوى الأفقية.

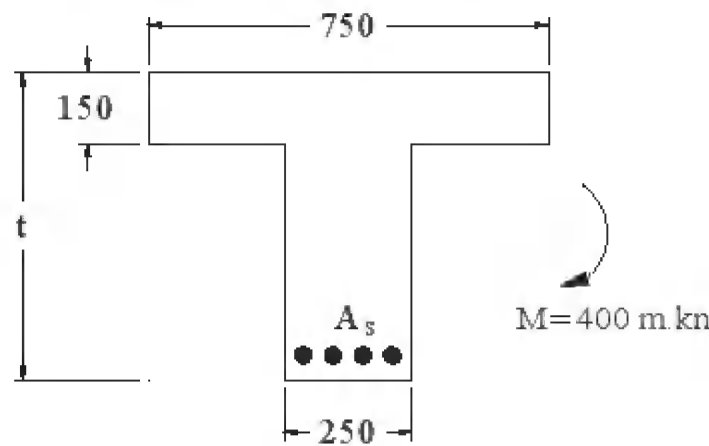
$$T = C_1 + C_2$$

$$0.87 f_y A_s = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot t_s + 0.45 f_{cu} \cdot b \cdot (a - t_s) \quad (6-11)$$

ومن هذه المعادلة يمكن حساب مساحة حديد التسليح. وفي بعض الأحيان يمكن اهمال الضغط في العرض الصغير من مقطع الكمره أي اهمال قوة الضغط C_2 وحساب حديد التسليح علي أساس قوة الضغط C_1 فقط.

Example (6-1):

Design the beam section shown in figure subjected to an ultimate bending moment of 400.0 m.kn. $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$



Solution:

$$a_{\max} = \frac{320}{600 + 0.87 f_y} \quad d = \frac{320}{600 + 0.87 \times 360}$$

$$a_{\max} = 0.35 d$$

$$M_u = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot a \cdot (d - a/2)$$

Make sure d is enough

$$M_u = 0.45 \times 25 \times 750 \times 0.35 d (1 - 0.35/2) d$$

$$400 \times 10^6 = 2436.33 d^2 \Rightarrow d = 405 \text{ mm} \quad \text{Take } t = 450 \text{ mm}$$

$$0.35 d = 0.35 \times 405 = 142 \text{ mm} < 150 \text{ mm O.K.}$$

$$M_u = K_u B d^2$$

$$400 \times 10^6 = K_u \times 750 \times (405)^2$$

$$K_u = 3.25$$

$$\mu = 1.24$$

$$A_s = \frac{1.24}{100} \times 750 \times 405 = 3767 \text{ mm}^2$$

Example (6-2):

Solve the previous example if $t_s = 120 \text{ mm}$.

Solution:

From previous example $0.35d = 142 \text{ mm} > t_s > 120 \text{ mm}$

$$M_u = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot t_s \cdot (d - \frac{t_s}{2}) + 0.45 f_{cu} \cdot b \cdot (a - t_s) (\frac{a + t_s}{2})$$

$$400 \times 10^6 = 0.45 \times 25 \times 750 \times 120 \times (d - \frac{120}{2}) + 0.45 \times 25 \times 250 \times (0.35d - 120) \times (d - \frac{0.35d - 120}{2})$$

$$d = 430 \text{ mm} \Rightarrow t = 500 \text{ mm}$$

$$a = 0.35 d = 0.35 \times 430 = 151 \text{ mm}$$

$$T = \frac{A_s f_y}{\gamma_s} = C_1 + C_2$$

$$0.87 f_y A_s = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot t_s + 0.45 f_{cu} \cdot b \cdot (a - t_s)$$

$$0.87 \times 360 \times A_s = 0.45 \times 25 \times 750 \times 120 + 0.45 \times 25 \times 250 (151 - 120)$$

$$313.2 A_s = 1012500 + 87187.5$$

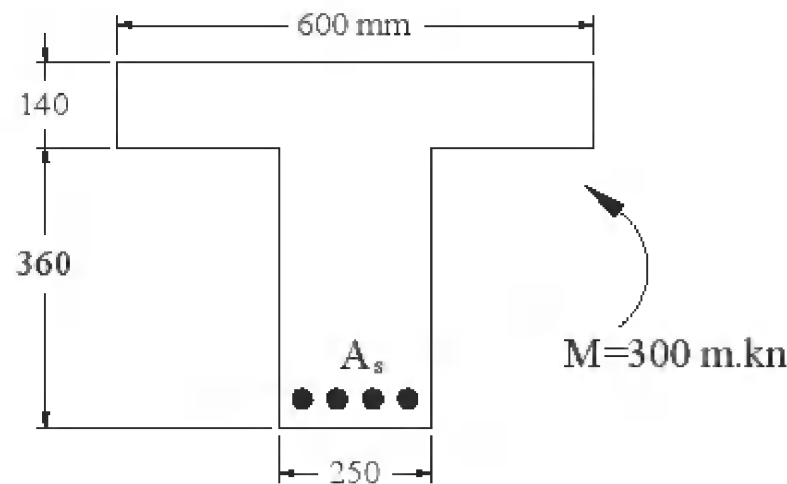
$$A_s = 3511 \text{ mm}^2$$

ويلاحظ أن قيمة C_2 صغيرة بالنسبة لـ C_1 (8%) ولذلك يمكن إهمالها بدون خطأ كبير. $T = C_1 + C_2$

Example (6-3):

The T-Section shown is subjected to an ultimate bending moment of 300.0 m.kn.

Design the required reinforcement. $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 280 \text{ N/mm}^2$



Solution:

$$a = d \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45 f_{cu}} \frac{M_u}{B \cdot d^2}} \right]$$

$$a = 450 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45 \times 25} \frac{300 \times 10^6}{600 \times (450)^2}} \right] = 113 \text{ mm}$$

$a \leq t_s \therefore$ Rectangular Section

$$\begin{aligned} A_s &= \frac{0.45 \times 1.15 f_{cu} \cdot B \cdot a}{f_y} \\ &= \frac{0.45 \times 1.15 \times 25 \times 600 \times 113}{280} = 3132.7 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

or by using Tables:

$$M_u = K_u B d^2$$

$$300 \times 10^6 = K_u (600) (450)^2$$

$$K_u = 2.47$$

$$\mu = 1.15$$

$$A_s = \frac{1.15}{100} \times 600 \times 450 = 3105 \text{ mm}^2$$

Example (6-4):

Solve the previous example if $t_s = 100 \text{ mm}$.

Solution :

From previous example $a = 113 \text{ mm} > t_s$

$$M_u = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot t_s \cdot \left(d - \frac{t_s}{2} \right) + 0.45 f_{cu} \cdot b \cdot (a - t_s) \left(d - \frac{a + t_s}{2} \right)$$

$$a = 132 \text{ mm}$$

$$T = C_1 + C_2$$

$$0.87 f_y A_s = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot t_s + 0.45 f_{cu} \cdot b \cdot (a - t_s)$$

$$0.87 \times 280 \times A_s = 0.45 \times 25 \times 600 \times 100 + 0.45 \times 25 \times 250 (132 - 100)$$

$$243.6 A_s = 675000 + 90000$$

$$A_s = 3140.4 \text{ mm}^2$$

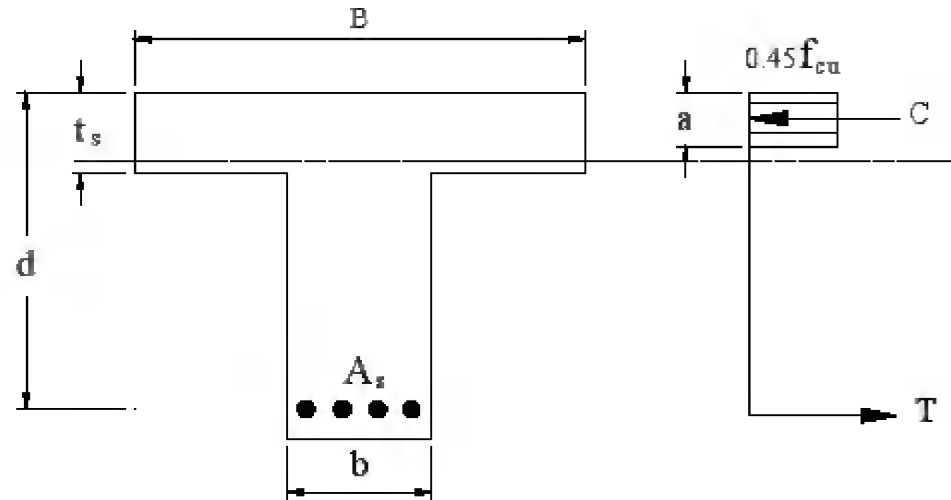
Check $a < a_{\max}$

$$a_{\max} = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 \times 280} \times 450 = 170 \text{ mm}$$

$$a < a_{\max} \quad \text{O.K}$$

6-3- عزم الانحناء المقاوم للقطاع الخرساني على شكل T : Moment of Resistance

6-3-1 - عمق الجزء المعرض للضغط أقل من سمك البلاطة الخرسانية $a \geq t_s$:



$$T = C$$

$$0.87 f_y A_s = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot a \quad (6-12)$$

get a

$$\text{Check for ductility } a \leq a_{\max} \leq 0.8 \frac{400}{600 + 0.87 f_y} d$$

a – if $a \leq a_{\max}$ O.K

$$M_u = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot a \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad (6-13)$$

b – if $a > a_{\max}$

$$a = a_{\max}$$

$$M_u = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot a_{\max} \left(d - \frac{a_{\max}}{2} \right) \quad (6-14)$$

14)

6-3-2 - عمق الجزء المعرض للضغط أكبر من سمك البلاطة الخرسانية $a > t_s$:

$$T = C$$

$$0.87 f_y A_s = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot t_s + 0.45 f_{cu} \cdot b \cdot (a - t_s)$$

get a

Check for ductility $a \leq a_{\max} \leq 0.8 \frac{400}{600 + 0.87 f_y} d$

a – if $a \leq a_{\max}$ O.K

neglect compression in the web

$$M_u = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot a \left(d - \frac{t_s}{2} \right) \quad (6-15)$$

b – if $a > a_{\max}$ $\therefore a = a_{\max}$

في هذه الحالة هناك احتمالان الأول أن يكون $a_{\max} > t_s$ وفي هذه الحالة تستخدم نفس المعادلة السابقة.

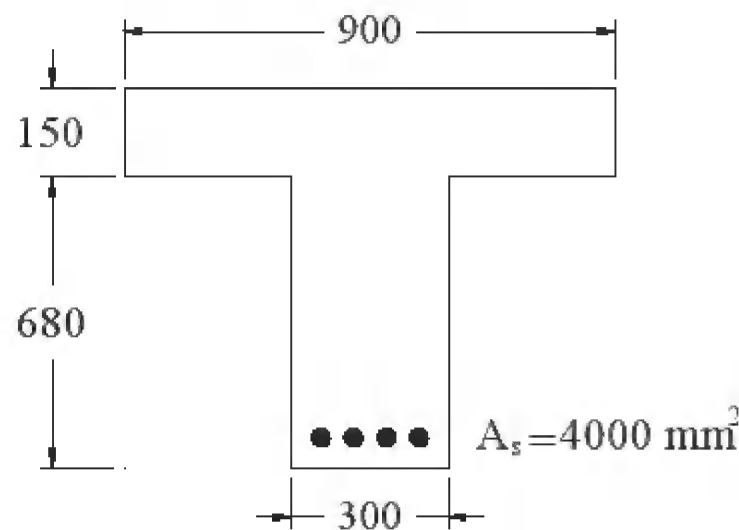
أما في حالة $a_{\max} < t_s$ نستخدم قيمة a_{\max} ويعامل المقطع علي كانه مقطع مستطيل.

$$M_u = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot a \left(d - \frac{a_{\max}}{2} \right) \quad (6-16)$$

Example (6 - 5):

For the section shown in the figure $A_s = 4000 \text{ mm}^2$, $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$

Find the maximum allowable ultimate moment.



Solution:

$$a_{\max} = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 f_y} d = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 \times 240} \times 750$$

$$a_{\max} = 2967 \text{ mm}$$

$$T = C$$

$$0.45 f_{cu} \cdot B \cdot a = 0.87 f_y A_s$$

$$0.45 \times 25 \times 900 \times a = 0.87 \times 240 \times 4000$$

$$a = 82.5 \text{ mm}$$

$$a < a_{\max} \quad \text{O.K.}$$

$$a < t_s \quad \therefore \text{rectangular section}$$

$$M_u = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot a \cdot (d - a/2)$$

$$M_u = 0.45 \times 25 \times 900 \times 82.5 (750 - 82.5/2) = 592 \text{ m.kn}$$

or using tables

$$M_u = K_u B d^2$$

$$\mu = \frac{A_s}{B.d} = \frac{4000}{900 \times 750} = 0.6 \%$$

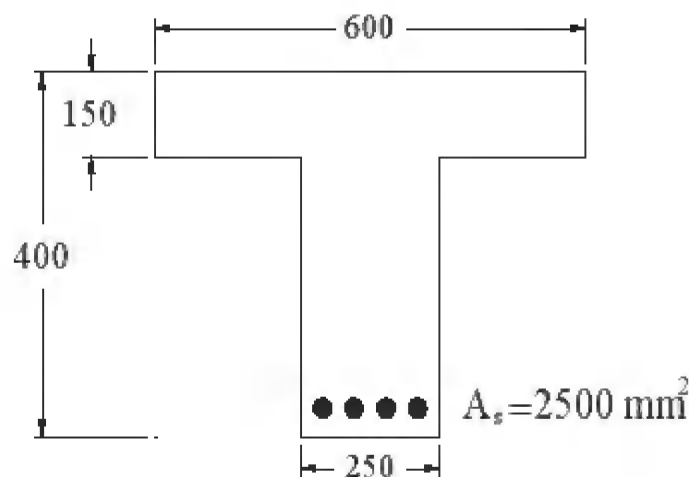
$$K_u = 1.2$$

$$M_u = K_u B d^2 = 1.2 \times 900 \times (750)^2 = 607.5 \text{ m.kn}$$

ويلاحظ أن الفرق بسبب أن قيم μ , K_u في الجدول ليست علي فترات صغيرة بما يكفي لتحديد قيم أحدهما بدقة بواسطة الآخر.

Example (6-6):

Calculate the ultimate allowable bending moment for the reinforced concrete shown in figure $f_{cu} = 20 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



Solution:

$$a_{\max} = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 f_y} \quad d = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 \times 360} \times 350$$

$$a_{\max} = 122.6 \text{ mm}$$

$$T = C$$

$$0.45 f_{cu} \cdot B \cdot a = 0.87 f_y A_s$$

$$0.45 \times 20 \times 600 \times a = 0.87 \times 360 \times 2500$$

$$a = 145.0 \text{ mm}$$

$$a > a_{\max} \quad \therefore a = a_{\max}$$

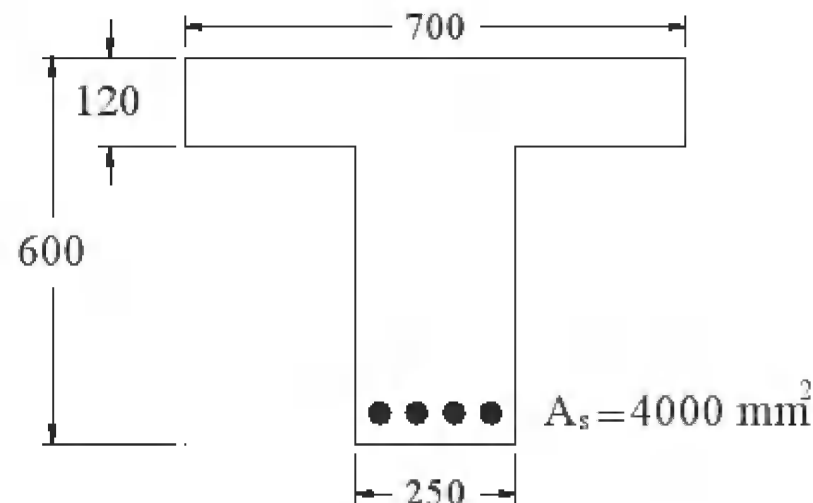
$$a < t_s \quad \therefore \text{rectangular section}$$

$$M_u = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot a_{\max} \cdot (d - a_{\max}/2)$$

$$M_u = 0.45 \times 20 \times 600 \times 122.6 (350 - 122.6/2) = 191.1 \text{ m.kn}$$

Example (6-7):

Calculate the maximum allowable ultimate bending moment that the shown section can be resist. $f_{cu} = 22.5 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 280 \text{ N/mm}^2$.



Solution:

$$a_{\max} = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 f_y} \quad d = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 \times 280} \times 550$$

$$a_{\max} = 208.6 \text{ cm}$$

$$T = C$$

$$0.45 f_{cu} \cdot B \cdot a = 0.87 f_y A_s$$

$$0.45 \times 22.5 \times 700 \times a = 0.87 \times 280 \times 4000$$

$$a = 137.5 \text{ mm}$$

$$a < a_{\max} \quad \text{O.K}$$

$$a > t_s \quad \text{neglect compression in the web}$$

$$M_u = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot t_s \cdot (d - t_s/2)$$

$$M_u = 0.45 \times 22.5 \times 700 \times 120 (550 - 120/2) = 416.7 \text{ m.kn}$$

If compression in the web is not neglected

$$M_{\text{web}} = 0.45 \times 22.5 \times 250 \times (550 - 120 - (137.5 - 120)/2) = 10.7 \text{ m.kn}$$

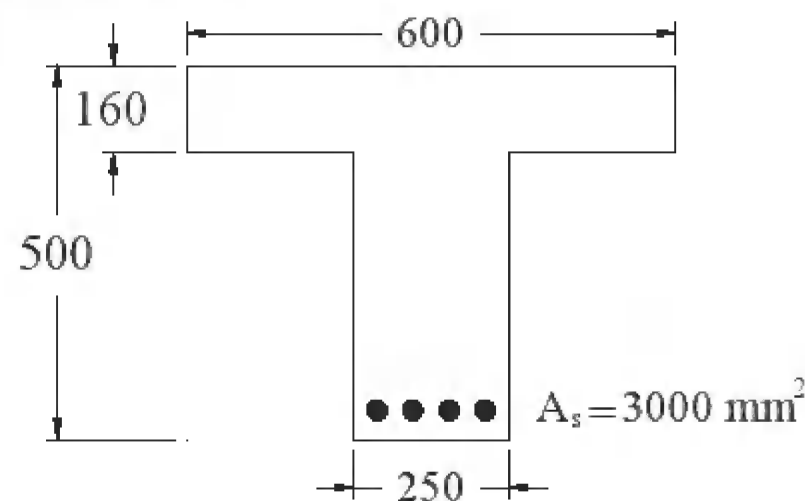
$$M_{\text{total}} = 416.7 + 10.7 = 427.4 \text{ m.kn}$$

ومن هذا المثال يتضح أن نسبة الجزء المهمل من عزم الانحناء لا تتجاوز % 2.5 لكن في حالة الضرورة يمكن اخذه في الاعتبار.

Example (6-8):

For the section shown calculate the allowable ultimate moment.

$$f_{cu} = 20 \text{ N/mm}^2, \quad f_y = 360 \text{ N/mm}^2.$$



Solution:

$$a_{\max} = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 f_y} \quad d = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 \times 360} \times 450$$

$$a_{\max} = 157.7 \text{ mm}$$

$$T = C$$

$$0.45 f_{cu} \cdot B \cdot a = 0.87 f_y A_s$$

$$0.45 \times 20 \times 600 \times a = 0.87 \times 360 \times 300$$

$$a = 174.0 \text{ mm}$$

$$a > a_{\max} \quad \therefore a = a_{\max}$$

$$a < t_s \quad \therefore \text{rectangular section}$$

$$M_u = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot a_{\max} \cdot (d - a_{\max}/2)$$

$$M_u = 0.45 \times 20 \times 600 \times 157.7 (450 - 157.7/2) = 316.0 \text{ m.kn}$$

or using tables

$$\mu = \frac{A_s}{B \cdot d} = \frac{3000}{600 \times 450} = 1.11 \% \quad , \text{ use } \mu = 1\%$$

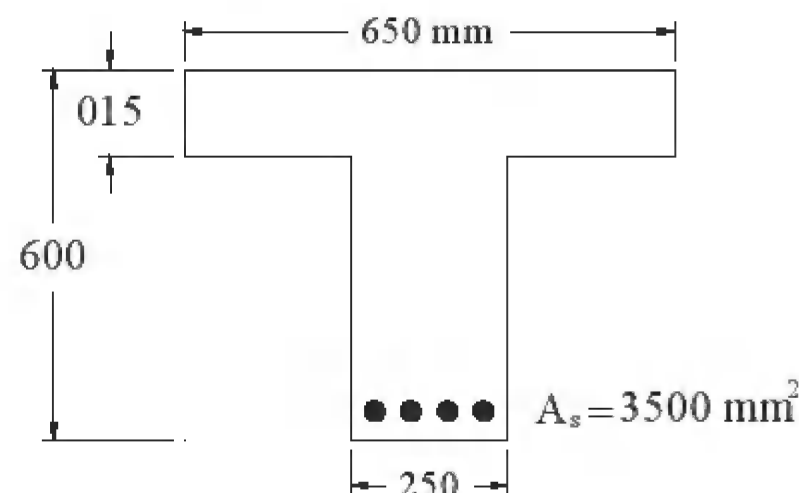
$$K_u = 2.6$$

$$M_u = K_u B d^2 = 2.6 \times 600 \times (450)^2 = 316 \text{ m.kn}$$

Example (6-9):

Calculate the maximum ultimate bending moment that the shown section can resist.

$$f_{cu} = 22.5 \text{ N/mm}^2 \quad , \quad f_y = 360 \text{ N/mm}^2.$$



Solution:

$$a_{\max} = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 f_y} \quad d = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 \times 360} \times 550$$

$$a_{\max} = 177.7 \text{ mm}$$

$$T = C$$

$$0.45 f_{cu} \cdot B \cdot a = 0.87 f_y A_s$$

$$0.45 \times 22.5 \times 550 \times a = 0.87 \times 360 \times 350$$

$$a = 196.8 \text{ mm}$$

$$a > a_{\max} \quad \therefore a = a_{\max}$$

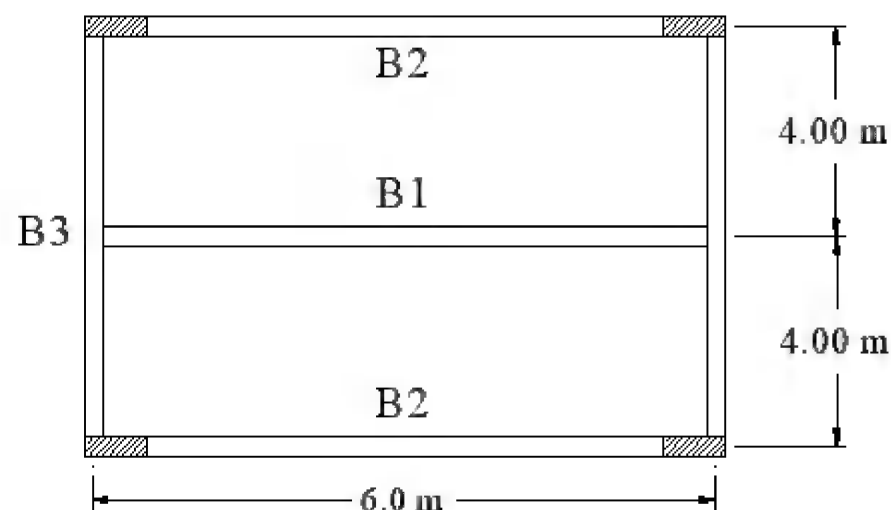
$$a > t_s \quad \text{neglect compression in the web}$$

$$M_u = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot t_s \cdot (d - t_s/2)$$

$$M_u = 0.45 \times 22.5 \times 550 \times 150 (550 - 150/2) = 396.7 \text{ m.kn}$$

Example (6-10):

For the roof shown, $t_s = 120 \text{ mm}$, $b = 250 \text{ mm}$ for all beams $f_{cu} = 22.5 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$. Ultimate load for B1 = 40 kn/m', B2 = 30 kn/m', B3 = 20 kn/m'. Design the critical sections for all beams.



Solution:

Beam (B1) :

$$B = L/5 + b = 6000/5 + 250 = 1450 \text{ mm}$$

$$B = 16 t_s + b = 16 \times 120 + 250 = 2170 \text{ mm}$$

$$B = \frac{1}{2} (L_1 + L_2) = \frac{1}{2} (4 + 4) = 4000 \text{ mm}$$

$$\therefore B = 145 \text{ cm}$$

$$M_u = \frac{40(6)^2}{8} = 180 \text{ m.kn}$$

$$\text{Choose } t = \frac{L}{12} = \frac{6000}{12} = 500 \text{ mm for all beams}$$

Assume $a < t_s$

$$a = d \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45 f_{cu} B d^2} M_u} \right]$$

$$a = 45 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45 \times 25 \times 1450 \times (450)^2} 180 \times 10^6} \right] = 25.0 \text{ mm}$$

$a < t_s \quad \therefore$ Rectangular Section

$$M_u = K_u B d^2$$

$$180 \times 10^6 = K_u (1450) (450)^2$$

$$K_u = 0.61$$

$$\mu = 0.27$$

$$A_s = \frac{0.27}{100} \times 1450 \times 450 = 1761 \text{ mm}^2 \text{ Use } \rightarrow 6\phi 20$$

Beam (B2) :

$$B = L/10 + b = 6000/10 + 250 = 850 \text{ mm}$$

$$B = 6 t_s + b = 6 \times 120 + 250 = 970 \text{ mm}$$

$$B = L_1/2 = 4000/2 = 2000 \text{ mm}$$

$$\therefore B = 850 \text{ mm}$$

$$M_u = \frac{30(6)^2}{8} = 135.0 \text{ m.kn}$$

Assume $a < t_s$

$$a = d \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45 f_{cu}} \frac{M_u}{B.d^2}} \right]$$

$$a = 450 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45 \cdot 25 \times 850 \times (450)^2} 135 \times 10^6} \right] = 32.5 \text{ mm}$$

$a < t_s \quad \therefore$ Rectangular Section

$$M_u = K_u B d^2$$

$$1350 \times 10^6 = K_u (850) (450)^2$$

$$K_u = 0.78$$

$$\mu = 0.27$$

$$A_s = \frac{0.27}{100} \times 850 \times 450 = 1032.75 \text{ mm}^2 \text{ Use } \rightarrow 6\phi 16$$

Beam (B3) :

$$B = L/10 + b = 8000/10 + 250 = 1050 \text{ mm}$$

$$B = 6 t_s + b = 6 \times 120 + 250 = 970 \text{ mm}$$

$$B = L_1/2 = 6000/2 = 3000 \text{ mm}$$

$$\therefore B = 970 \text{ mm}$$

$$M_u = \frac{20(8)^2}{8} + 40 \times \frac{6}{2} \times \frac{8}{4} = 400 \text{ m.kn}$$

Assume $a < t_s$

$$a = d \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45 f_{cu}} \frac{M_u}{B.d^2}} \right]$$

$$a = 450 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45} \frac{400 \times 10^6}{25 \times 970 \times (450)^2}} \right] = 900 \text{ mm}$$

$a < t_s \quad \therefore$ Rectangular Section

$$M_u = K_u B d^2$$

$$400 \times 10^6 = K_u (970) (450)^2$$

$$K_u = 2.04$$

$$\mu = 0.71$$

$$A_s = \frac{0.71}{100} \times 970 \times 450 = 3100 \text{ mm}^2 \text{ Use } \rightarrow 7\phi 25$$

Check for ductility

$$a_{\max} = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 f_y} d = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 \times 360} \times 450 = 157.6 \text{ cm}$$

$a < a_{\max}$ O.K

Example (6-11):

Design a T-section of a simply supported beam with the following information:

$b = 250 \text{ mm}$, $t_s = 120 \text{ mm}$, $L = 6.00 \text{ m}$, $M_u = 400 \text{ m.kn}$

$f_{cu} = 22.5 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.

Solution:

$$B = 16 t_s + b = 16 \times 120 + 250 = 2170 \text{ mm}$$

$$B = L/5 = 6000/5 = 1200 \text{ mm}$$

$$\text{Assume } t = \frac{L}{12} = \frac{6000}{12} = 500 \text{ mm} \approx 550 \text{ mm}$$

$$a = d \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45} \frac{M_u}{f_{cu} \cdot B \cdot d^2}} \right] = 500 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45} \frac{400 \times 10^6}{25 \times 1200 \times (500)^2}} \right] = 630 \text{ mm}$$

$a < t_s \quad \therefore$ Rectangular Section

$$M_u = K_u B d^2$$

$$400 \times 10^6 = K_u (1200) (500)^2$$

$$K_u = 1.33$$

$$\mu = 0.45$$

$$A_s = \frac{0.45}{100} \times 1200 \times 500 = 2700 \text{ mm}^2$$

Check for ductility

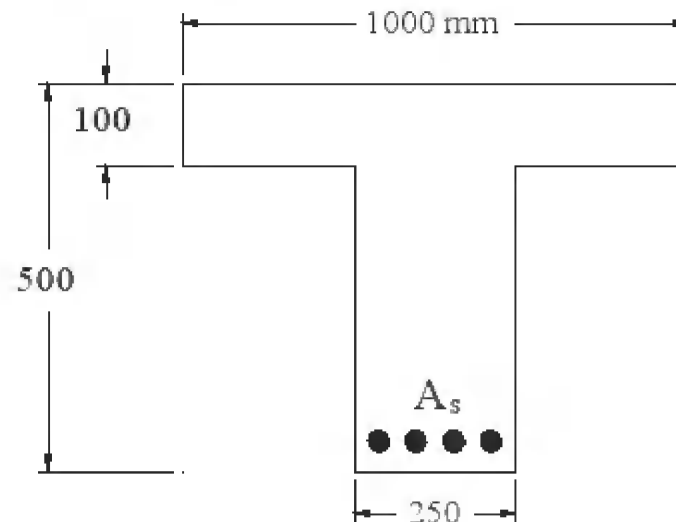
$$a_{\max} = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 f_y} d = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 \times 360} \times 500 = 175 \text{ mm}$$

$$a < a_{\max} \quad \text{O.K}$$

Example (6-12):

Design the T-Section shown in figure to resist an ultimate bending of 45 m.ton

$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2, f_y = 360 \text{ N/mm}^2.$$



Solution:

$$a = d \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45 f_{cu}} \frac{M_u}{B.d^2}} \right]$$

$$a = 450 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45 \times 25 \times 1000 \times (450)^2} \times 450 \times 10^6} \right] = 112.9 \text{ mm}$$

$$a_{\max} = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 f_y} \quad d = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 \times 360} \times 450 = 157.7 \text{ mm}$$

$$a < a_{\max} \quad \text{O.K}$$

$$a > t_s \quad \text{neglect compression in the web}$$

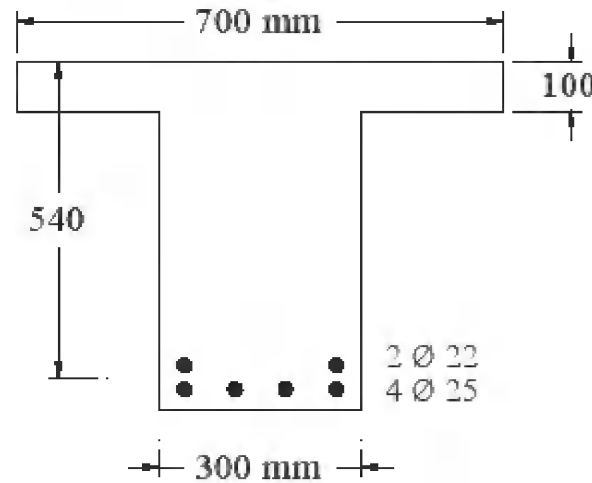
$$M_u = 0.45 f_{cu} \cdot B \cdot t_s \cdot (d - t_s/2)$$

$$M_u = 0.45 \times 25 \times 1000 \times 100 (450 - 100/2) = 450 \text{ m.kn}$$

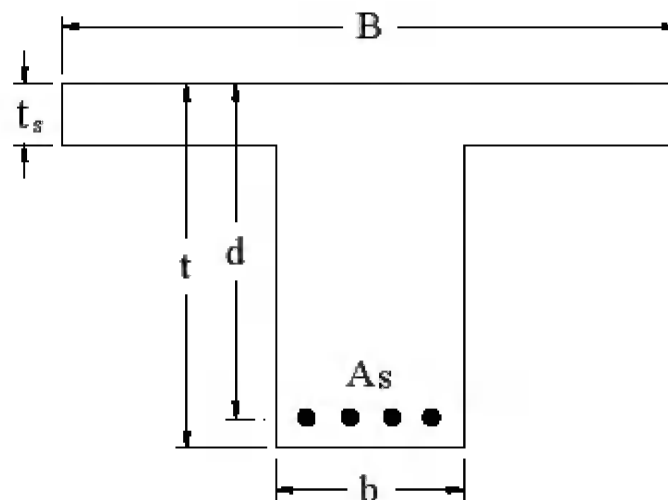
$$A_s = \frac{M_u}{0.87 f_y \cdot d} = \frac{450 \times 10^6}{0.87 \times 360 \times 450} = 3190 \text{ mm}^2 \quad \text{use } 7\Phi 25$$

Chapter (6) – Problems

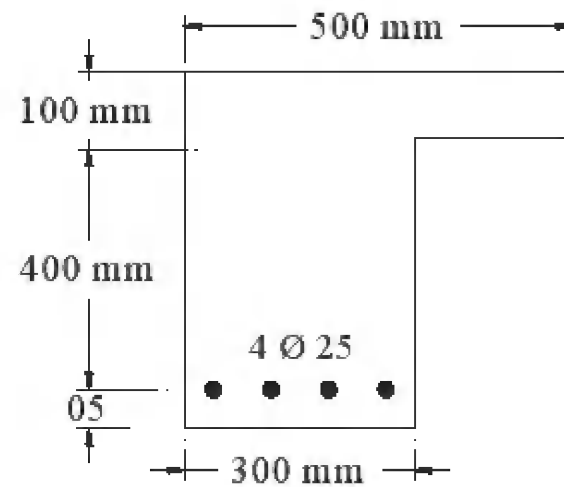
- 1 - Given a concrete beam, which is $t = 600$ mm, $d = 540$ mm with 4 $\Phi 25$ and 2 $\Phi 22$ reinforcement bars and $f_{cu} = 25$ N/mm² and $f_y = 360$ N/mm². Calculate the ultimate moment that the beam section can resist.



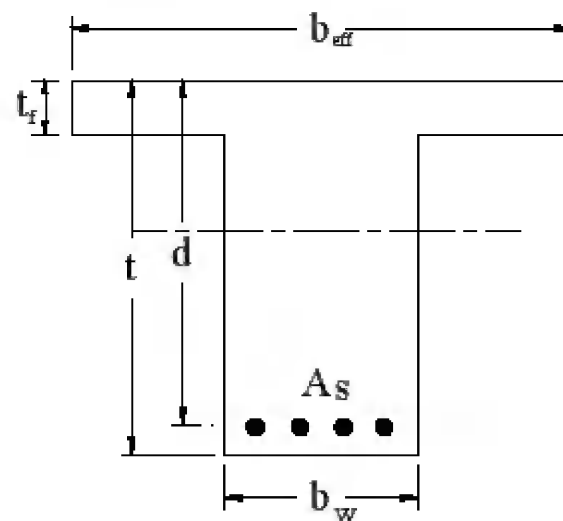
- 2 - Consider a simple rectangular beam reinforced with steel reinforcement of $A_s = 2000.0$ mm². Assume $b_w = 250$ mm, $d = 550$ mm., $t = 600$ mm , $B = 750$ mm ,and $t_s = 100$ mm , and $f_{cu} = 25$ N/mm² and $f_y = 400$ N/mm². The beam is subjected to an ultimate moment of 240 m.kn. calculate the stress in concrete and in the reinforcing steel.



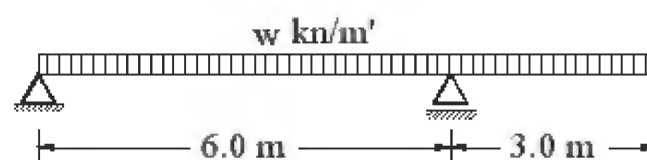
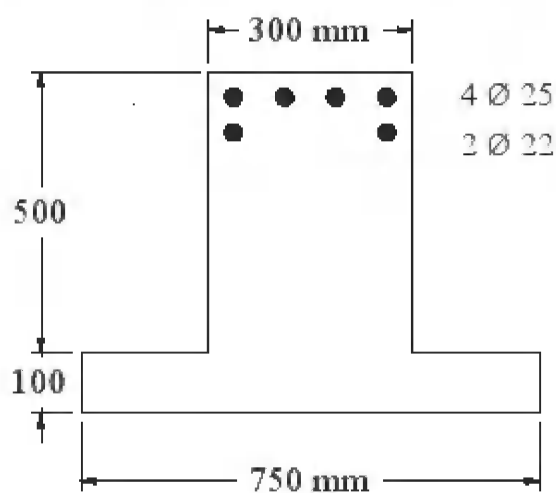
- 3 - For the given beam with $f_{cu} = 25$ N/mm² and $f_y = 360$ N/mm². Determine the ultimate bending moment that the following section can resist.



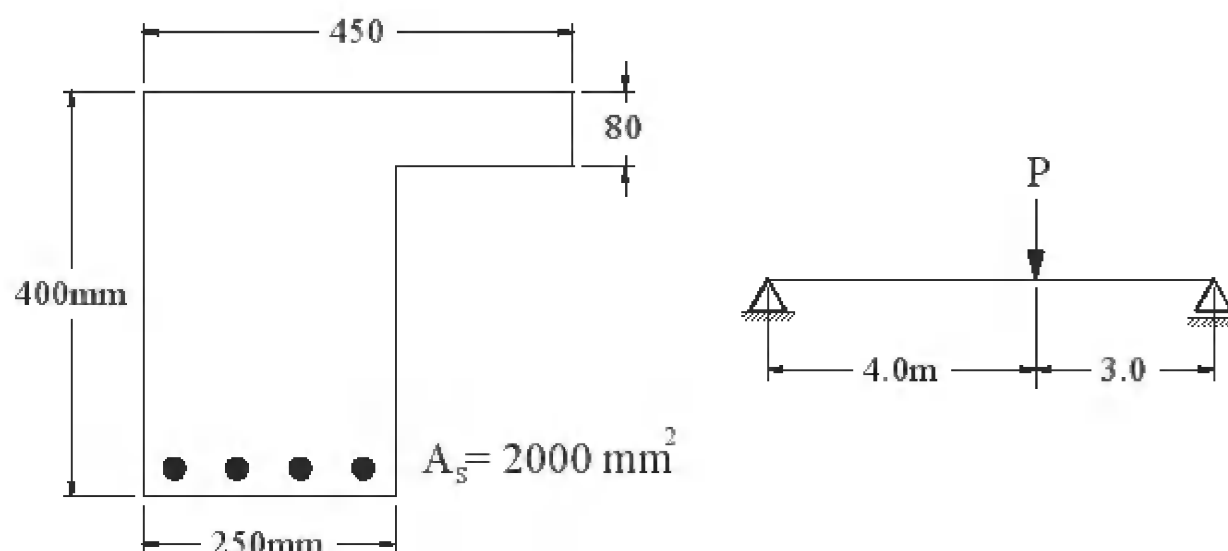
- 4 – The shown T-section is subjected to an ultimate bending moment of 450.0 m.kn. The dimensions are $b_{eff} = 900$ mm , $b_w = 250$ mm , $d = 440$ mm, $t_f = 80$ mm , $t = 500$ mm. and A_s 7 Φ 25 bars. If the top is in compression and bottom is in tension. Determine the maximum stresses in the concrete and in the steel.



- 5 - For the beam section shown in figure, calculate the maximum ultimate load that the beam can carry. Use $f_{cu} = 25$ N/mm², and $f_y = 360$ N/mm².

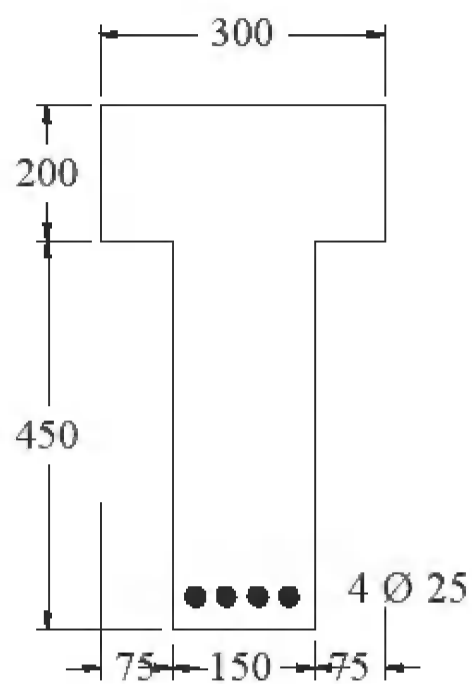


- 6 - For the beam section shown in figure, Calculate the maximum value of concentrated load P that the beam can resist at ultimate stage . Use $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.

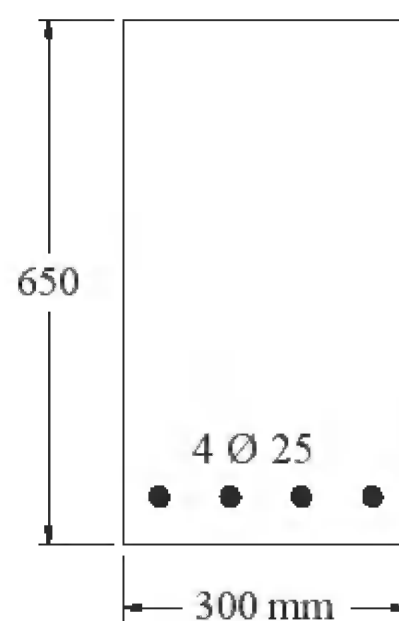


- 7 - Calculate the bending moment at ultimate stage for the following sections.

Use $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$



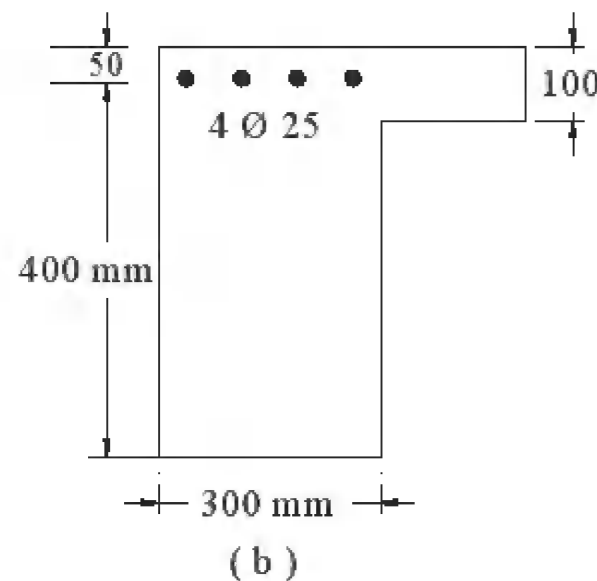
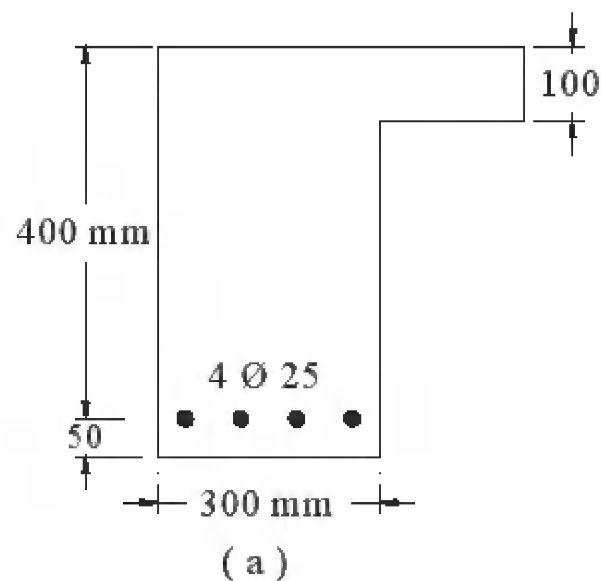
(a)



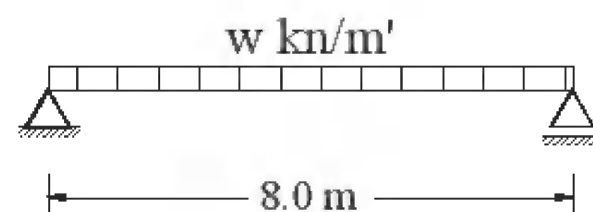
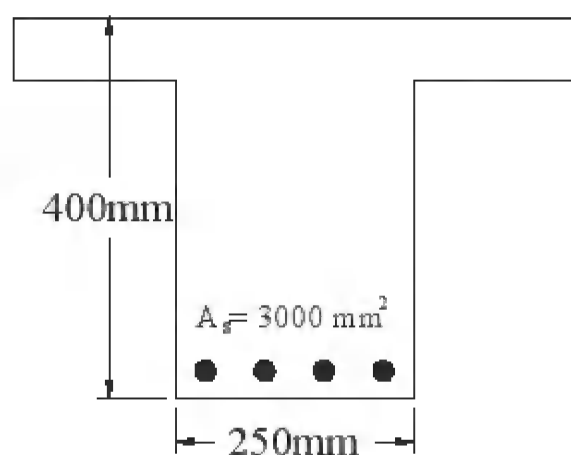
(b)

8 - For the reinforced concrete beam sections shown in figure ; Calculate the maximum bending moment that the sections can resist at ultimate stage.

- a) $f_c = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$
- b) $f_c = 35 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$
- c) $f_c = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$
- d) $f_c = 35 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$



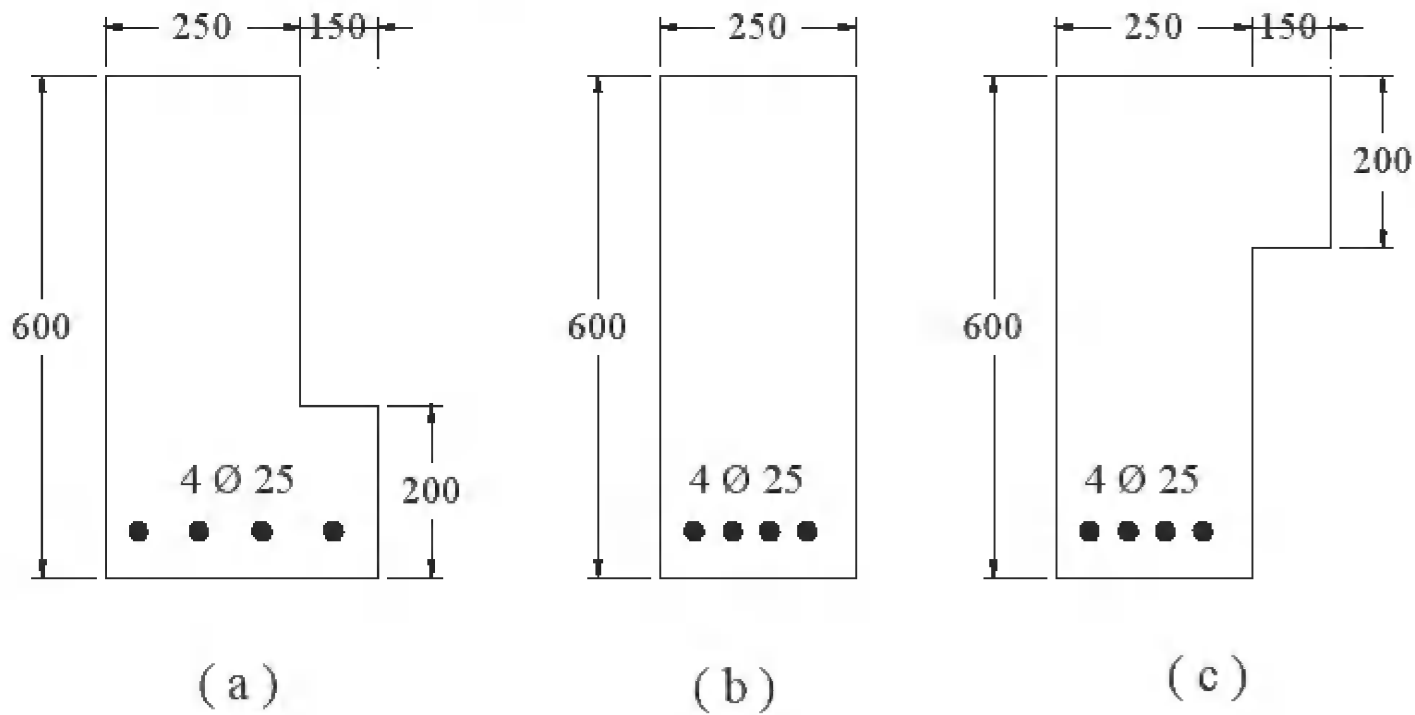
9 - Calculate the maximum safe factored distributed load intensity at ultimate stage that the beam can resist. $f_c = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



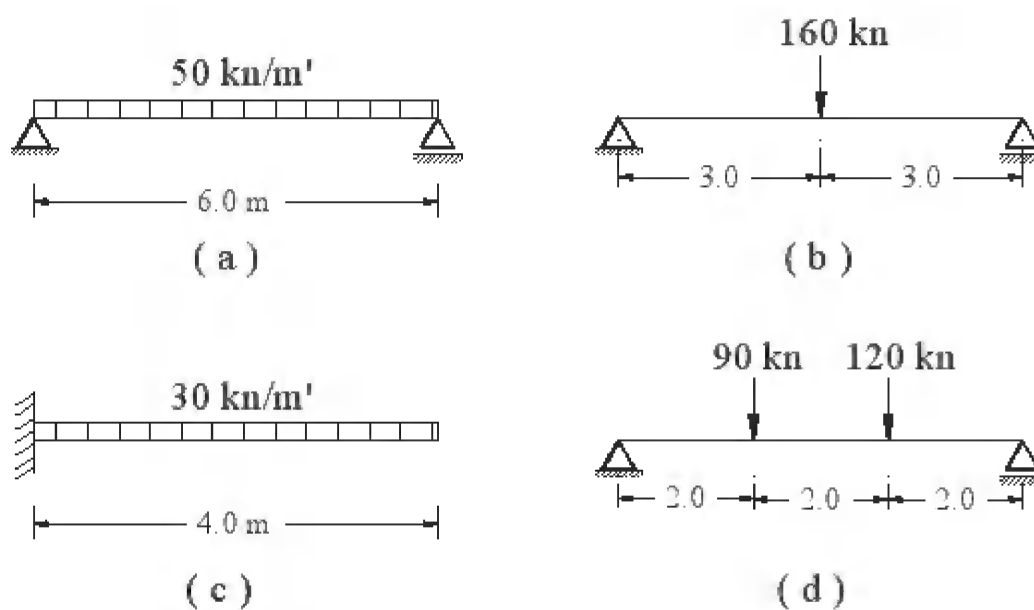
10 -For the reinforced concrete beam sections shown in figure ; Calculate the maximum bending moment that the sections can resist at ultimate stage.

a) $f_c = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

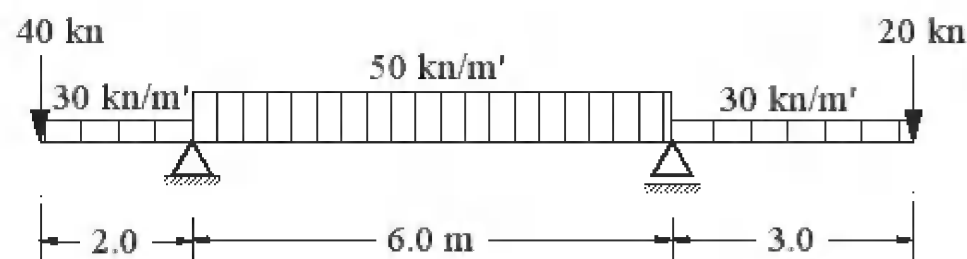
b) $f_c = 35 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$



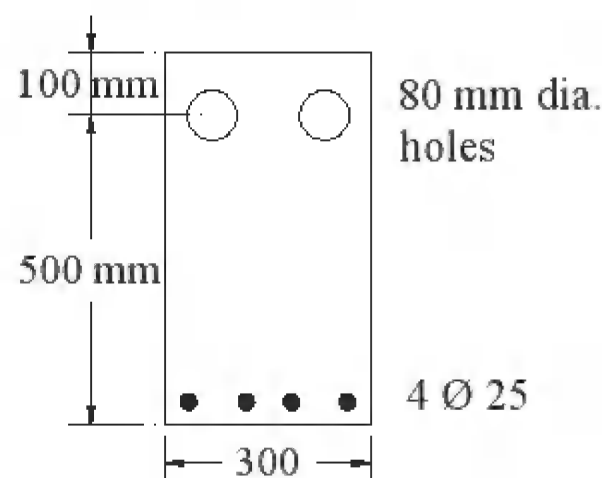
11- Design the shown beams having a T sections with $b = 250 \text{ mm}$, $t = 550 \text{ mm}$, $t_s = 80 \text{ mm}$, $B = 650 \text{ mm}$ subjected to factored load as shown. $f_c = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$



- 12- Consider a singly reinforced concrete beam, $b = 300 \text{ mm}$, $d = 600 \text{ mm}$, $t = 650 \text{ mm}$, and $f_c = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.
- Determine the maximum ultimate moment that the section can resist.
 - Determine the area of reinforcement in case (a).
- 13 - Given a beam having width $b = 300 \text{ mm}$, $t = 700 \text{ mm}$ with 5 $\Phi 25$ reinforcement bars and $f_c = 30 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$.
- Determine how you would find the NA and moment of inertia, I_{zz} , of beam in ultimate stage.
 - Solve for the neutral axis and moment of inertia.
 - Calculate the ultimate moment capacity of the section.
- 14 - The beam shown in figure has a rectangular section of width $= 25 \text{ cm}$, design the critical sections in the beam, $f_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ and $f_y = 3600 \text{ kg/cm}^2$.



- 15- For the concrete beam section shown in figure, calculate the maximum bending moment that the beam can resist, $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$. If the beam is subjected to a bending moment of 220 m.kn . ; calculate the stresses in the concrete and in the steel.



16 - If the value of c for a beam is greater than the c_{bal} , which one will fail first the steel or the concrete? Why?

17- What does α represent and what does $0.45 f_c$ stand for in the following equation?

$$0.45 * f_{cu} b \alpha c \left[d - \frac{a}{2} \right]$$

18 - What does γ represent in $f_s = \frac{f_y}{\gamma_s}$?

19 - Can we use the equation: $\mu_b = 0.41 \frac{f_{cu}}{f_y} \left(\frac{c_b}{d} \right)$

to get μ_{bal} for a T-beam? Why or why not ?

20 - A rectangular beam has a width $b = 250$ mm. and effective depth to the centroid of tension steel bars $d = 450$ mm. Tension reinforcement consists of 6 $\Phi 25$ bars in two rows; compression reinforcement consists of 2 $\Phi 22$ at $d' = 2.5$ in. $f_{cu} = 30$ N/mm², and $f_y = 400$ N/mm².

a) Determine the ultimate moment capacity of the beam.

b) How would you calculate the moment capacity if the compression steel does not yield?

21 - What is the difference between over-reinforced beams and balanced beams?

22 - Consider a singly reinforced concrete beam, $b = 250$ mm, $d = 500$ mm, $t = 550$ mm and reinforcement consists of 4 $\Phi 22$. $f_{cu} = 25$ N/mm², and $f_y = 360$ N/mm²

c) Determine the ultimate moment capacity

d) Determine μ_{bal} , $A_s (bal)$, $A_s \max all.$ and $A_s (min)$

23 - Determine the stresses in a rectangular double reinforced section subjected to an ultimate moment of 360 m.kn. given $t = 600$ mm, $b = 250$ mm, $A_s = 2400$ mm², $A'_s = 700$ mm².

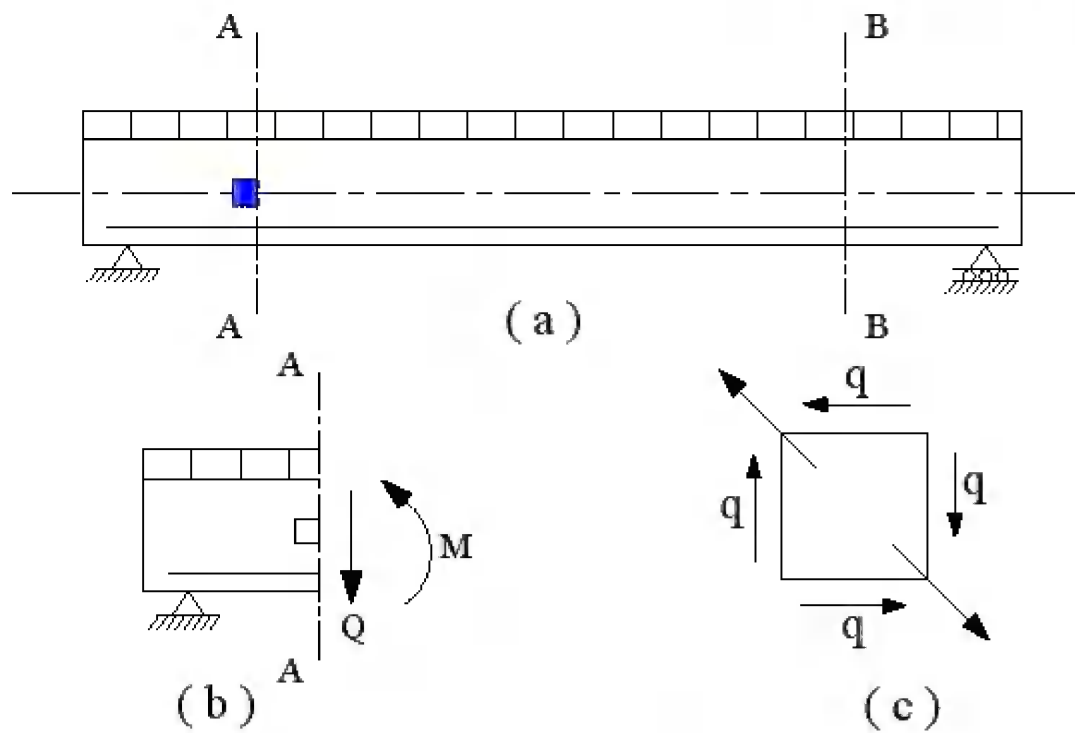
24- Calculate the ultimate moment capacity in a reinforced concrete section of 300 mm width and 800 mm total depth. $A_s = 7 \Phi 25$, $A'_s = 2 \Phi 22$, $f_{cu} = 30$ N/mm², and $f_y = 400$ N/mm².

- 25- Solve problem 24 if $A_s = 7 \Phi 22$, $A'_s = 2 \Phi 22$, $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$
- 26- Why do we consider most of the beams as T or L-beams between the supports and rectangular beams over the support of continuous span ?
- 27- Draw cross-section of a beam with top slab and show the actual width and effective width of the T-beam.
- 28- Define “effective width” of flanged beams.
- 29- Write the expressions of effective widths of T and L-beams and isolated beams.
- 30- Is it common to use compression reinforcement in T- beam ? If yes when ?

الباب السابع

مقاومة القص في الكمرات الخرسانية المسلحة Design for Shear in Reinforced Concrete Beams

تتعرض الكمرات الخرسانية لأحمال رأسية وهذه لأحمال تسبب عزوم انحناء (bending moments) وقوي قص (shearing force). وتعتبر الخرسانة جيدة في مقاومة اجهادات القص الناتجة عن قوي القص ولذلك فإن قوة القص لا تمثل أي مشكلة في حد ذاتها، ولكن اجهادات الشد الرئيسية (principal tensile stresses) الناتجة عن اجهادات القص (shear stresses) المشاركة مع الاجهادات العمودية (normal stresses). تمثل هذه الاجهادات مشكلة كبيرة لأن من المعلوم أن الخرسانة ضعيفة في مقاومة الشد. ولذلك فإن اجهادات الشد الرئيسية يمكن أن تسبب شروخا في الكمرات الخرسانية وتؤدي بالتالي الي انهيارها اذا لم يتم مقاومتها بتسليح الكمرات بطريقة تقاوم هذه الاجهادات.



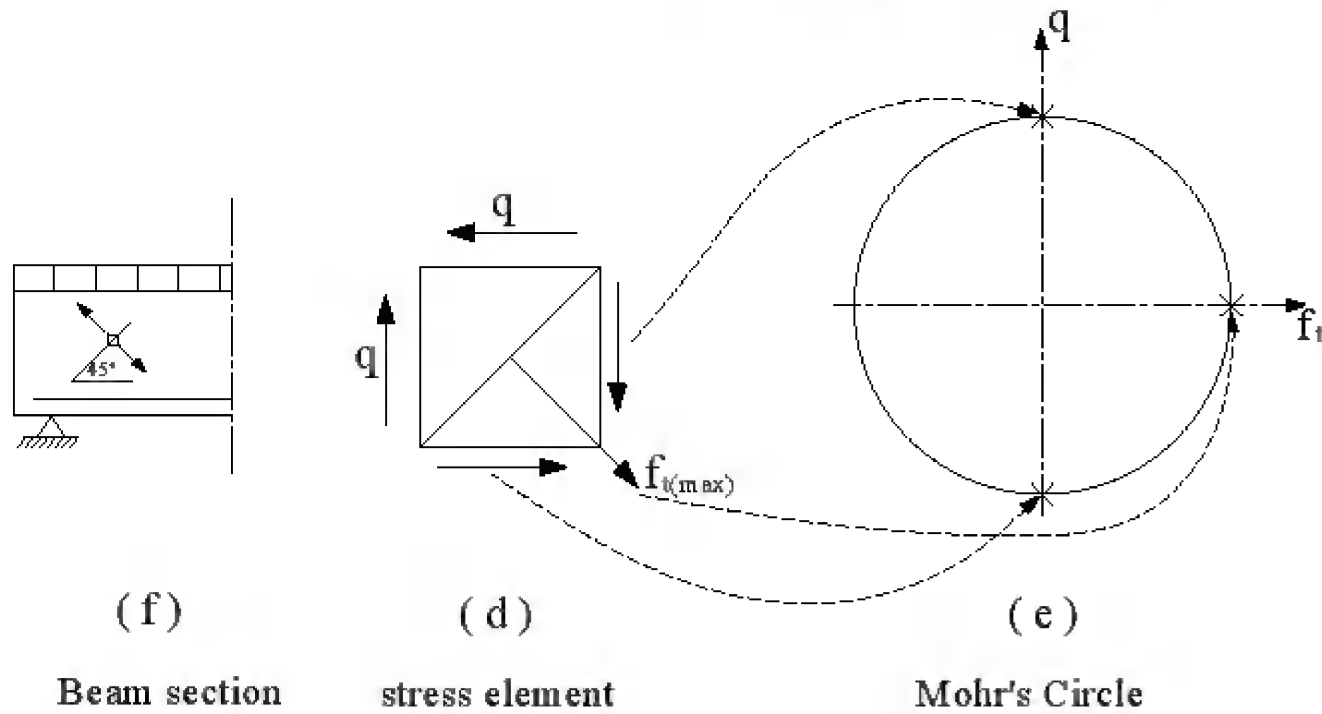
شكل (7-1) اجهادات الشد القطري نتيجة اجهادات القص في الكمرات الخرسانية:

7-1-1- اجهادات الشد القطري نتيجة اجهادات القص في الكمرات الخرسانية:

Diagonal Tension due to Shear:

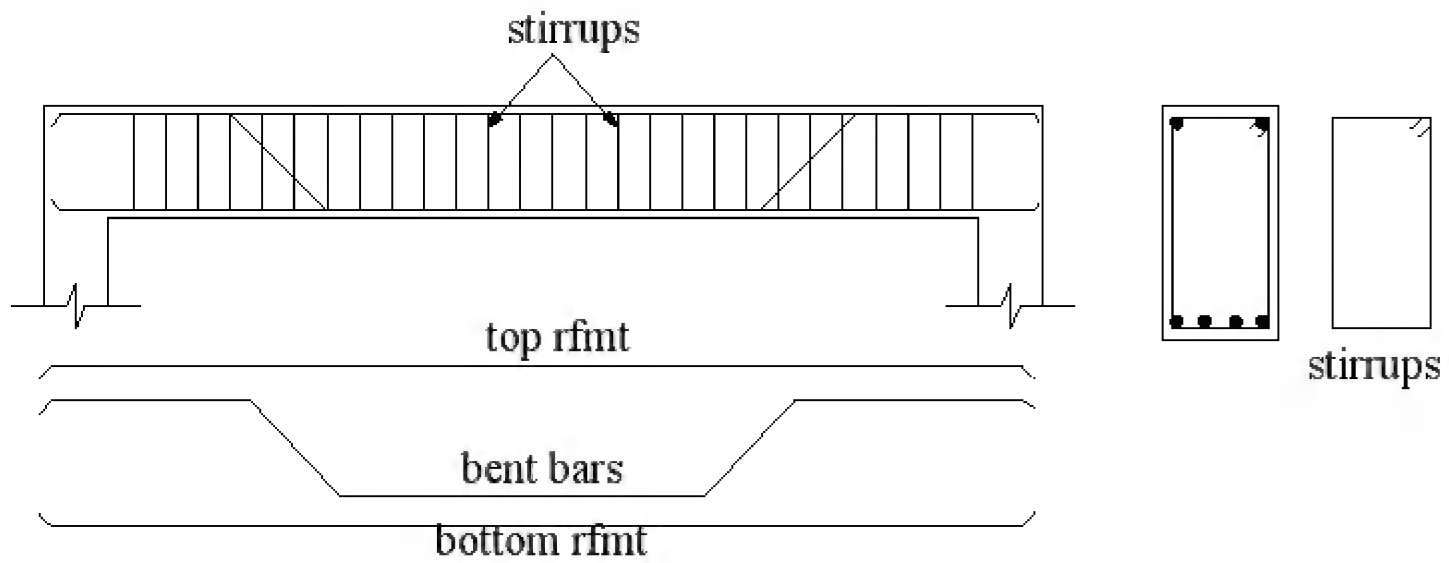
ولتوضيح كيفية تكون اجهادات الشد نتيجة اجهادات القص. نعتبر الكمرة الموضحة في شكل (7-1-a) والمعرضة لأحمال عرضية. بأخذ مقطع رأسي في الكمرة وفصل الجزء الايمن تظهر القوي الداخلية وهي عزم الانحناء M وقوي القص Q. بأخذ عنصر متناهي الصغر عند مستوي محور التعادل (neutral axis) واطهار الاجهادات المؤثرة عليه (اجهادات القص فقط) كما هو موضح بالشكل (7-1-c). ثم يرسم دائرة موهر

للاجهادات (Mohr's Circle) نجد أن أقصى إجهاد شد ($f_{t \max}$) يكون مساويا لإجهاد الضغط (q) ويكون مائلا بزاوية مقدارها 45° ويطلق علي إجهادات الشد الرئيسي اسم الشد القطري (diagonal tension) لأنها تكون في اتجاه القطر بالنسبة للعنصر الموضح بالشكل (7-1) ومائلة بزاوية 45° . وإذا أخذنا مقطعا آخر B-B عند الطرف الآخر من الكمره يحدث نفس الشيء ولكن زاوية ميل إجهاد الشد القطري تكون مائلة بزاوية 135° أي متعامدة علي إجهاد الشد القطري في الطرف الآخر من الكمره وذلك لأن إجهادات القص مختلفة في الإشارة عند الطرفين. ويلاحظ أن إجهادات القص تتناقص من أحد الطرفين حتي تصل الي الصفر ثم تتزايد مرة أخرى حتي تصل الي أكبر قيمة لها عند نهايتي الكمره وذلك في حالة الكمره الموضحة بالشكل (7-1) وعموما فإن إجهادات الشد القطري تكون مائلة لبياني قوي القص بالكمرات.



شكل (2-7) إجهادات الشد الرئيسي الناتجة عن إجهادات القص

واجهادات الشد القطري (diagonal tension) يمكن أن تسبب شروخا قطرية أي مائلة بزاوية 45° تقريبا علي محور الكمره والتي يمكن أن تؤدي الي انهيار الكمره الخرسانية اذا لم تتخذ الاحتياطات اللازمة لمقاومة قوي الشد القطري بتسليح الكمره بتسليح القص (web reinforcement). ولمقاومة إجهادات الشد الرئيسي يتم تسليح الكمرات بكانات (stirrups) أو بحديد تسليح مائل (bent bars) في اتجاه الشد القطري أو كليهما كما هم موضح بالشكل (3-7).



شكل (3-7) تسليح الكمرات الخرسانية بالكانات والتسليح المائل لمقاومة قوى القص

ويلاحظ أنه يمكن حساب قوتي الشد الرئيسي من معادلات الاجهادات الرئيسية بدلا من دائرة مور كما يلي:

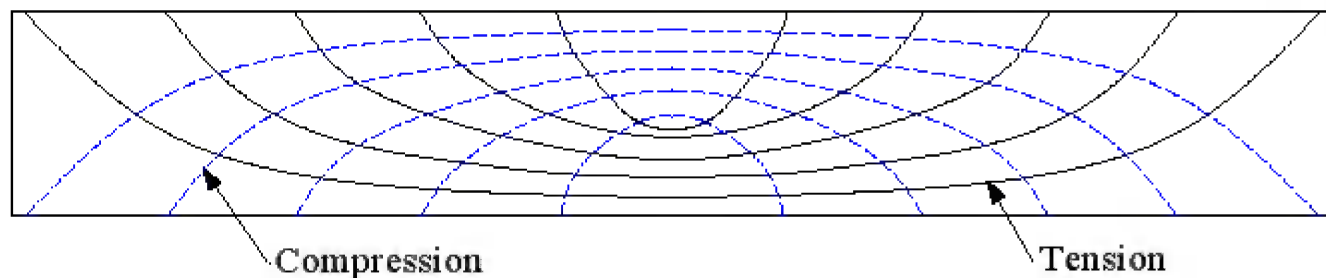
$$f_{1,2} = \frac{f_x + f_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{f_x - f_y}{2}\right)^2 + q_{xy}^2} = \pm q_{xy}$$

نظرا لأن العنصر الموضح في شكل (1-7) لا تؤثر عليه أي اجهادات عمودية (f_x , f_y) وبذلك يكون اقصى اجهاد شد مساويا لـ q وأقصى اجاد ضغط مساويا لـ q . ونظرا لأن الخرسانة ذات مقاومة جيدة في الضغط وضعيفة في الشد فإنها تنهار في الشد. ولتحديد اتجاه الشد الرئيسي تستخدم المعادلة:

$$\tan 2\theta = \frac{-q_{xy}}{\frac{f_x + f_y}{2}} = \infty \rightarrow 2\theta = 90^\circ \rightarrow \theta = 45^\circ$$

أي أن الشد الرئيسي يميل بزاوية مقدارها 45° كما سبق توضيحه.

واذ تم حساب الاجهادات الرئيسية للكمرة الموضحة بالشكل (1-7) عند مواضع مختلفة وتم توصيل اجهادات الشد المتساوية واجهادات الضغط المتساوية نحصل على الشكل التالي لاجهادات الشد (المستمرة) واجهادات الضغط (المنقطعة).

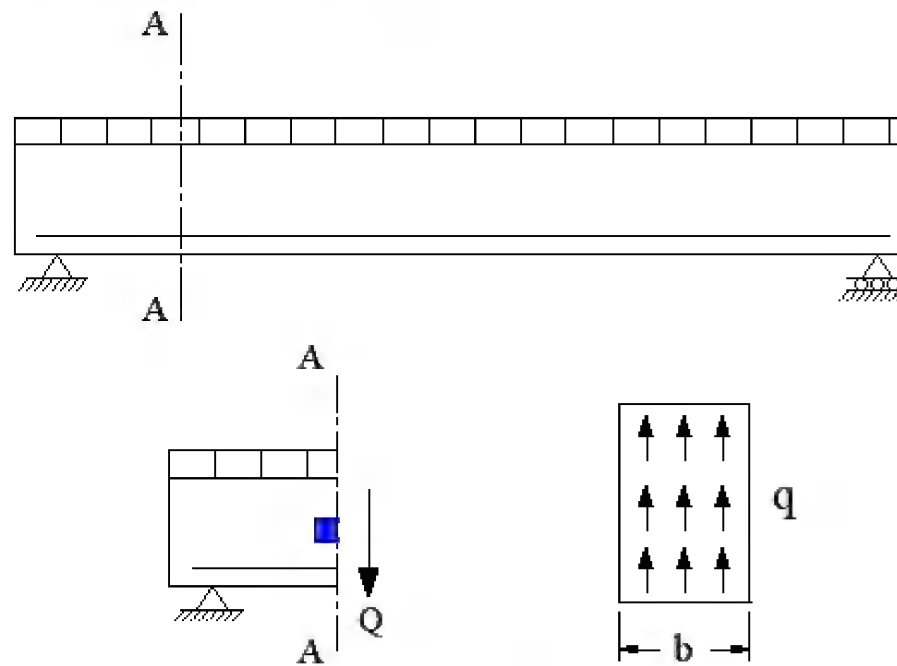


شكل (4-7) إجهادات الشد والضغط في كمرة خرسانية بسيطة

وعند تصميم الكمرات يتم تصميم الكمرية لمقاومة عزم الانحناء أولاً ثم يتم تصميم التسليح اللازم لمقاومة اجهادات القص اذا كان هناك ضرورة لذلك. وعموماً فإن المتحكم في سلوك الكمرات أو انهيارها عند زيادة الاحمال عن الحمل التصميمي يكون محكوماً بمقاومتها لقوي القص وذلك لأنه من الصعب توقع انهيار الكمرات نتيجة لقوي القص لأن الانهيار نتيجة القص يحدث فجائياً وترخيم الكمرات المصاحب لانهيار الكمرات يكون صغيراً ويصعب ملاحظته.

2-7- اجهادات القص نتيجة قوي القص المؤثرة علي الكمرات:

Shear Stresses due to Shearing Force:



شكل (5-7) اجهادات القص في كمرية خرسانية بسيطة

في حالة كمرية معرضة لأحمال موزعة كما هو موضح بالشكل فإن قوي القص الخارجية تقاوم داخليا باجهادات قص وعروف أن اجهادات القص نتيجة لقوي القص يتم حسابها من المعادلة:

$$q = \frac{Q \cdot S_x}{I_x \cdot b}$$

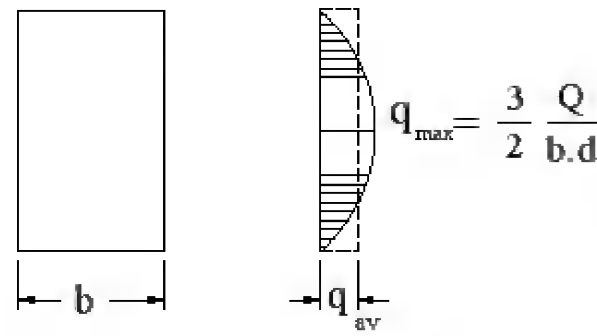
q : Shear Stress.

Q : Shear Force.

S_x : First statical moment of area above the level considered about the centroidal axis.

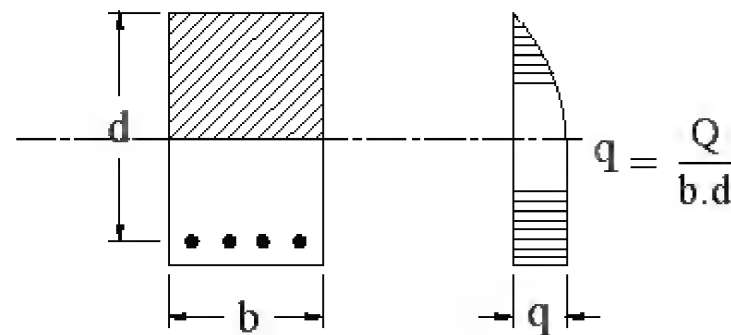
I_x : The second moment of area.

b : width of section at level considered



شكل (6-7) توزيع إجهادات القص على المقطع الخرساني كاملاً

ويكون توزيع إجهادات القص كما هو موضح بالشكل (6-7) أما في حالة المقطع الخرساني المتشريح فيكون إجهاد القص كما يلي:



شكل (7-7) توزيع إجهادات القص في مقطع خرساني بعد تشريخه

7-3- تصميم الكمرات لمقاومة قوتي القص : Design to resist shear force

تقاوم الخرسانة إجهادات القص وقيمة هذه المقاومة يحددها الكود بالمعادلة التالية:

$$q_{cu} = 0.24 \sqrt{f_{cu} / \gamma_c} \text{ N/mm}^2, \quad \gamma_c = 1.50$$

$$q_{cu} = 0.19 \sqrt{f_{cu}} \text{ N/mm}^2$$

وهي قيمة إجهادات القص التي يمكن لقطاع الكمرة الخرسانية مقاومته بأمان. وعند تصميم الكمرات الخرسانية لمقاومة إجهادات القص لفإنه يتم مقارنة إجهادات القص الناتجة عن الاحمال (q_u) بمقاومة الخرسانة القصوي لاجهادات القص (q_{cu}). وهناك ثلاثة حالات:

1- الحالة الأولى $q_u < q_{cu}$:

وفي هذه الحالة يتم تسليح الكمرة بتسليح القص الأدنى كما يلي:

$$A_{st(\text{minimum})} = \frac{0.35}{f_y / \gamma_s} \cdot b \cdot s$$

A_{st} : area of branches of one Stirrup.

b : Beam width.

f_y : Yield Stress of stirrup steel.

γ_s : Strength reduction factor of steel.

s : Spacing between stirrups.

كما ينص الكود علي ألا تقل نسبة تسليح القص عن القيم التالية:

For mild steel (24/35):

$$A_{st(minimum)} = (0.15/100) . b . s$$

For high grade steel :

$$A_{st(minimum)} = (0.10/100) . b . s$$

2- الحالة الثانية $q_{cu} < q_u < q_{u \max}$:

$$\begin{aligned} q_{u \max} &= 0.70 \sqrt{f_{cu} / \gamma_c} \quad \text{N/mm}^2 \\ &= 0.57 \sqrt{f_{cu}} \leq 3.0 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \quad \text{حيث:}$$

في هذه الحالة يتم تسليح الكمره لمقاومة اجهادات القص $(q_u - 0.5q_{cu})$ وعادة يكون تسليح القص عبارة عن كانات أو تسليح مائل (bent up bars) وهو جزء من التسليح الرئيسي لمقاومة العزوم كما هو موضح بالشكل رقم (3-7).

بحساب ائزان الإجهادات :

$$q_u = 0.5q_{cu} + q_{su}$$

$$q_{su} = q_u - 0.5q_{cu}$$

$$Q_{cu} = q_{cu} . b . d$$

وبحساب ائزان القوى

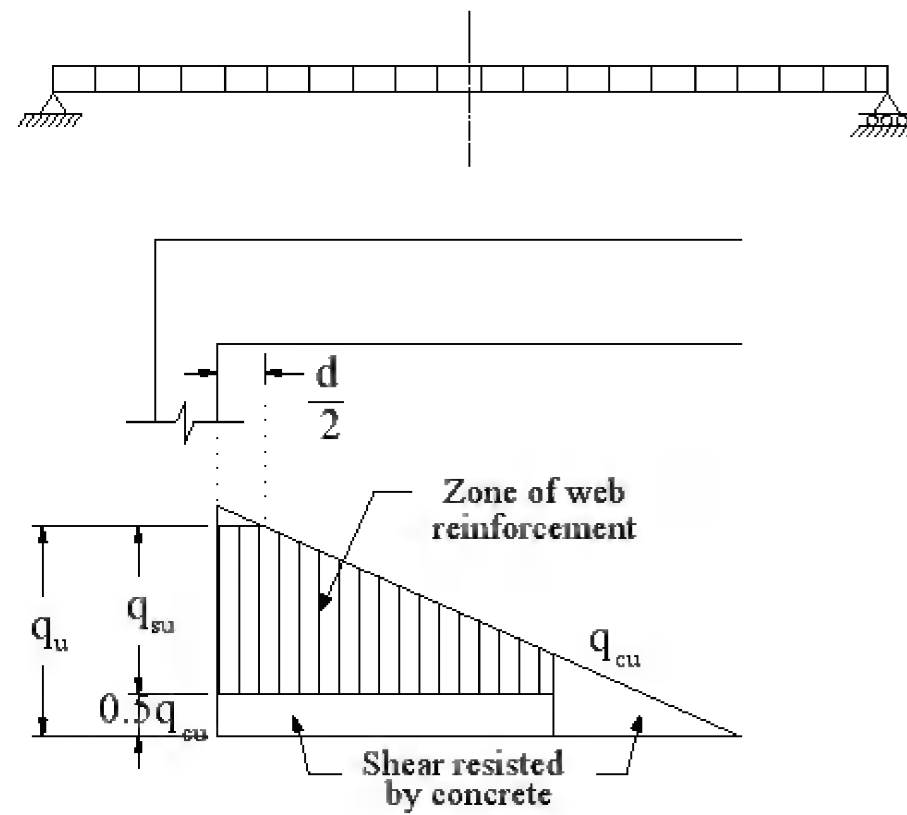
$$Q_u = 0.5Q_{cu} + Q_{su}$$

$$Q_{su} = Q_u - 0.5Q_{cu}$$

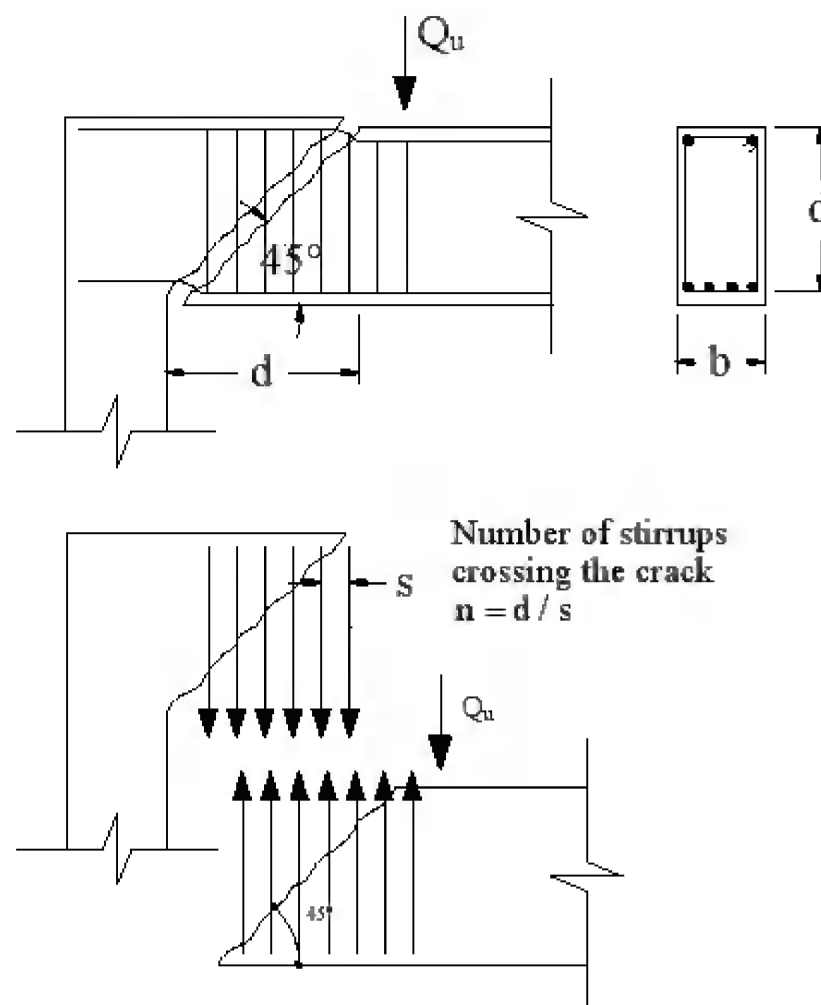
$$Q_u = q_u . b . d \quad \text{حيث:}$$

$$Q_{cu} = q_{cu} . b . d$$

$$Q_{su} = q_{su} . b . d$$



شكل (8-7) توزيع إجهادات القص بين الخرسانة وحديد التسليح



شكل (9-7) مقاومة قوى القص بالكانات الرأسية

وبالرجوع الي الشكل (9-7) نجد أن مقاومة قوي القص بواسطة تسليح القص (الكانات) يمكن حسابها من المعادلة التالية:

$$Q_{su} = A_{sv} \cdot \frac{f_y}{\gamma_s} \cdot n$$

$$= A_{sv} \cdot \frac{f_y}{\gamma_s} \cdot \frac{d}{s}$$

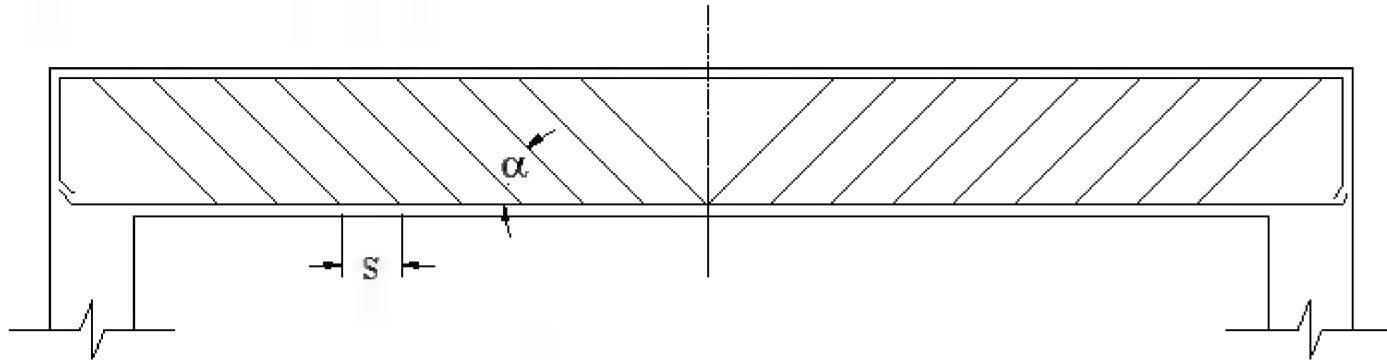
$$s = \frac{A_{sv} \cdot f_y \cdot d}{Q_{su} \cdot \gamma_s} = \frac{A_{sv} \cdot f_y \cdot d}{q_{su} \cdot b \cdot d \cdot \gamma_s} = \frac{A_{sv} \cdot f_y}{q_{su} \cdot b \cdot \gamma_s}$$

n : number of stirrups affected by the crack.

s : Spacing between stirrups.

A_{sv} : The area of stirrups branches resisting shear. i.e for two branch stirrup, it is twice the area of bar.

d : Effective depth of the beam section.



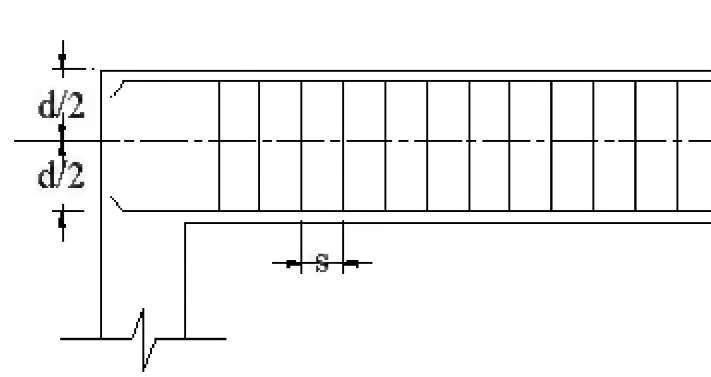
شكل (10-7) توزيع الكانات المائلة في كمره بسيطة

بالنسبة للكانات المائلة أو حديد التسليح الرئيسي المائل

$$s = \frac{A_{sv} \cdot f_y \cdot d}{Q_{su} \cdot \gamma_s} (\sin \alpha + \cos \alpha) = \frac{A_{sv} \cdot f_y}{q_{su} \cdot b \cdot \gamma_s} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

for an angle (α) of 45° .

$$s = \sqrt{2} \frac{A_{sv} \cdot f_y \cdot d}{Q_{su} \cdot \gamma_s} = \sqrt{2} \frac{A_{sv} \cdot f_y}{q_{su} \cdot b \cdot \gamma_s}$$

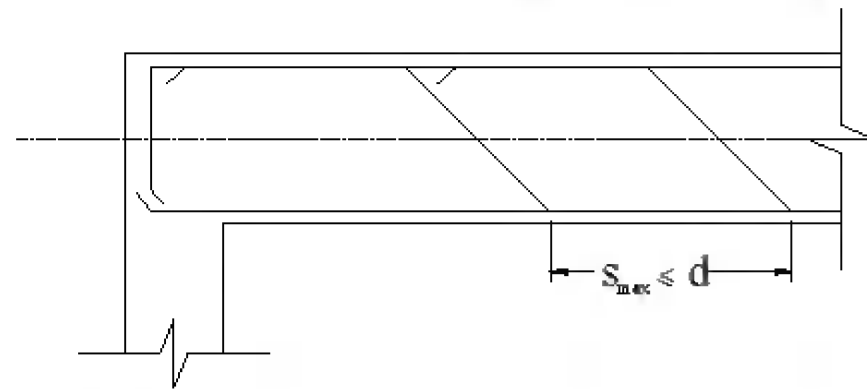


شكل (7-11) كمرة مسلحة بكانات رأسية

ولضمان عدم حدوث شروخ بالكمرات الخرسانية بين الكانات فإن الكود ينص علي عدم زيادة المسافة بين الكانات الرأسية عن نصف العمق الفعال للكمرة أو 300 مم أيهما أقل.

$$s_{max} \leq \frac{d}{2} \leq 300 \text{ mm}$$

كما أنه في حالة الكانات المائلة أو التسليح الرئيسي المائل لمقاومة قوي القص (bent bars) فإن المسافة بين صفوف هذا التسليح لا تزيد عن عمق الكمرة الفعال $s_{max} \leq d$.



شكل رقم (7-12) كمرة ذات تسليح مائل (مكسح) (bent bars)

ويلاحظ أنه في جميع الحالات لابد من تسليح الكمرات بالحد الأدنى من الكانات المذكورة سابقا ولا يكتفي في أي حال بالتسليح المائل فقط.

ويشترط الكود أنه في حالة استخدام كانات مائلة أو جزء من التسليح الرئيسي مائل يشترط ألا تقل زاوية الميل مع محور الكمرة عن 30° .

وفي حالة استخدام جزء من التسليح الرئيسي مائل لمقاومة قوي القص فلا بد من استخدام الحد الأدنى من الكانات مع هذا التسليح المائل. ولذلك لا يسمح الكود باستخدام جزء من التسليح الرئيسي المائل لمقاومة قوي القص بمفرده.

$$Q_{su} = Q_{sus} + Q_{sub}$$

وفي حالة استخدام صف واحد من حديد التسليح مائلا لمقاومة قوي القص فإن هناك حدا لا يجب تجاوزه لقوي القص التي يقاومها هذا التسليح. وتستخدم المعادلة التالية لحساب مساحة التسليح المائل المستخدم لمقاومة قوي القص:

$$Q_{sub} = A_{sb} \cdot \frac{f_y}{\gamma_s} \cdot \sin \alpha$$

$$Q_{sub} \leq 0.24 \sqrt{f_{cu} / \gamma_c} \cdot b \cdot d \quad \text{بشرط}$$

3- الحالة الثالثة $q_u > q_{cu \max}$:

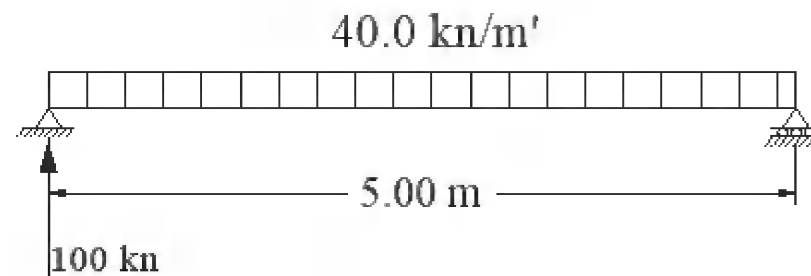
في هذه الحالة لابد من زيادة أبعاد المقطع الخرساني بحيث لا تزيد قيمة q_u عن $q_{cu \max}$.
ويلاحظ أن في جميع الحالات السابقة يتم حساب Q_u علي بعد $\frac{d}{2}$ من الركيزة لأن هذا الوضع هو الذي يحدث به أكبر قوة قص.

Example (7-1):

Design the shear reinforcement for the shown beam.

beam width = 250 mm , beam depth = 550 mm

$f_{cu} = 20 \text{ N/mm}^2$, $f_{y(\text{stirrups})} = 240 \text{ N/mm}^2$

**Solution:**

$$Q_u = 100 - \frac{0.50}{2} \times 40 = 90 \text{ kN}$$

$$q_u = \frac{90 \times 1000}{250 \times 500} = 0.72 \text{ N/mm}^2$$

$$q_{cu} = 0.24 \sqrt{f_{cu} / \gamma_c} = 0.24 \sqrt{20 / 1.50} = 0.87 \text{ N/mm}^2$$

$q_u < q_{cu}$ \therefore provide minimum stirrups.

$$\text{Minimum spacing} = \frac{500}{2} = 250 \text{ mm} < 300 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} A_{sv} &= \frac{0.35}{f_y / \gamma_s} \cdot b \cdot s \\ &= \frac{0.35}{240 / 1.15} \cdot 250 \cdot 250 = 104.8 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

For stirrups of 2 legs, area of one leg = $104.8 / 2 = 52.4 \text{ mm}^2$

$\phi 8$ is enough (area of one bar = 0.502 cm^2)

\therefore use $\Phi 8\text{mm} @ 25 \text{ cm}$ or use $4 \Phi 8/\text{m}'$.

Example (7-2):

Solve the previous example if the ultimate distributed load is 70 kN/m'.

Solution:

$$Q_u = \frac{1}{2} \times 5 \times 70 - \frac{0.50}{2} \times 70 = 157.5 \text{ kn} , \quad q_u = \frac{157.5 \times 1000}{250 \times 500} = 1.26 \text{ N/mm}^2$$

$$q_{cu} = 0.24 \sqrt{f_{cu} / \gamma_c} = 0.24 \sqrt{20 / 1.50} = 0.87 \text{ N/mm}^2$$

$$Q_{cu} = q_{cu} \times b \times d = 0.87 \times 250 \times 500 = 108750 \text{ N} = 108.75 \text{ kn} < Q_u$$

$$q_{cu \text{ max}} = 0.57 \sqrt{f_{cu}} = 0.57 \sqrt{20} = 2.55 \text{ kn}$$

$$q_u < q_{cu \text{ (max)}} \quad \text{O.K}$$

$$Q_{su} = Q_u - 0.5Q_{cu}$$

$$= 157.5 - 0.50 \times 108.75 = 103.13 \text{ kn}$$

$$s = \frac{A_{sv} \cdot f_y \cdot d}{Q_{su} \cdot \gamma_s}$$

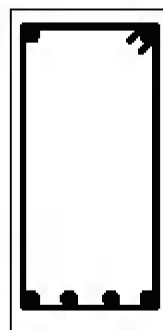
يلاحظ أن هذه المعادلة بها مجهولان ولذلك يتم اختيار أحدهما s أو A_{sv} ويتم تحديد الآخر من المعادلة, فإذا تم اختيار $\phi 8$ بفرعين two branches وبالتالي تكون المساحة $A_{sv} = 100 \text{ mm}^2$.

$$s = \frac{2 \times 50 \times 240 \times 500}{103130 \times 1.15} = 101.2 \text{ mm} \approx 100 \text{ mm}$$

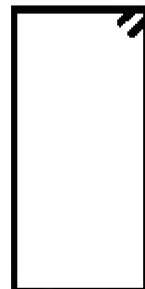
أما إذا تم اختيار $\phi 8$ بأربعة فروع وبالتالي تكون المساحة $A_{sv} = 200 \text{ mm}^2$.

$$s = \frac{4 \times 50 \times 240 \times 500}{1031130 \times 1.15} = 202.4 \text{ mm} \approx 200 \text{ mm}$$

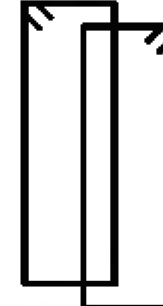
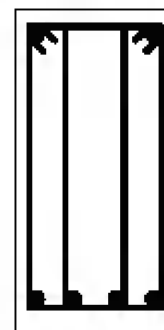
وفي هذه الحالة يمكن استخدام كانة بفرعين $\phi 8$ كل 125.0 مم أو كانة $\phi 8$ بأربعة فروع كل 200 مم.



10Ø8/m'

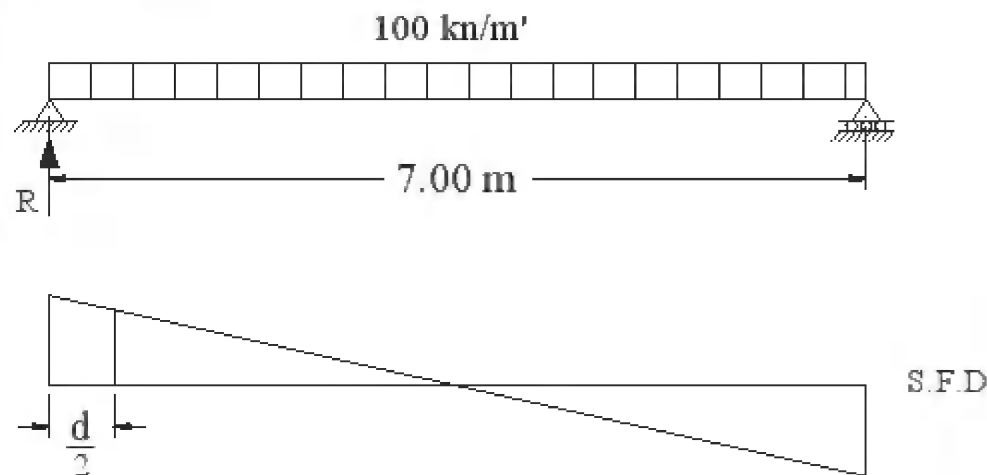


5Ø8/m'



Example (7-3):

A simply supported rectangular beam 300 mm width having an effective depth of 700 mm carries a total factored load of 100 kN/m' on a 7.00 m clear span. It is reinforced with 6400 mm² of tensile steel. If $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ determine the required length to be reinforced for shear.



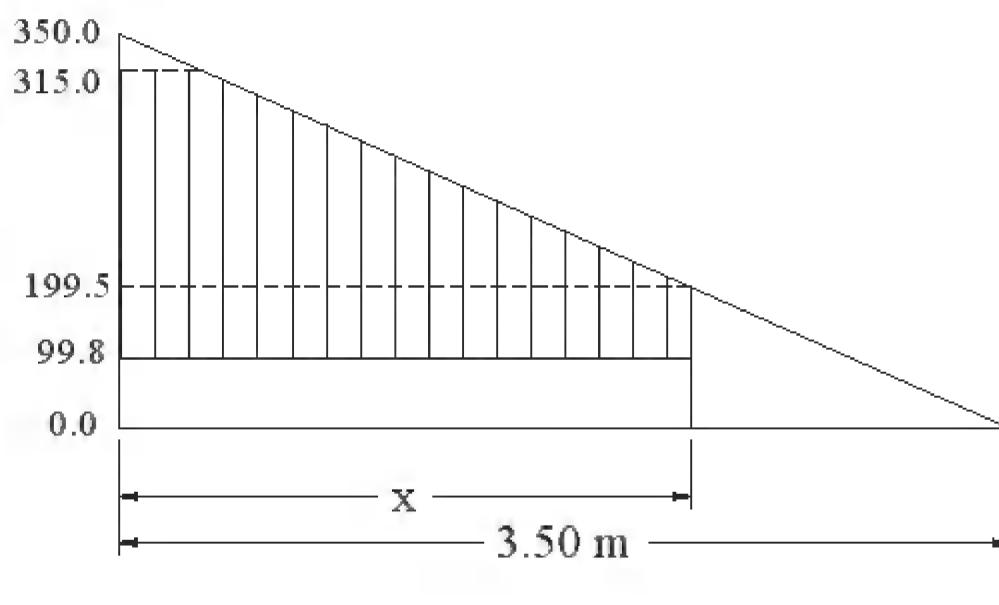
$$R = 100 \times \frac{7}{2} = 350 \text{ kN}$$

$$Q_u = 350 - 100 \times \frac{0.7}{2} = 315.0 \text{ kN}$$

$$q_{cu} = 0.19 \sqrt{25} = 0.95 \text{ N/mm}^2$$

$$Q_{cu} = 0.95 \times 300 \times 700 = 199.5 \text{ kN} < Q_u$$

$$Q_{cu \text{ max}} = 0.7 \sqrt{f_{cu} / \gamma_c} \cdot b \cdot d = 0.7 \sqrt{25 / 1.5} \times 300 \times 700 = 600.0 \text{ kN} > Q_u$$



$$x = \frac{350 - 199.5}{350} \times 3.50 = 1.50 \text{ m}$$

using stirrups $\phi 10$ mm two branches

$$f_y = 240 \text{ N/mm}^2$$

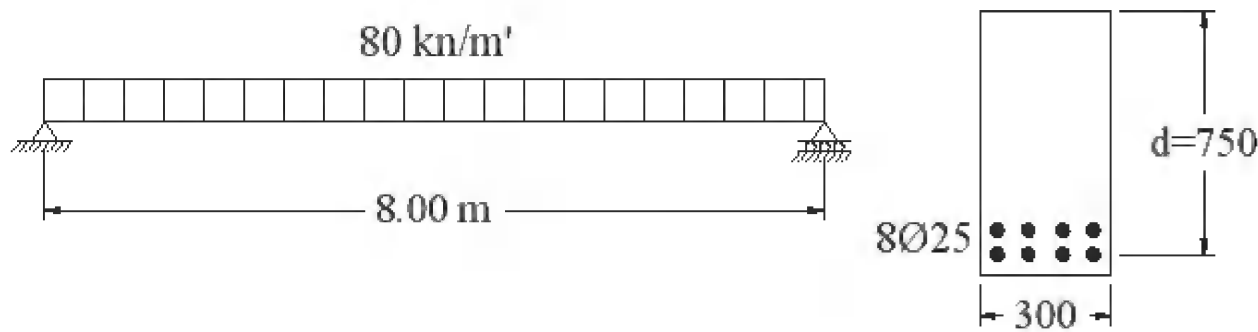
$$Q_{su} = 315.0 - 0.50 \times 199.5 = 215.0 \text{ ton}$$

$$s = \frac{A_{sv} \cdot f_y \cdot d}{Q_{su} \cdot \gamma_s} = \frac{2 \times 78.5 \times 240 \times 700}{215000 \times 1.15} = 106.7 \text{ mm}$$

use $\phi 10 @ 100$ mm or use $10 \phi 10/\text{m}'$

Example (7-4):

For the shown beam, use one row of bent up bars to resist the shearing force. $f_{cu} = 25$ N/mm², $f_y = 360$ N/mm²



Solution:

$$Q_u = \frac{80 \times 8}{2} - \frac{1}{2} \times 80 \times 0.75 = 290 \text{ kN}$$

$$Q_{cu} = 0.24 \sqrt{f_{cu} / \gamma_c} \cdot b \cdot d = 0.24 \sqrt{25 \times 1.5} \times 300 \times 750 = 217.8 \text{ kN}$$

$$Q_{cu \max} = 0.7 \sqrt{f_{cu} / \gamma_c} \cdot b \cdot d = 0.7 \sqrt{25 \times 1.5} \times 300 \times 750 = 630.9 \text{ kN}$$

$$Q_{cu} < Q_u < Q_{cu \max}$$

$$Q_{su} = Q_u - 0.5Q_{cu}$$

$$= 290 - 0.50 \times 217.8 = 181.1 \text{ kN}$$

في حالة استخدام صف واحد مائل من التسليح الرئيسي لمقاومة قوة القص بفرض $\alpha = 45^\circ$.

$$Q_{sub} = A_{sb} \cdot \frac{f_y}{\gamma_s} \cdot \sin \alpha$$

$$181100 = A_{sb} \times \frac{360}{1.15} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 818 \text{ mm}^2$$

$$\text{No. of bars} = \frac{818}{491} = 2 \text{ bars}$$

$$0.24 \sqrt{f_{cu}/\gamma_c} \cdot b \cdot d = 0.24 \sqrt{25 \times 1.5} \times 300 \times 750 = 217.8 \text{ kn}$$

$$Q_{su} < 0.24 \sqrt{f_{cu}/\gamma_c} \cdot b \cdot d \quad \text{O.K}$$

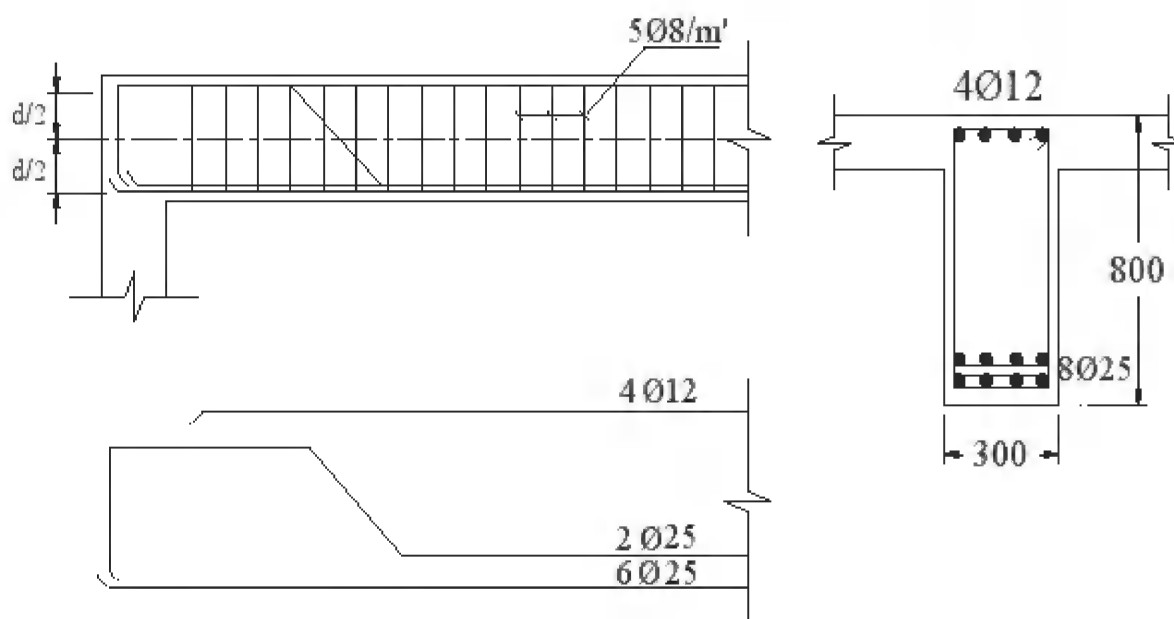
برغم استخدام حديد مائل لمقاومة قوي القص لابد من استخدام كانات لا تقل عن الحد الأدنى الذي حدده الكود.

بفرض $s = 200 \text{ mm}$.

$$\begin{aligned} A_{sv(\min)} &= \frac{0.35}{f_y / \gamma_s} \cdot b \cdot s \\ &= \frac{0.35}{240/1.15} \cdot 300 \cdot 200 = 100 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

∴ use $\phi 8\text{mm} @ 200 \text{ mm}$ or use $5\phi 8/\text{m}'$.

يلاحظ أنه يمكن استخدام ثلاثة أسياخ بدلا من اثنين.

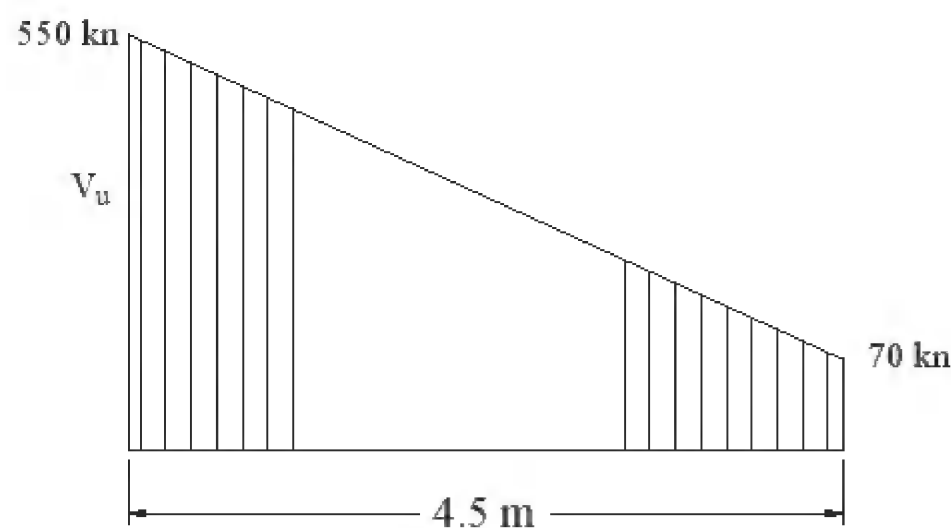


Chapter (7) – Problems

- 1- The simply supported beam spans 6 m, support width 400 mm, $w_D = 20 \text{ kn/m'}$, $w_L = 30 \text{ kn/m'}$, $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$ and $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_{ys} = 240 \text{ N/mm}^2$. Design a vertical stirrup.
- 2- Redesign the beam in problem (1) for stirrup at the middle half of span.
- 3- Given a simply supported beam with a load $w_D = 27 \text{ kn/m'}$ (including self-weight) and a live load $w_L = 36 \text{ kn/m'}$, $f_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$, $f_{ys} = 240 \text{ N/mm}^2$, $d = 540 \text{ mm}$, $b = 300 \text{ mm}$, $A_s = 3200 \text{ mm}^2$, and $L_n = 8.0 \text{ m}$.
- 4 -A simply supported beam has a clear span $L_n = 7.0 \text{ m}$ and is subjected to an external uniform service load $w_D = 15 \text{ kn/m'}$, and live load $w_L = 18 \text{ kn/m'}$. Determine the maximum factored shear V_u at the critical section. Design the size and spacing of the diagonal tension reinforcement. Given $b = 300 \text{ mm}$, $d = 450 \text{ mm}$, $t = 500 \text{ mm}$, $A_s = 3800 \text{ mm}^2$, $f_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$, $f_{ys} = 240 \text{ N/mm}^2$.
- 5- A cantilever beam is subjected to a concentrated service live load of 120 kn. acting at a distance of 1.2 m. from the wall support. It crosses section is 250 x 500 mm. with an effective depth $d = 450 \text{ mm}$. Design the stirrups needed Given $f_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$, $f_{ys} = 240 \text{ N/mm}^2$.
- 6- If $\Phi 10$ bars at an angle of 60° are used as shear reinforcement, determine the spacing, s , between bars, if $d = 550 \text{ mm}$, $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$, and $f_{ys} = 240 \text{ N/mm}^2$. $V_u = 700 \text{ kn}$.
- 7- If D. L. = 30 kn/m' and L. L. = 25 kn/m' for a continuous beam ($b = 300 \text{ mm}$, $h = 550 \text{ mm}$. and $d = 500 \text{ mm}$), design the shear reinforcement. The beam is 8.0 m.

measured center to center of 500 mm . square columns. $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$, and $f_{ys} = 240 \text{ N/mm}^2$.

- 8- For the given shear diagram, design the shear reinforcement for a beam with $d = 600 \text{ mm}$. and $b = 300 \text{ mm}$. Use $f_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$, and $f_{ys} = 240 \text{ N/mm}^2$. Draw the shear diagram, which shows the shear envelope with type of bars, their spacing and the capacity (V_u). Use at least 3 changes in size and/or spacing of the stirrups.



- 9- For a simply supported reinforced concrete beam subjected to uniformly distributed load , use combinations of columns A and B to locate :

a- Maximum tensile stress.

b - Maximum compressive stress.

c- Maximum shear stress.

A (horizontal)

B (vertical)

Middle

Top

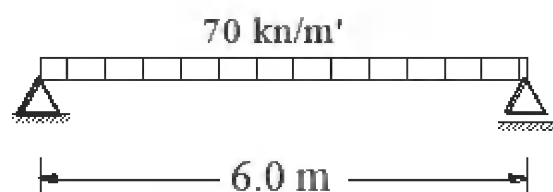
Third

Middle

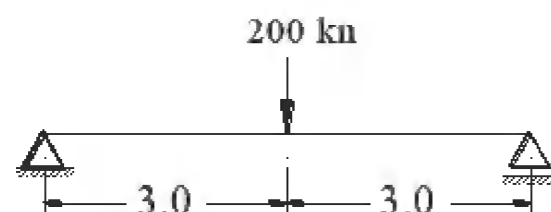
End

Bottom

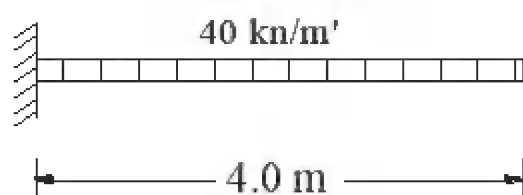
- 10 - Design the shear reinforcement for the shown beams having a rectangular sections with $b = 250 \text{ mm}$. subjected to factored load as shown. $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$. $f_{ys} = 240 \text{ N/mm}^2$



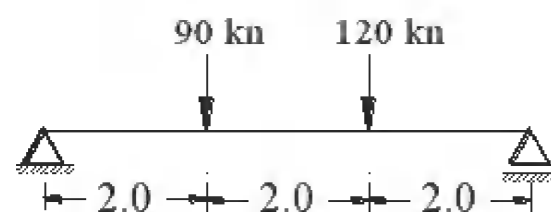
(a)



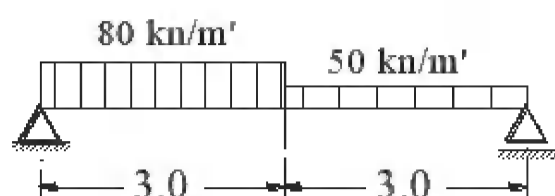
(b)



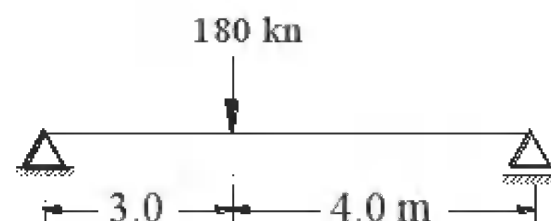
(c)



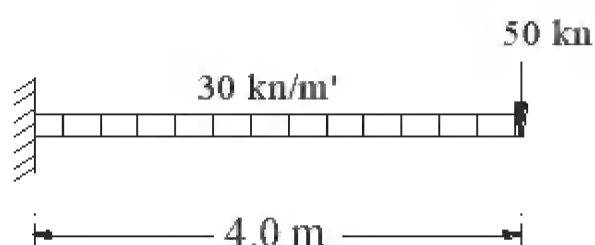
(d)



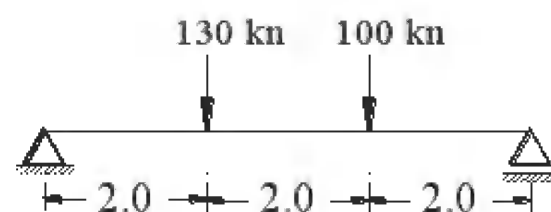
(e)



(f)



(g)



(h)

- 11- Name and explain the three different failure modes of reinforced concrete beams under the combined effects of bending moment and shear force.
- 12- Define nominal shear stress q_{cu} of rectangular and T-beams of
(i) uniform depth .
(ii) varying depth.
subjected to bending moment and shear force.
- 13- What is meant by “Design shear strength of concrete q_u ?
- 14- On what parameters q_{cu} of beams without shear reinforcement depends ?
How do you get q_{cu} for different grades of concrete ?
- 15- How can the maximum shear stress of concrete beams $q_{cu}(\max)$ with shear reinforcement is determined ?
- 16- How do you determine the critical sections for shear in a beam ?
- 17- When and why do we consider enhanced shear strength of concrete ?
- 18- How do we determine the minimum shear reinforcement in rectangular and T-beams ? Why do we provide the minimum shear reinforcement ?
- 19- What are the three different ways to provide shear reinforcement ? Explain the method of design of each of them.
- 20- State the conditions to be satisfied for the curtailment of tension reinforcement when designing the shear reinforcement.
- 21- How do we place the vertical stirrups in a beam ?

الباب الثامن

تصميم الكمرات الخرسانية المسلحة

Design of Reinforced Concrete Beams

يتم تصميم الكمرات الخرسانية في المنشآت الخرسانية لتقاوم الأحمال المؤثرة عليها مثل الوزن الذاتي للكمرات ، والأحمال المنتقلة إليها من البلاطات المرتكزة على الكمرات ، وأحمال الحوائط. وتقوم الكمرات بنقل هذه الأحمال إلى العناصر التي ترتكز عليها سواء كانت أعمدة أو كمرات أخرى.

1-8- الأحمال المؤثرة من البلاطات إلى الكمرات : Load transferred from slabs to Beams

تنتقل الأحمال المؤثرة على البلاطات الخرسانية إلى الكمرات ثم إلى الأعمدة ومنها إلى القواعد التي ترتكز على تربة التأسيس . وسوف نتناول في هذا الجزء كيفية حساب قيمة الأحمال المؤثرة على الكمرات من البلاطات :

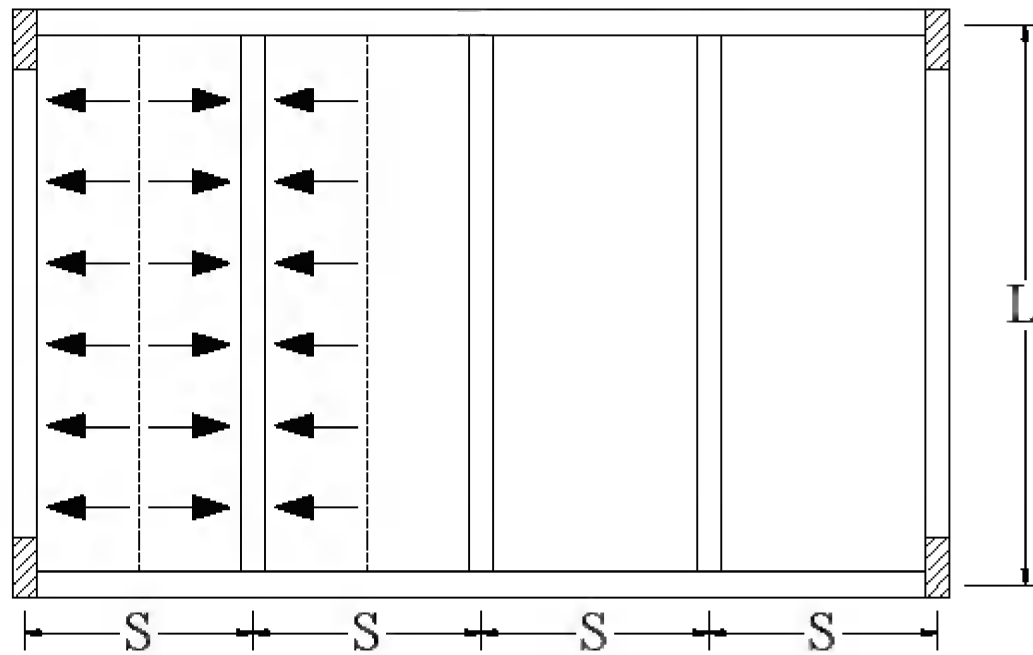
1-1-8- البلاطات ذات الاتجاه الواحد: One way slabs

وهي البلاطات التي يزيد طولها عن ضعف عرضها أو يساويه

$$L / S \geq 2.0$$

حيث S : طول البلاطة في الاتجاه القصير.

L : طول البلاطة في الاتجاه الطويل .



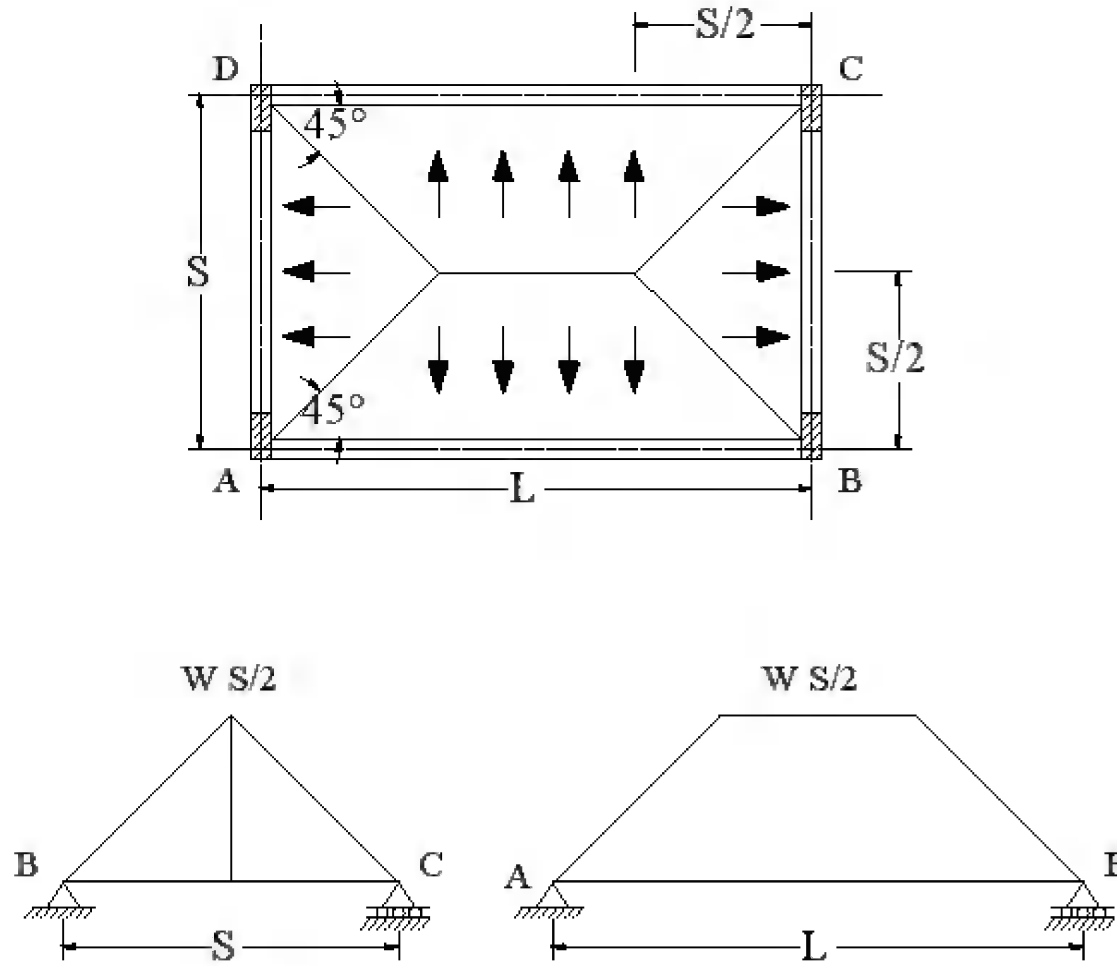
إذا كان الحمل المؤثر على البلاطة الخرسانية w فان الحمل المؤثرة على الكمرة يساوي ws لكل متر طولي من الكمرات الوسطية.

$$\text{Floor Load} = w \quad \text{N/mm}^2$$

$$\text{Beam Load} = w.S \quad \text{kn/m}^2$$

2-1-8- البلاطة ذات الاتجاهين: Two Way Slabs

الحمل على البلاطة ($w \text{ kg/m}^2$) وكما هو موضح بالشكل يكون الحمل المنتقل من البلاطة إلى الكمرات BC حمل مثلي والمنتقل إلى الكمرات AB حمل على شكل شبه منحرف كما هو موضح بالشكل. ولإمكانية حساب عزوم الانحناء وقوى القص يتم تحويل هذا الحمل غير المنتظم إلى حمل موزع بانتظام وذلك بضرب كثافة الحمل $w.S/2$ في المعامل β للحصول على الحمل المكافئ لقوى القص وبضربه في المعامل α للحصول على الحمل المكافئ لعزوم الانحناء. وتعتمد قيم α و β على أبعاد البلاطة. ويمكن حساب كل معامل بمساواة قوى القص في حالي الحمل المنتظم والحمل غير المنتظم وكذلك بالنسبة لعزوم الانحناء.



ويلاحظ أنه بالنسبة للبعد الصغير S أو الكمرات في الاتجاه القصير AD ، BC يتم حساب معامل القص

ومعامل عزم الانحناء على أساس معامل أبعاد البلاطة $m = \frac{L}{S} = 1.0$ أي أن البلاطة مربعة، أما بالنسبة

للبعد الأكبر، أو الكمرتين AB ، CD فيتم حساب معاملي قوى القص وعزوم الانحناء على أساس معامل أبعاد

$$\text{البلاطة } m = \frac{L}{S}$$

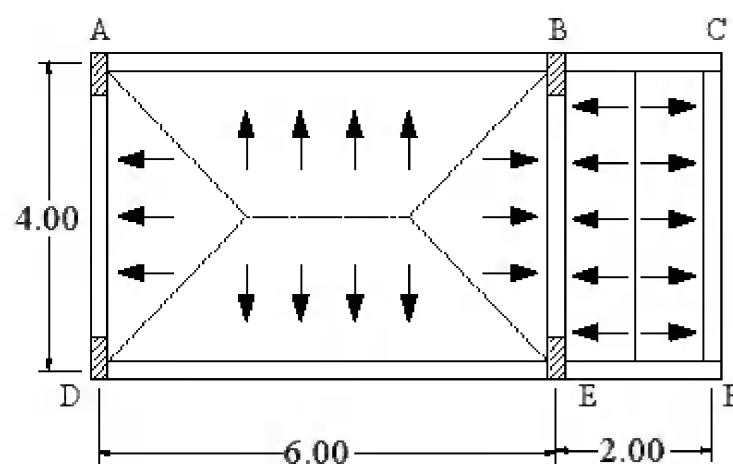
والجدول التالي يوضح معاملات α و β بالنسبة لمعاملات مختلفة لأبعاد البلاطة :

معاملات تعديل الأحمال الغير منتظمة إلى أحمال منتظمة مكافئة لقوى القص وعزوم الانحناء

L / S	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
α	0.667	0.725	0.769	0.803	0.819	0.853	0.870	0.885	0.897	0.908	0.917
β	0.500	0.544	0.582	0.615	0.642	0.667	0.688	0.706	0.722	0.737	0.750

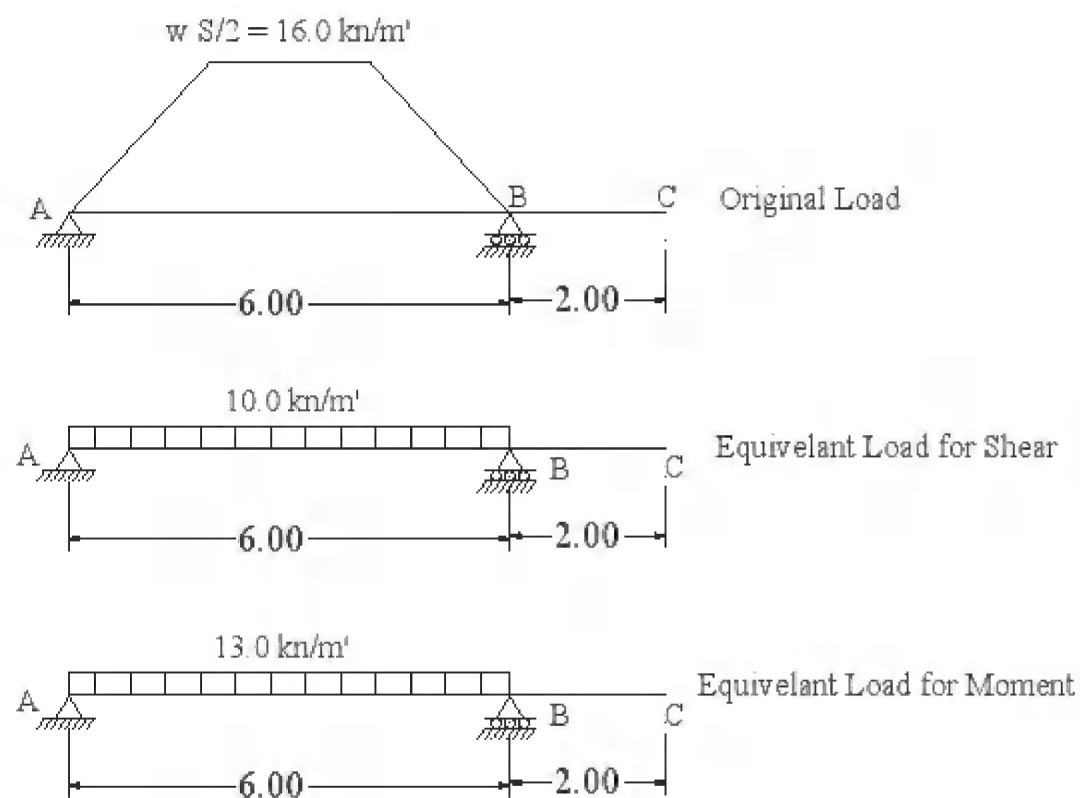
Example (8-1) :

Calculate the equivalent load on the beams ABC , BE , CF assume that the slab is subjected to 8 kn/m^2 .



Solution:

a) Beam ABC:

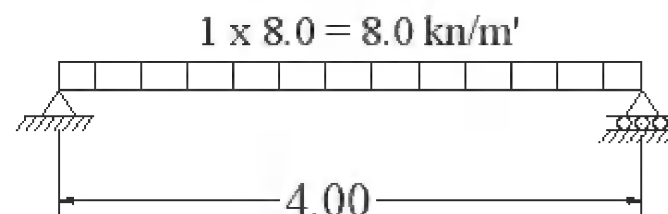


$$m = \frac{L}{S} = \frac{6}{4} = 1.33 \rightarrow \alpha = 0.81, \beta = 0.62$$

Equivalent load for shear $= \beta W = 0.62 \times 16.0 = 10.0 \text{ kn/m'}$

Equivalent load for moment $= \alpha W = 0.81 \times 16.0 = 13.0 \text{ kn/m'}$

b) Beam CF:



Load for shear = Load for moment = 8.0 kn/m'

b) Beam BE (left Part):

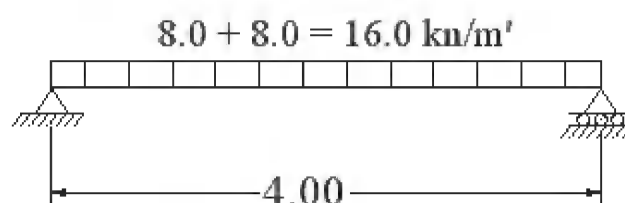
$$m = 1.0 \rightarrow \alpha = 0.67, \beta = 0.50$$

load for shear $= \beta W (S/2) = 0.67 \times 8.0 \times (4.00/2) = 8.0 \text{ kn/m'}$

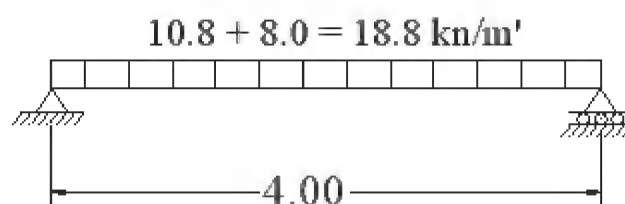
load for moment $= \alpha W (S/2) = 0.50 \times 8.0 \times (4.00/2) = 10.8 \text{ kn/m'}$

b) Beam BE (Right Part):

load for shear = load for moment $= W (S/2) = 8.0 \times (4.00/2) = 8.0 \text{ kn/m'}$



Load for shear



Load for Moment

Example (8-2)

Design B1 in the floor plan shown below.

Slab thickness 120 mm

Flooring = 1.50 kn/m^2

$$L.L = 3.0 \text{ kn/m}^2$$

$$f'_c = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$f_y = 400 \text{ N/mm}^2$$

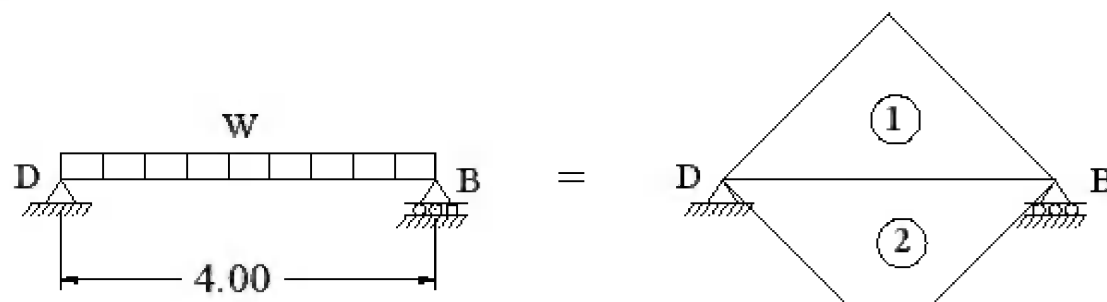
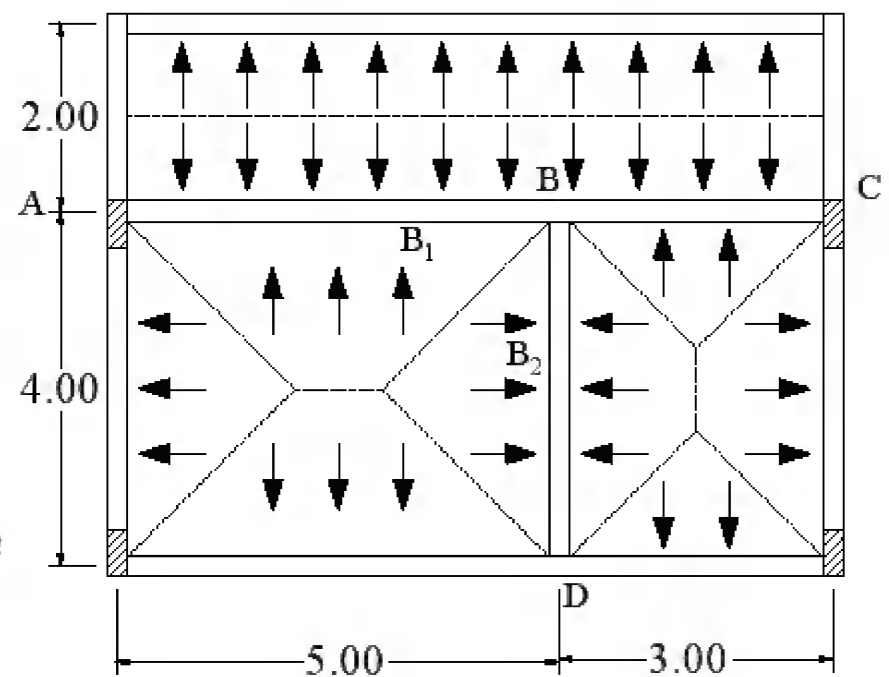
Solution:

$$D.L = 0.12 \times 25 + 1.5 = 4.50 \text{ kn/m}^2$$

$$U = 1.40 D.L + 1.60 L.L$$

$$= 1.40 \times 4.5 + 1.60 \times 3.0 = 11.4 \text{ kn/m}^2$$

Beam (B2):

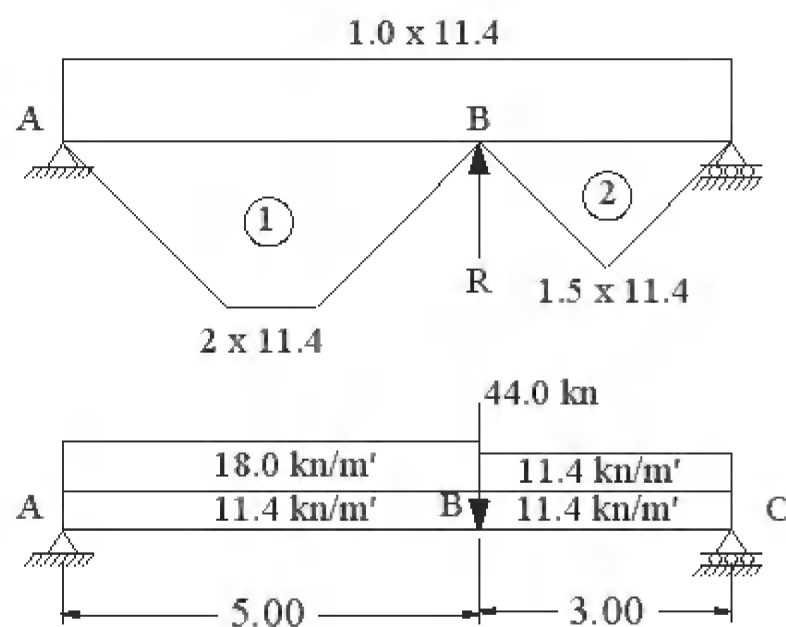


$$\text{Load (1) } m = 1.0 \quad \beta = 0.50$$

$$\text{Load (2) } m = 1.33 \quad \beta = 0.62$$

$$W \text{ for shear and reaction} = 0.50 \times 2 \times 11.4 + 0.62 \times 1.50 \times 11.4 = 22.0 \text{ kn/m'}$$

$$R = \frac{22 \times 4}{2} = 44.0 \text{ kn}$$



$$\text{Load (1)} \quad m = \frac{5}{4} = 1.25 \quad \alpha = 0.786 \quad , \quad \beta = 0.60$$

$$\text{Load for moment} = 0.786 \times 2 \times 11.4 = 18.0 \text{ kn/m'}$$

$$\text{Load for Shear} = 0.60 \times 2 \times 11.4 = 13.7 \text{ kn/m'}$$

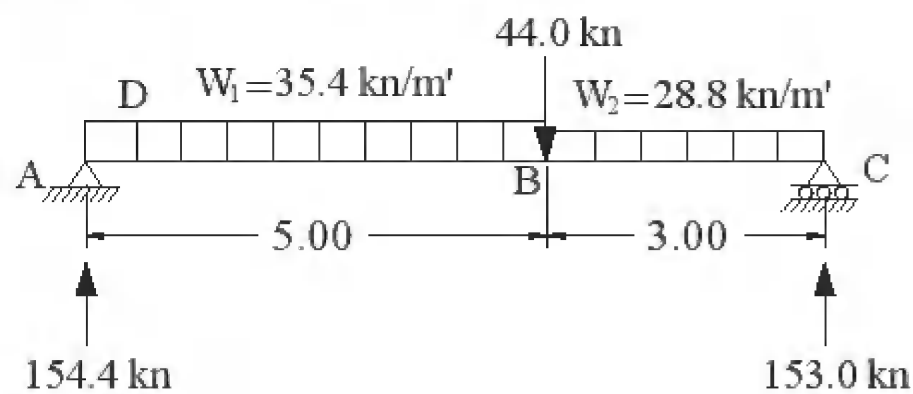
$$\text{Load (2)} \quad m = 1.00 \quad \alpha = 0.667 \quad , \quad \beta = 0.50$$

$$\text{Load for moment} = 0.667 \times 1.5 \times 11.4 = 11.4 \text{ kn/m'}$$

$$\text{Load for Shear} = 0.50 \times 1.5 \times 11.4 = 8.6 \text{ kn/m'}$$

$$\text{Assume } h = \frac{800}{12} = 700 \text{ mm} \quad , \quad b = 250 \text{ mm}$$

$$\text{own weight} = 1.40 \times 0.7 \times 0.25 \times 25 = 6 \text{ kn/m'}$$



Load for Shear

$$W_1 = 11.4 + 13.7 + 6.0 = 31.1 \text{ kn/m'}$$

$$W_2 = 11.4 + 8.6 + 6.0 = 26.0 \text{ kn/m'}$$

Load for moment

$$W_1 = 11.4 + 18.0 + 6.0 = 35.4 \text{ kn/m'}$$

$$W_2 = 11.4 + 11.4 + 6.0 = 28.8 \text{ kn/m'}$$

$$\Sigma M_A = 35.4 \times 5 \times 2.5 + 44.0 \times 5 + 3 \times 28.8 \times 6.5 - 8 y_c = 0.0$$

$$y_c = 153 \text{ kn}$$

Maximum moment at section of zero shear :

$$x = \frac{154.4}{35.4} = 4.36 \text{ m}$$

$$M_{\max} = 154.4 \times 4.36 - 35.4 \times 4.36 \times \frac{4.36}{2} = 336.7 \text{ m.kn}$$

$$M_u = K_u b d^2$$

$$336.7 \times 10^6 = K_u (250) (660)^2$$

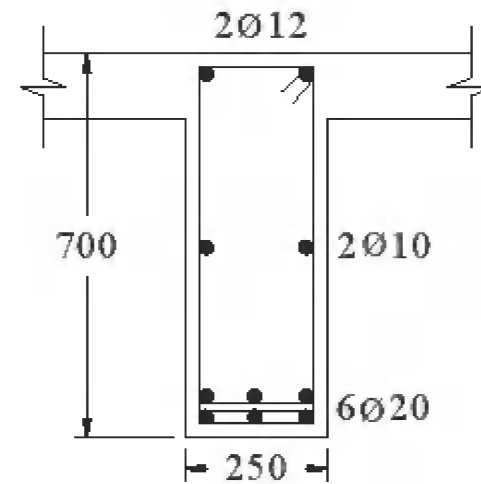
$$K_u = 3.09$$

From tables $\mu = 1.07 \%$

$$A_s = \frac{1.07}{100} \times 250 \times 660$$

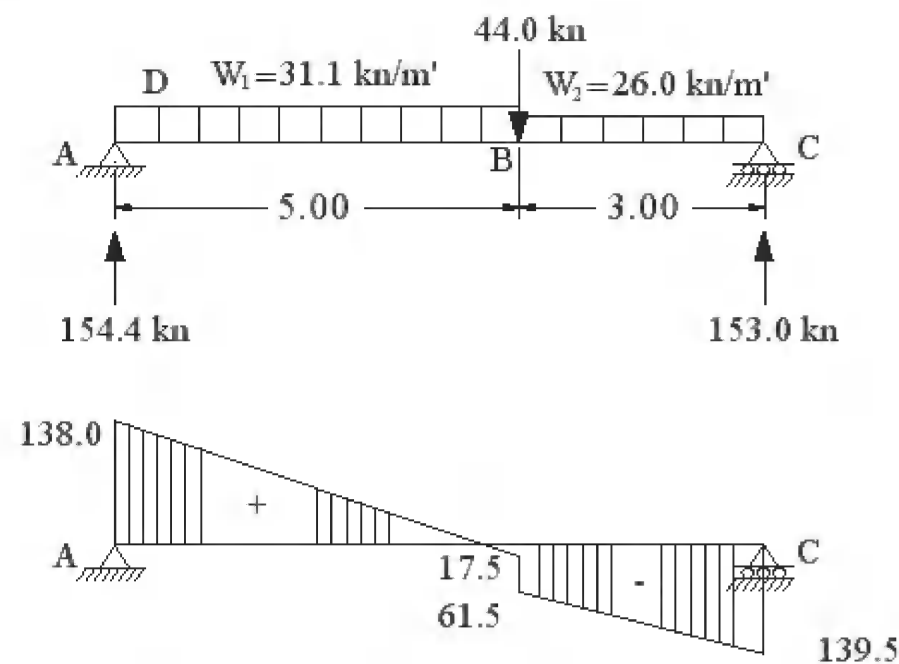
$$= 1765.5 \text{ mm}^2$$

Choose $\rightarrow 6 \phi 20$



Section (1) + ve M

Design of Shear:



$$\Sigma M_A = 31.1 \times 5 \times 2.50 + 44.0 \times 5 + 26.0 \times 3 \times 6.50 - 8 \times y_c = 0.0$$

$$y_c = 139.5 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_C = 26.0 \times 3 \times 1.50 + 44.0 \times 3 + 31.1 \times 5 \times 5.50 - 8 \times y_A = 0.0$$

$$y_A = 138.0 \text{ kN}$$

$$\Sigma Y = 31.1 \times 5 + 44.0 + 3 \times 26.0 - 139.5 - 138.0 = 0.0 \quad \text{O.K}$$

$$q_{cu} = 0.19 \sqrt{f_{cu}} = 0.19 \sqrt{25} = 0.95 \text{ N/mm}^2$$

$$Q_{cu} = q_{cu} \cdot b \cdot d = 0.95 \times 250 \times 660 = 156.75 \text{ kn}$$

$$Q_{cu} > Q_u$$

$$S_{max} = d/2 = 650 / 2 = 325 \text{ mm or } 300 \text{ mm} = 300 \text{ mm}$$

$$A_{st(min)} = \frac{0.35}{f_y / \gamma_s} \cdot b \cdot s = \frac{0.35}{240/1.15} \times 250 \times 200 = 84 \text{ mm}^2$$

$$\text{use } 5\phi 8/\text{m}' \quad A_{st} = 100 \text{ mm}^2$$

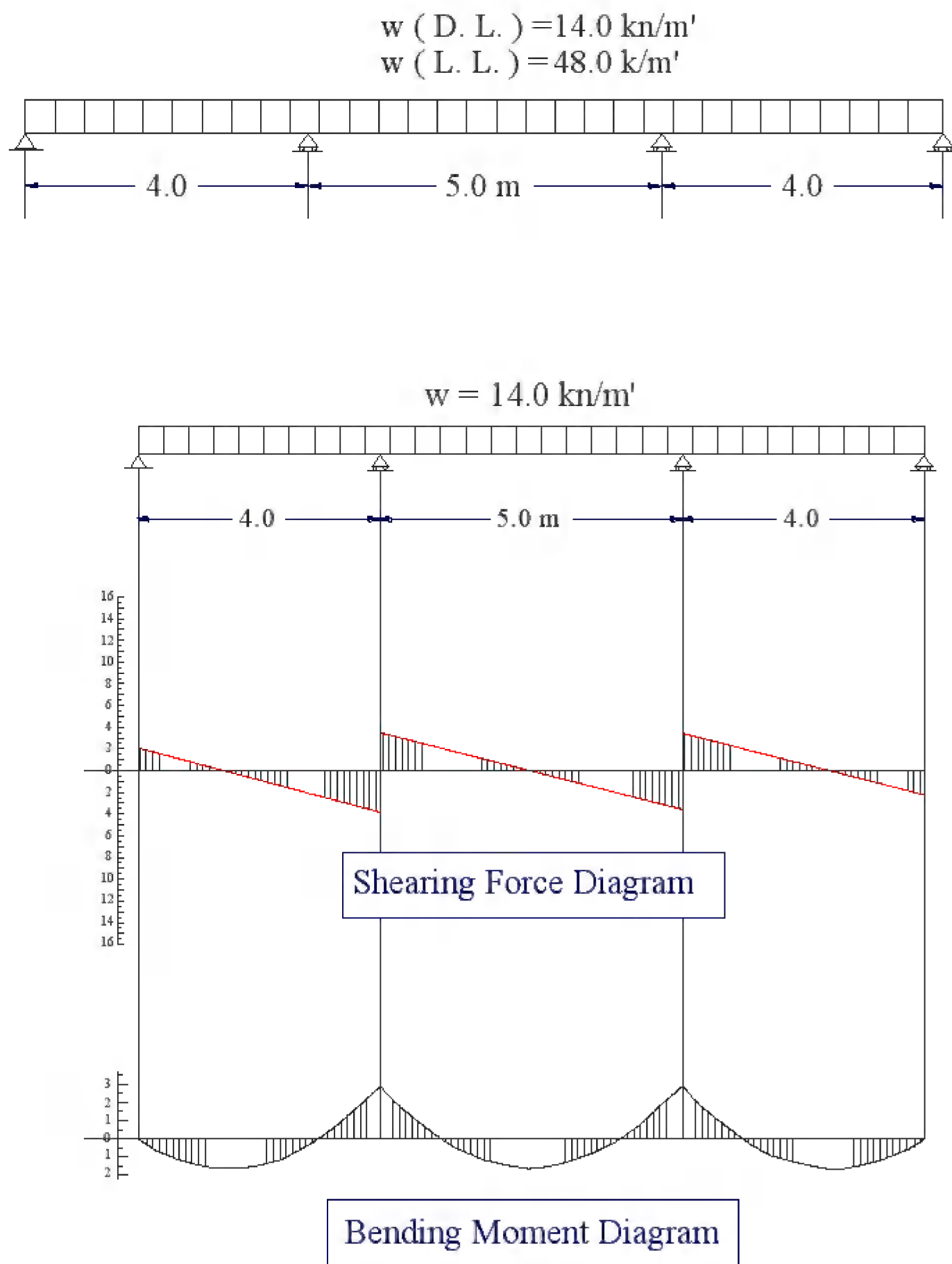
2-8- العزم الأكبر وقوة القص العظمى فى الكمرات الخرسانية Absolute Bending Moment and Shearing Force in Concrete Beams

عند تصميم الكمرات الخرسانية يتم حساب الأحمال المؤثرة على الكمرة والتي تشمل الوزن الذاتى للكمرة ، ووزن الحائط فوقها (إن وجد) ، والوزن المنقول إليها من البلاطة المرتكزة عليها. ووزن البلاطة يتكون من جزئين : الحمل الثابت (Dead Load) والحمل الحى (Live Load) . ومعروف أن الحمل الحى يمكن أن يكون موجودا أو غير موجود. وأحيانا يكون عدم وجود الحمل الحى سببا فى زيادة قوة معينة مثل قوة القص أو عزم الانحناء أكثر من وجوده. ولذلك تكون هناك حالات تحميل للحصول على أكبر عزم انحناء أو قوة قص تؤثر فى جزء معين من الكمرة. وعموما قبل تصميم بحر معين من الكمرة (span) لابد من عمل حالات تحميل للحصول على أكبر قوة قص وأكبر عزم انحناء موجب أو سالب وتصميم مقطع الكمرة لمقاومة هذه القوى. والمثال التالى يوضح حالات مختلفه من التحميل للكمرة وكيف تتغير قيمة قوة القص وعزم الانحناء بتغير موضع وقيمة الحمل المؤثر على الكمرة بتأثير الحمل الحى.

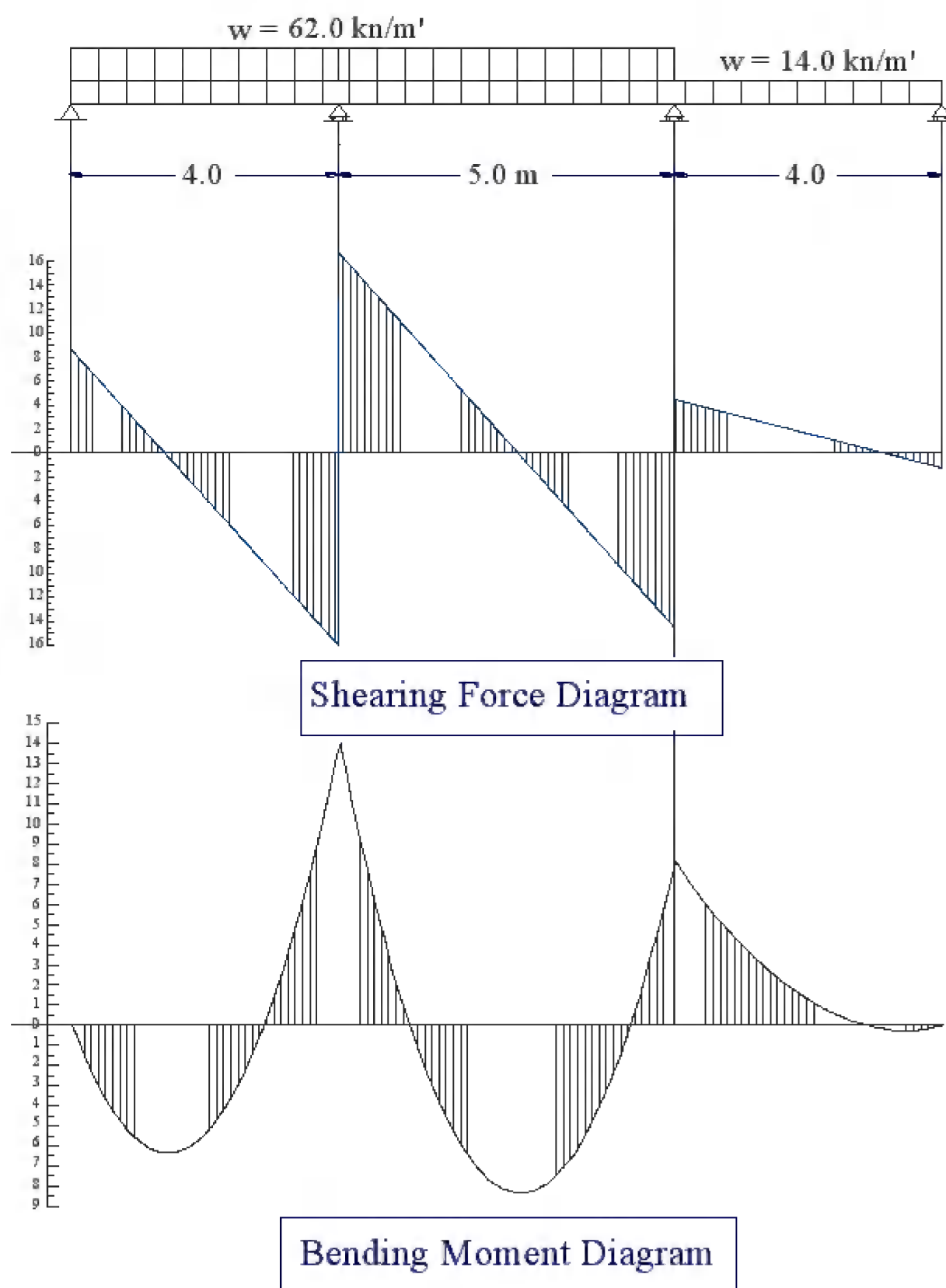
Example (8 – 3) :

For the shown beam subjected to factored dead load = 14.0 kn/m', and live load 48 kn/m':

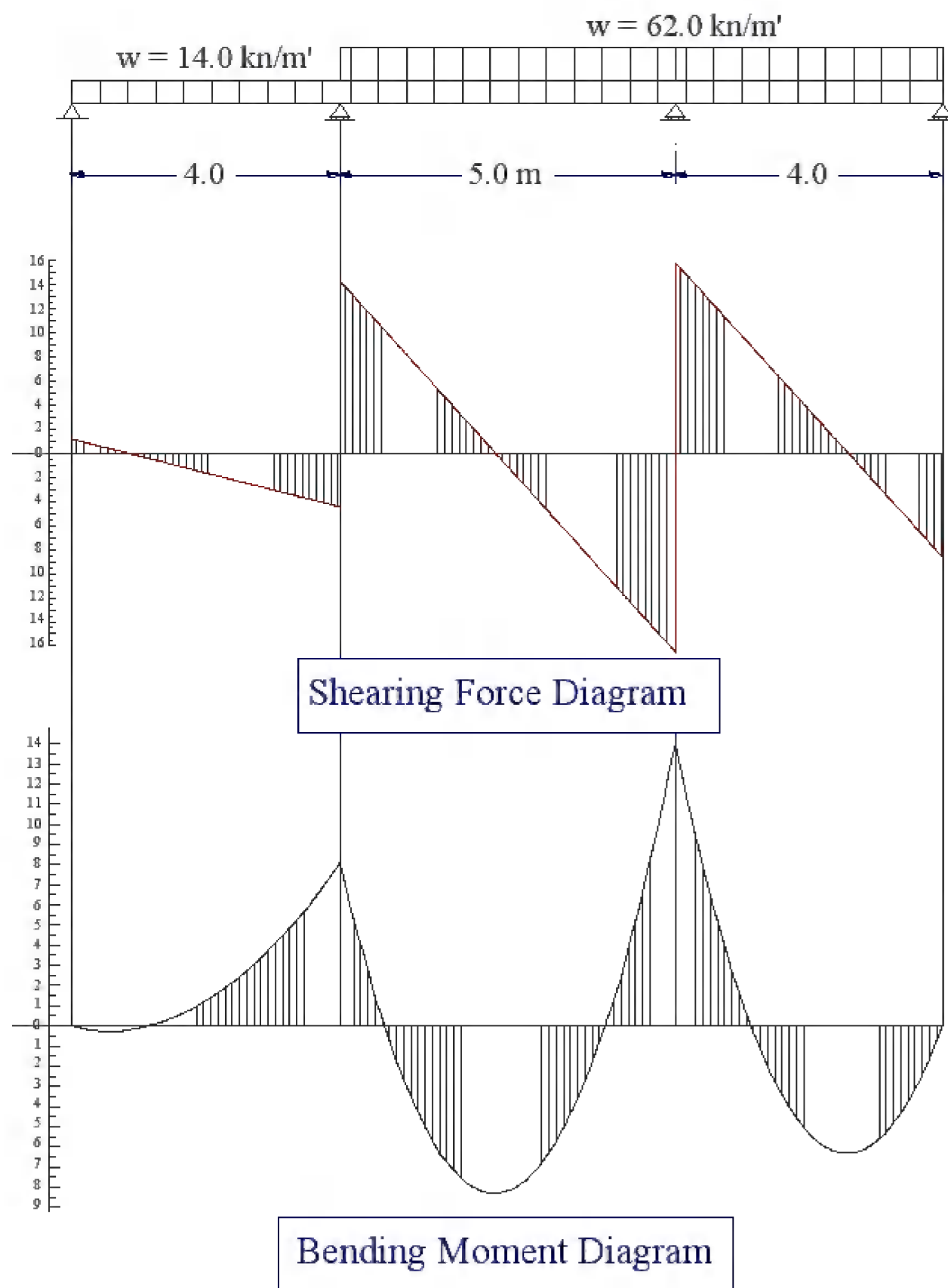
- Draw the shearing force and bending moment diagrams due to different cases of loading.
- Draw the absolute shearing force and bending Moment diagrams.



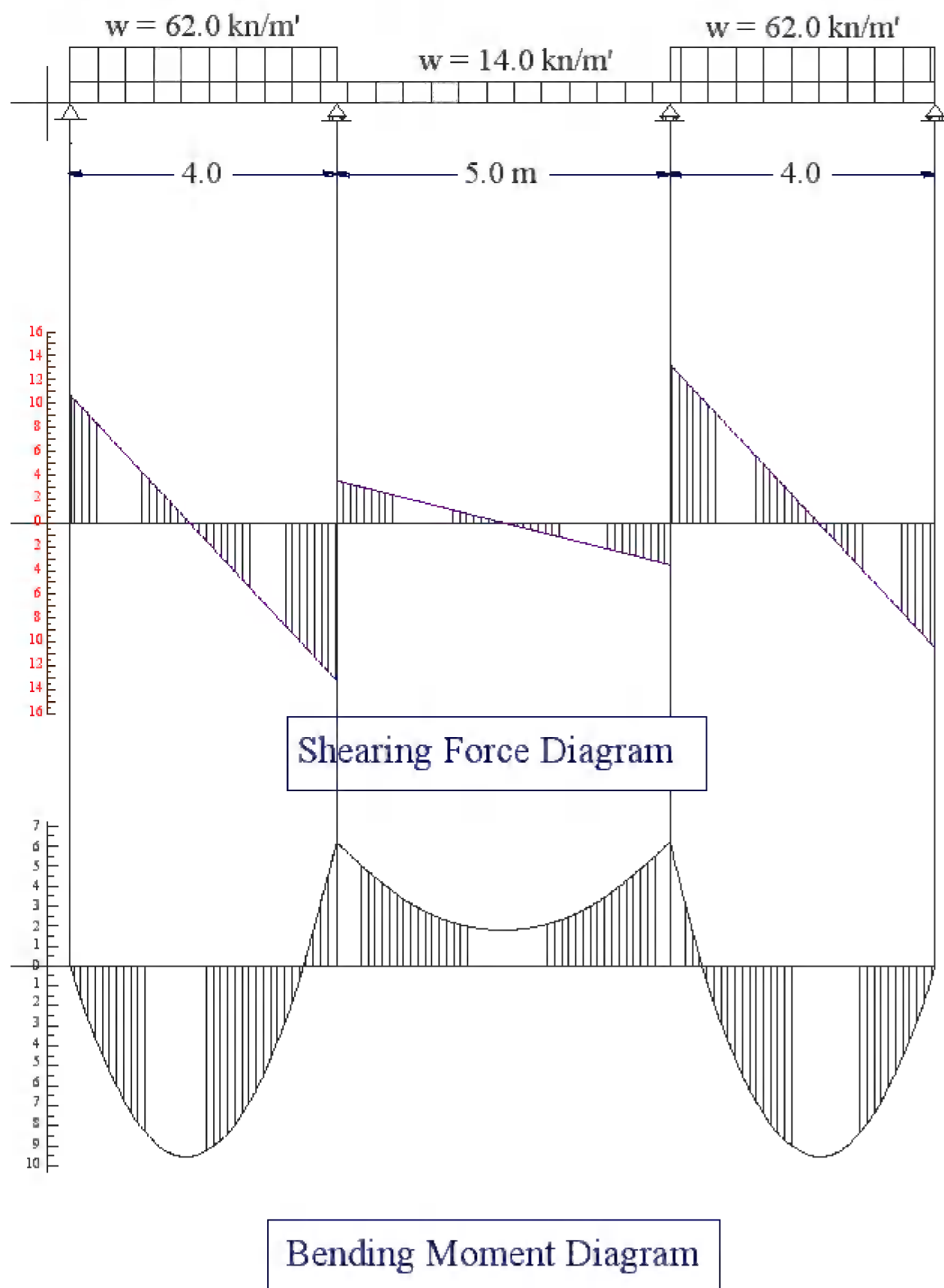
(1)



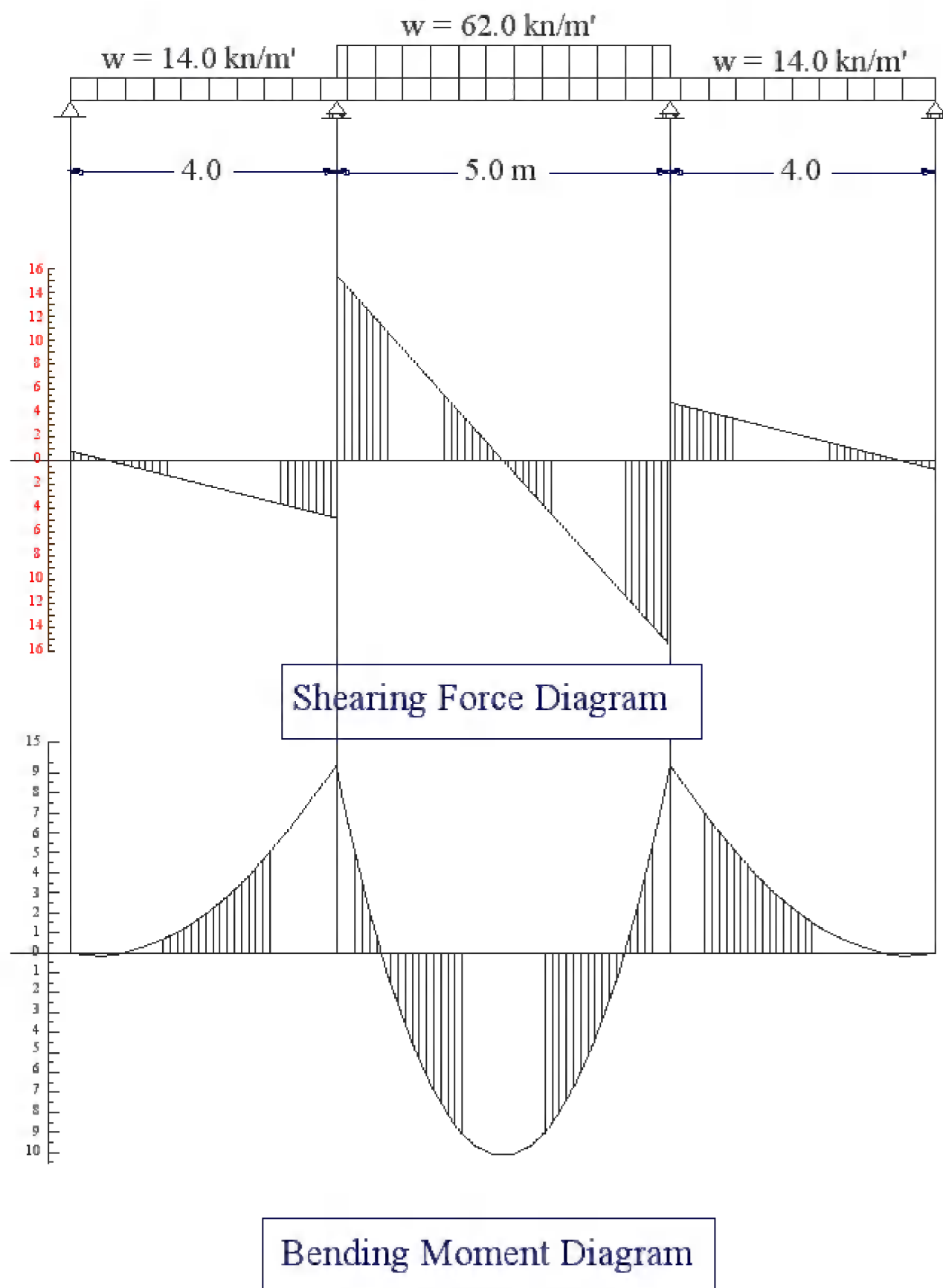
(2)



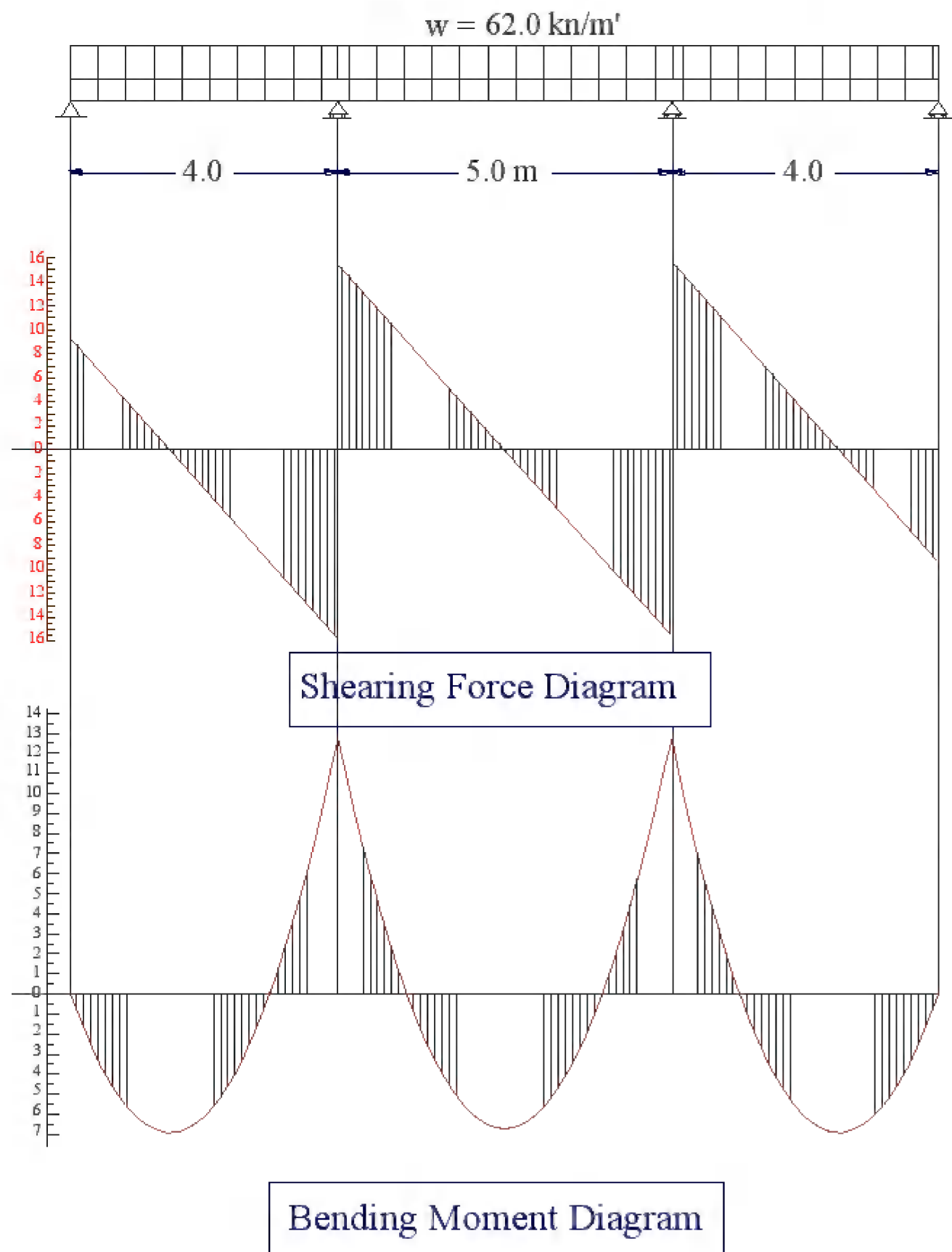
(3)



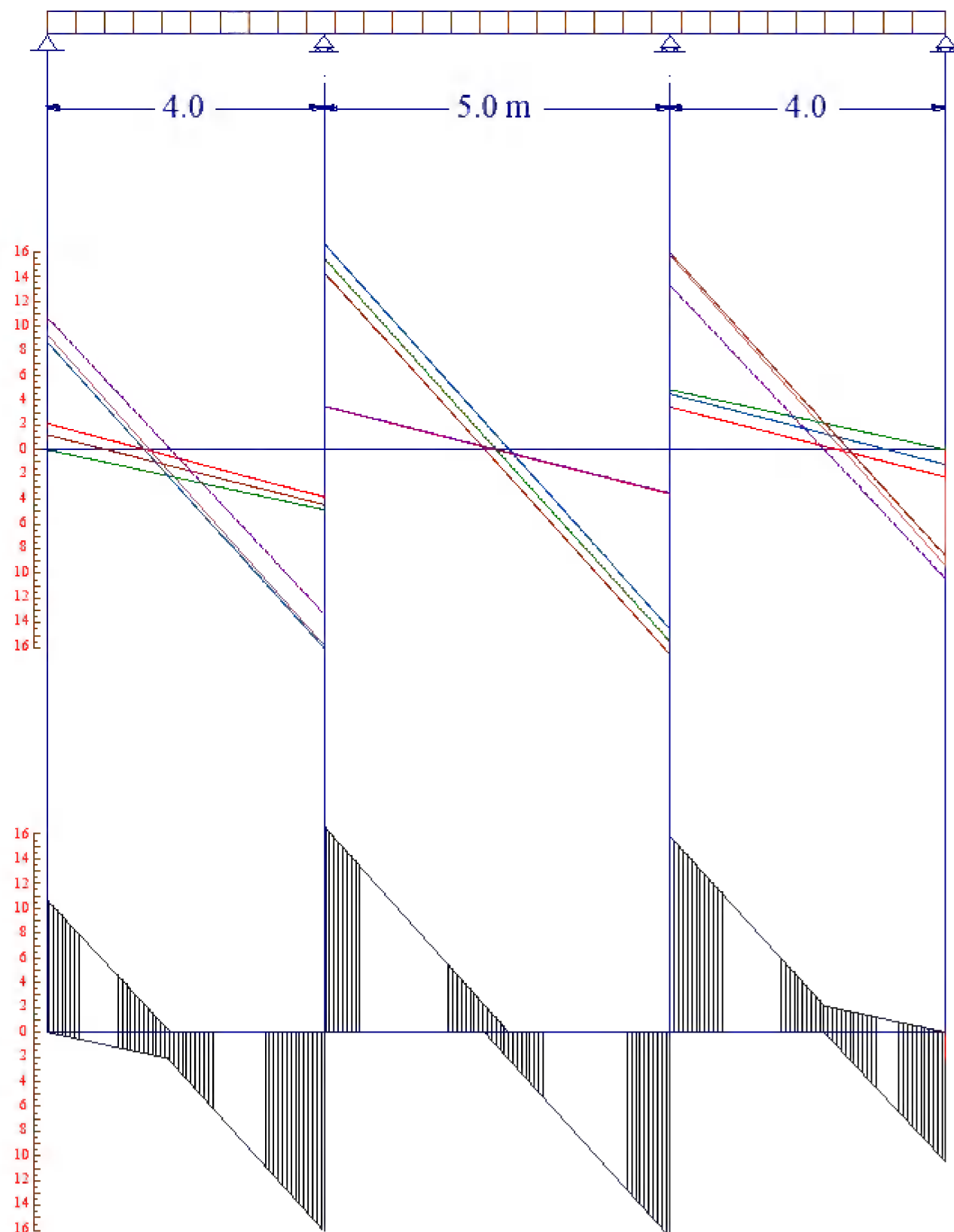
(4)



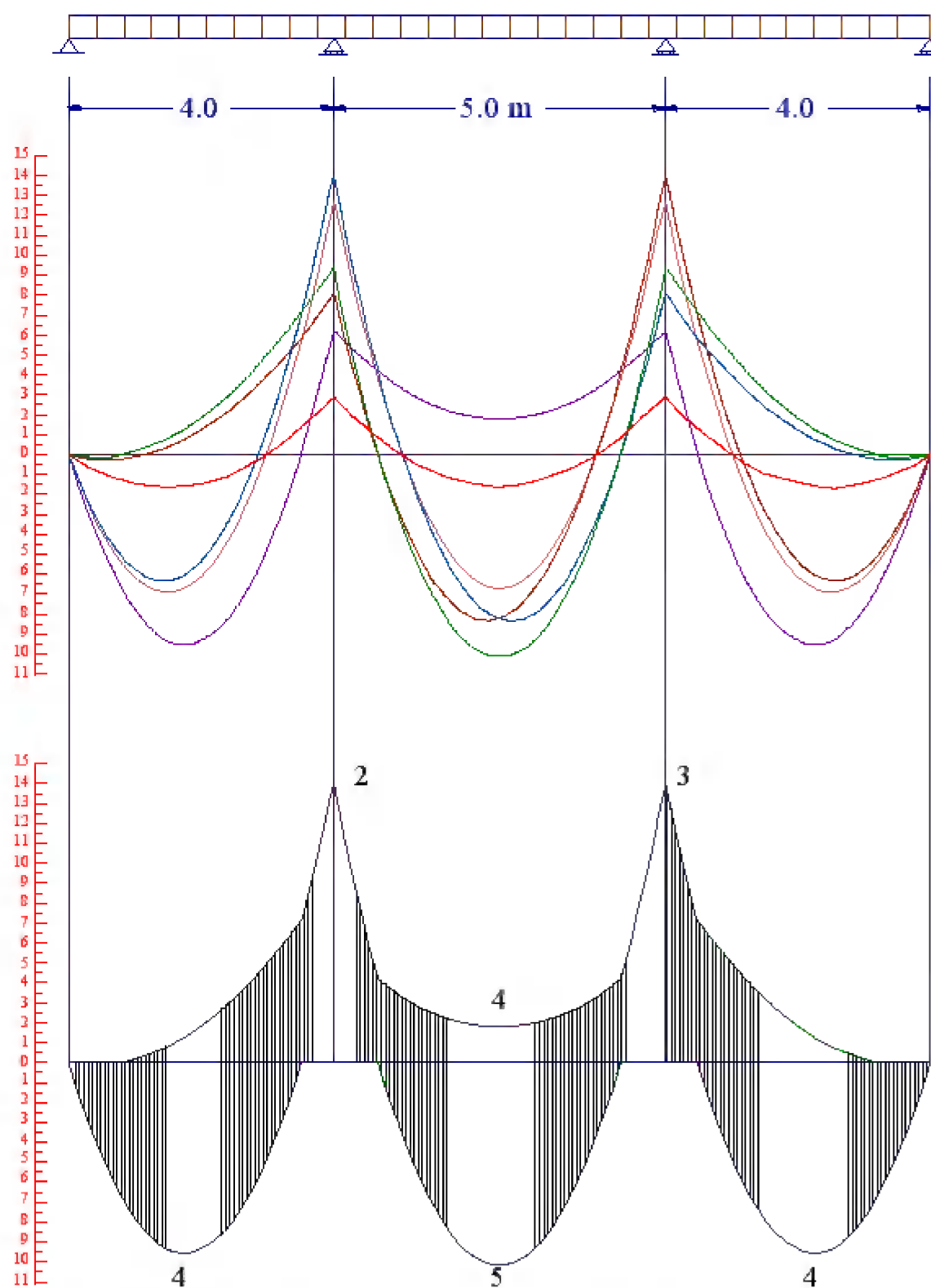
(5)



(6)

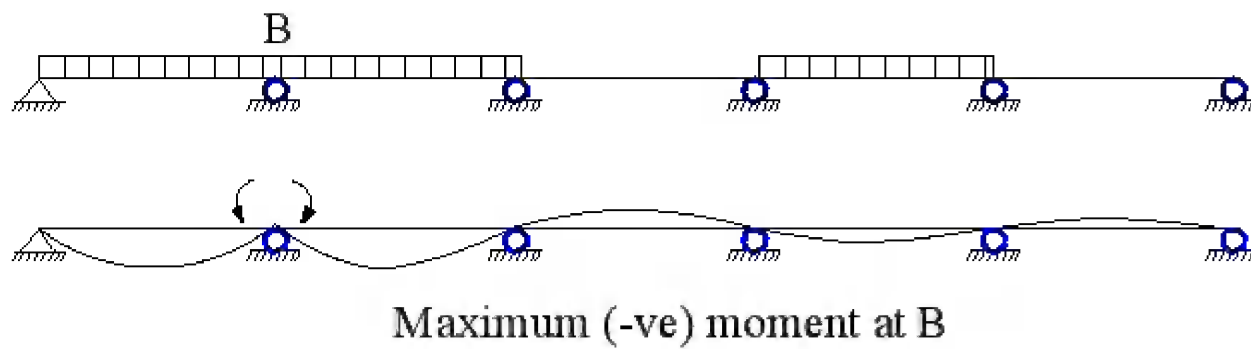
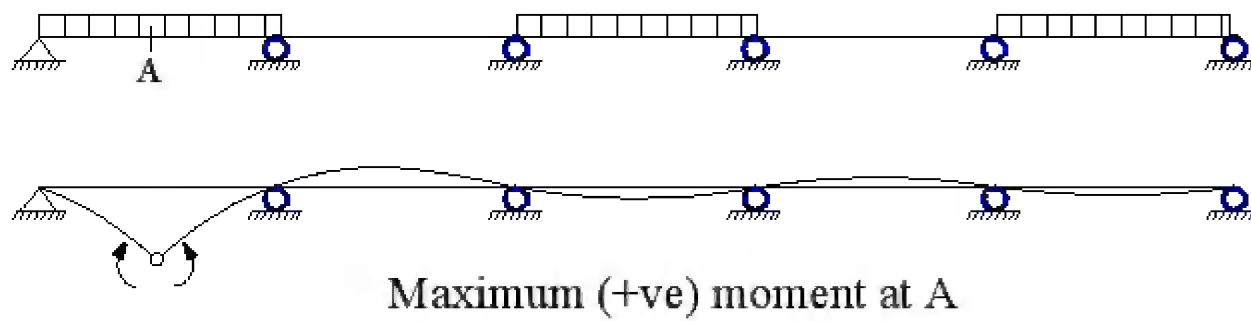


Absolute Shearing Force Diagram

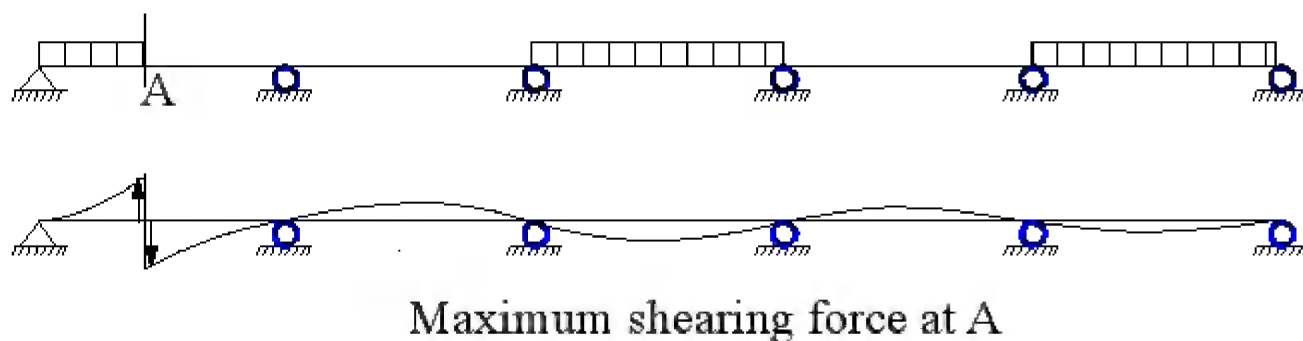


Absolute Bending Moment Diagram

ولتحديد مكان الحمل الحى للحصول على أكبر عزم موجب أو أكبر عزم سالب فى الكمرات هو أن نتخيل أن عزم الانحناء تسبب فى كسر الكمرة ونرسم الكمرة بعد كسرها مع التشكلات الحادثة بها (elastic line) ومن ثم نقوم بتحميل الأجزاء أو الباكيات (spans) المقعرة (الهابطة لأسفل) بالحمل الحى ، ولا نحمل الأجزاء المحدبة (المرتفعة لأعلى) كما فى المثال الآتى



ويمكن تكرار نفس الشئ بالنسبة لقوة القص (shearing force) فمثلا للحصول على أكبر قوة قص عند المقطع A يتم تحميل الكمرة بالحمل الحى كما يلى :



Design of Reinforced Concrete Beams**3-8- تصميم الكمرات الخرسانية :**

لتصميم الكمرات الخرسانية يتم اتباع الخطوات التالية :

1-3-8- اختيار المواد : Selection of Materials

والمقصود باختيار المواد هو اختيار الإجهاد الأقصى للخرسانة (f_{cu}) وإجهاد الخضوع لحديد التسليح (f_y). ويعتمد ذلك على طبيعة المبنى ، وأبعاده ، والمواد المتاحة ، والتكلفة المتوقعة، والأحمال المؤثرة على المبنى.

Calculations of Bending Moment and Shearing Forces**2-3-8- حساب عزوم الانحناء وقوى القص :**

يتم حساب الأحمال المؤثرة على الكمرات والمؤثرة عليها مباشرة من الحوائط أو من البلاطات المرتكزة عليها بعد زيادتها بمعامل الحمل (Load factor) ، بعد ذلك يتم حساب عزوم الانحناء وقوى القص القصوى عند مقاطع الكمرة المختلفة لكل باكية (span). وفي حالة الكمرات المستمرة والمعرضة لأحمال موزعة توزيعاً منتظماً بحيث لا يزيد الفرق بين البحور المتجاورة والأحمال عن 20% من القيمة الأصغر؛ في هذه الحالة يمكن اعتبار القيم التالية لعزوم الانحناء وقوى القص الموضحة في الشكل التالي . وعند حساب عزوم الانحناء السالبة فوق الركيزة يؤخذ متوسط البحرين والحملين على جانبي الركيزة.

Choose Values for Width and Depth of the Beam**3-3-8- اختيار أبعاد المقطع :**

يتم تحديد أبعاد المقطع ؛ العرض (b) والعمق الفعال (d) لاستيفاء متطلبات التصميم . ويفضل اختيار نسبة بين عمق الكمرة إلى عرضها بحيث تتراوح بين 1.5 إلى 2.5 . وعادة يتم اختيار عرض الكمرة حسب التصميم المعماري بحيث يكون مساوياً لعرض الركيزة (العمود) التترتكز عليها الكمرة أو أقل. وفي أحيان أخرى يتم اختيار عرض الكمرة مساوياً لعرض الحائط أسفلها بحيث لا يظهر بروز لعرض الكمرة عن الحائط . ويتم اختيار عرض الكمرة 120.0 – 250.0 – 300.0 – 400.0 – 500.0 مم. ولتلافى حدوث انبعاج (buckling) في عرض الكمرة نظراً لنحافتها (slender) فإن عرض الكمرة يجب أن يحقق القيمة الأكبر من المعادلتين التاليتين للكمرات البسيطة أو المستمرة :

$$L_e \leq \frac{200 b_c^2}{d}$$

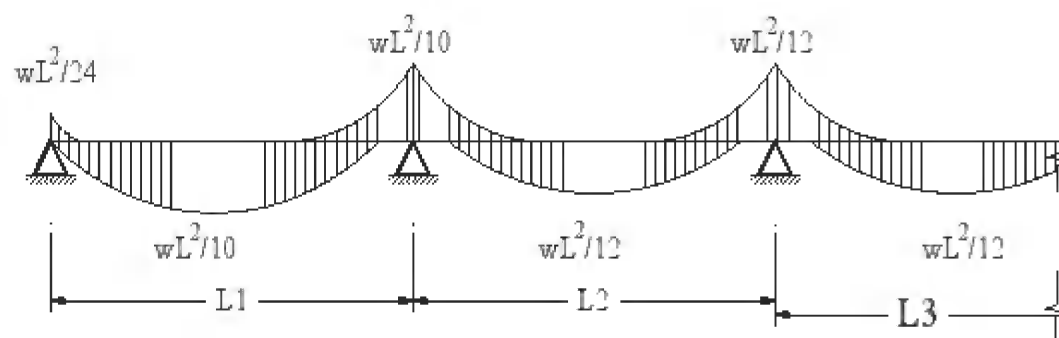
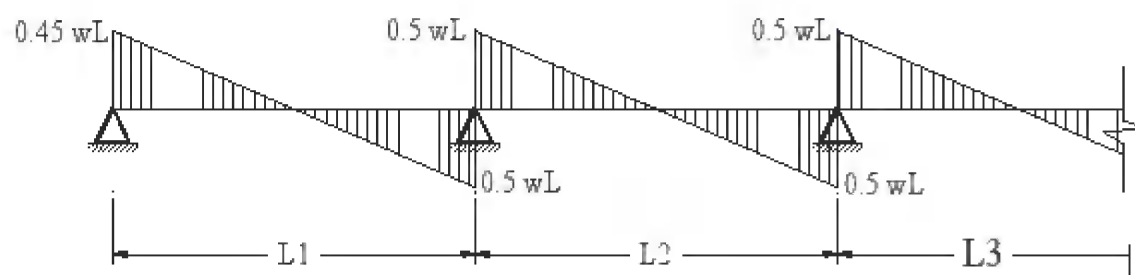
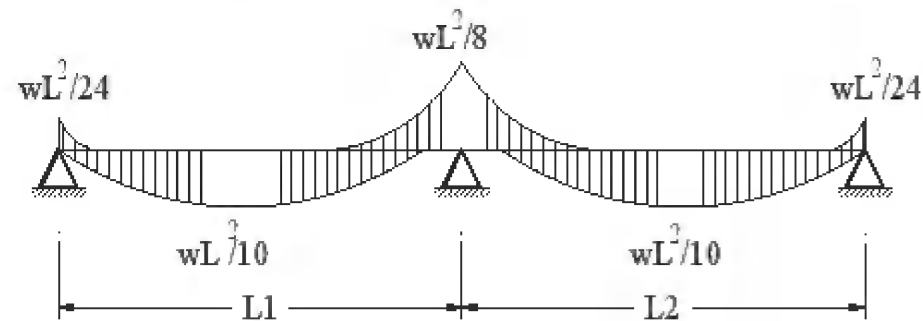
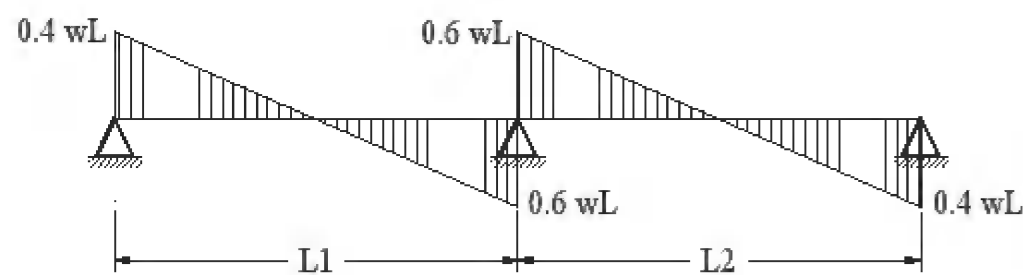
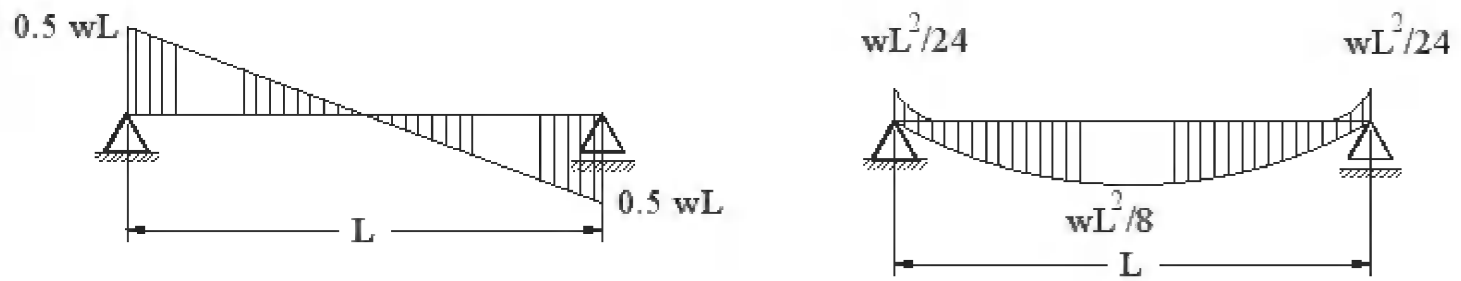
$$L_e \leq 40 b_c$$

حيث L_e = الطول الحر للكمرة مقاساً بين نقط الانقلاب . وكما سبق ذكره

$L = L_e$ للكمرات المرتكزة ارتكازاً بسيطاً

$0.87 L$ للكمرات المستمرة منة جهة واحدة .

للكرات المستمرة منة جهتين . $0.76 L$



بياني عزوم الانحناء وقوى القص في الكرات المستمرة والمعرضه لحمل منتظم التوزيع

أما بالنسبة للكمرات الكابولية فإن عرض الكمرة يجب أن يحقق القيمة الأكبر من المعادلتين التاليتين :

$$L_e \leq \frac{80 b_c^2}{d}$$

$$L_e \leq 40 b_c$$

والمعادلات السابقة تضمن حدا أدنى لعرض الكمرة بحيث لا يحدث انبعاج فى جذع الكمرة نتيجة نحافة عرض الكمرة وزيادة إجهادات الضغط .

يتم تحديد عمق الكمرة بحيث لا يحدث ترخيم (deflection) أكبر من المسموح به وبحيث لا يشعر به مستخدم المبنى وبحيث لا تحدث اهتزازات بالأعضاء الإنشائية أثناء استخدام المبنى. ولضمان ذلك يتم حساب ترخيم الكمرات والتأكد من أنه لا يتعدى القيم المسموح بها فى الكمرات وهى كما يلى :

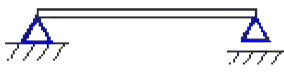
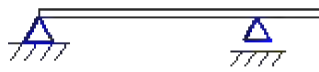
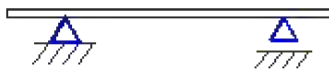
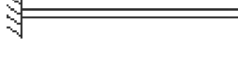
$$\Delta_{\max} \leq \frac{L_e}{250} \quad \text{for beams}$$

$$\Delta_{\max} \leq \frac{L_e}{450} \quad \text{for cantilever}$$

حيث L_e = طول الكمرة مقاسا بين نقط الانقلاب أو طول الكابولى .

وهناك طريقة بسيطة أوصى بها الكود يمكن استخدامها بدلا من حساب الترخيم وهذه الطريقة لا تطبق على الكمرات ذات البحور أكبر من عشرة أمتار وكذلك الكوابيل التى يتعدى طولها المترين. وهذه الطريقة تحدد النسبة بيت طول الكمرة وعمقها بحيث تضمن عدم حدوث ترخيم أكبر من اللازم حسب الجدول التالى :

Minimum Depth of Beams if Deflection is not computed

			
L/16	L/18	L/20	L/5

4-3-8- تصميم القطاع : Design of Critical Section

يتم تصميم القطاع إما بطريقة المرونة أو بطريقة المقاومة القصوى حسب ما تم شرحه مسبقاً ، ويتم اختيار القطاعات المعرضة لأكبر عزم انحناء في كل باكية (span) وذلك باستخدام المعادلات التالية :

$$d = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}} \quad A_s = \frac{M}{K_2 \cdot d} \quad \text{بطريقة المرونة :}$$

$$M_u = K_u \cdot b \cdot d^2 \quad , \quad A_s = \mu \cdot b \cdot d \quad \text{بطريقة المقاومة القصوى :}$$

5-3-8- اختيار العمق الكلى للكمرة : Choose total depth (t)

يتم تحديد العمق الكلى للكمرة بإضافة الغطاء الخرساني إلى العمق الفعال (d) . وتتراوح قيمة الغطاء الخرساني بين 40-70 مم بالنسبة للكمرات ، ويفضل أن يكون العمق الكلى لقطاع الكمرة مضاعفات الرقم 5 وذلك لسهولة التنفيذ.

6-3-8- تصميم القطاع : Choose the Reinforcement

يتم اختيار حديد التسليح بعد حسابه من المعادلات السابقة بحيث تكون مساحته لا تقل عما تم حسابه. ويمكن اختيار حديد التسليح من قطر واحد أو من قطرين متتاليين في جدول حديد التسليح ، وتستخدم الأقطار 10-12-14-16-18-20-22-25 مم في تسليح الكمرات. وعند رص حديد التسليح في قطاع الكمرة يجب أن يستوفي الاشتراطات التالية :

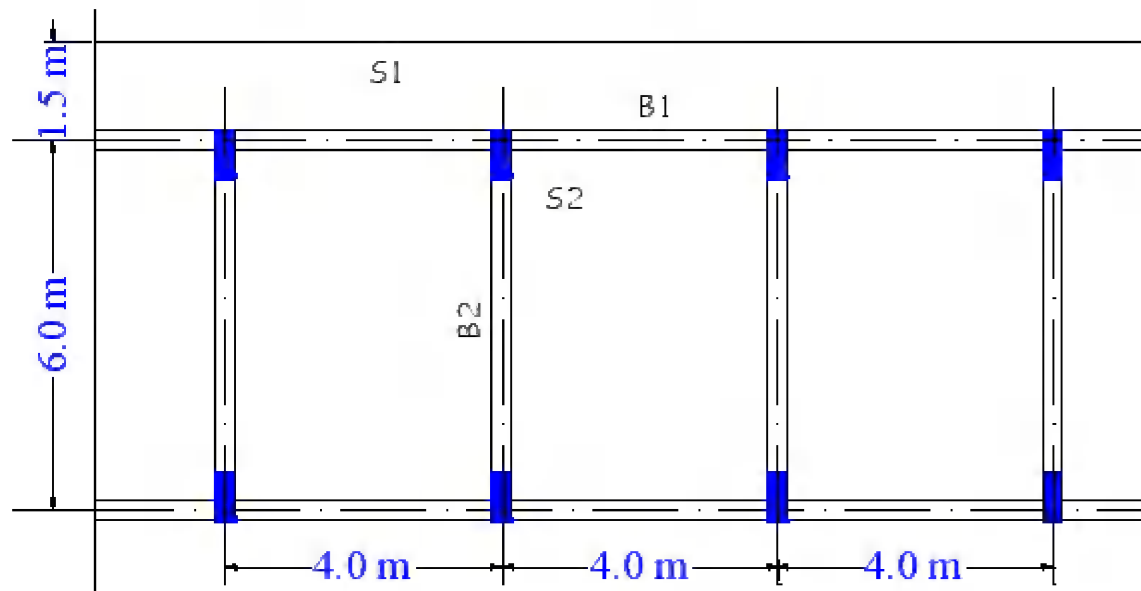
- أ- أن يكون حديد التسليح متماثلاً مع محور التماثل الرأسى للقطاع.
- ب- أن تكون الأقطار الأكبر أقرب إلى حافة القطاع.
- ج- ألا تقل المسافة بين أى سيخين في الاتجاه الأفقى أو الرأسى عن 250 مم.
- د - في حالة وجود أكثر من صف تكون الأسياخ فوق بعضها مباشرة.
- هـ- في حالة زيادة عمق الكمرة عن 700 مم يضاف سيخين لمقاومة الانكماش على جانبي الكمرة كل 350
- و- لابد من وجود سيخ في كل ركن من أركان القطاع لتثبيت الكانات في موضعها.
- ز- لابد من وجود تسليح مقاومة قوى القص $5\Phi 8/m'$ على الأقل.

7-3-8- تصميم تسليح القص : Design of Shear Reinforcement

تصمم كل باكية (span) لمقاومة قوى القص المؤثرة عليها ويتم حساب التسليح اللازم لذلك كما سبق توضيحه.

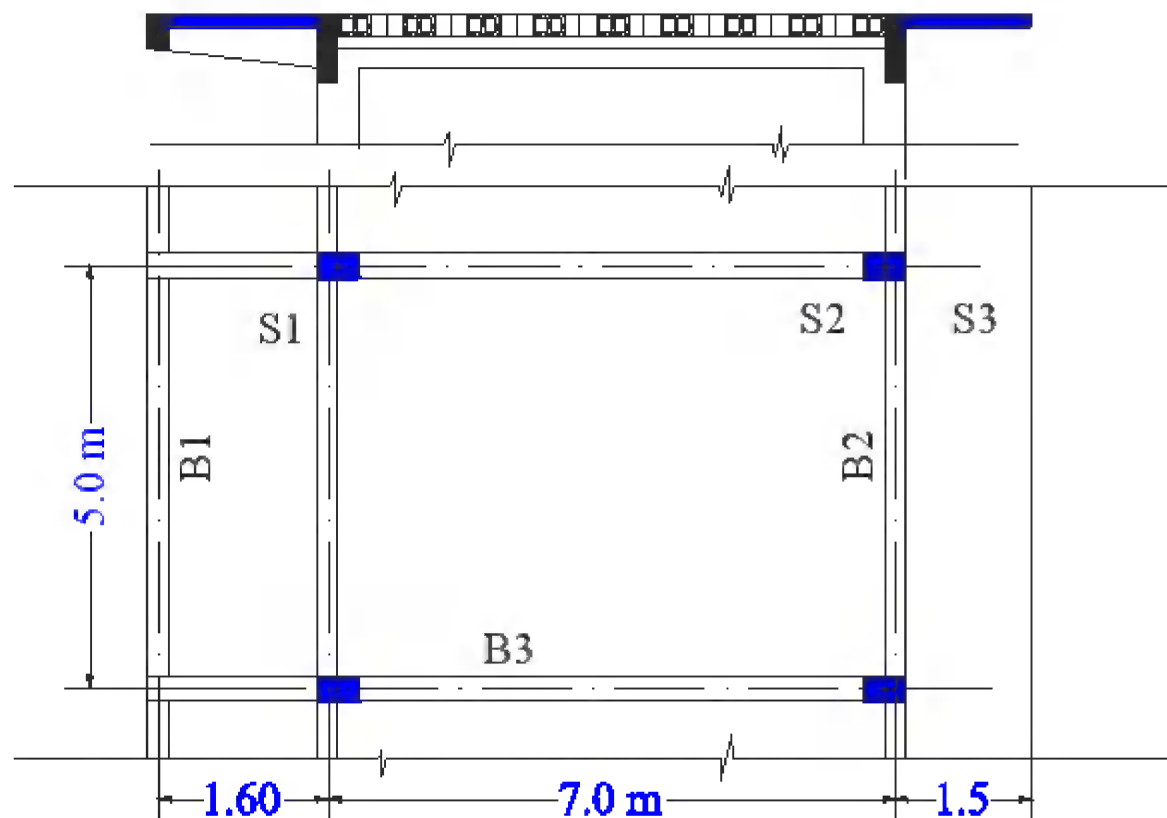
Chapter (8) – Problems

- 1- For the reinforced concrete floor shown: Live load = 3.0 kn/m^2 , beam width = 250 mm. assume appropriate thickness for slabs ; Design the beams B1, B2.

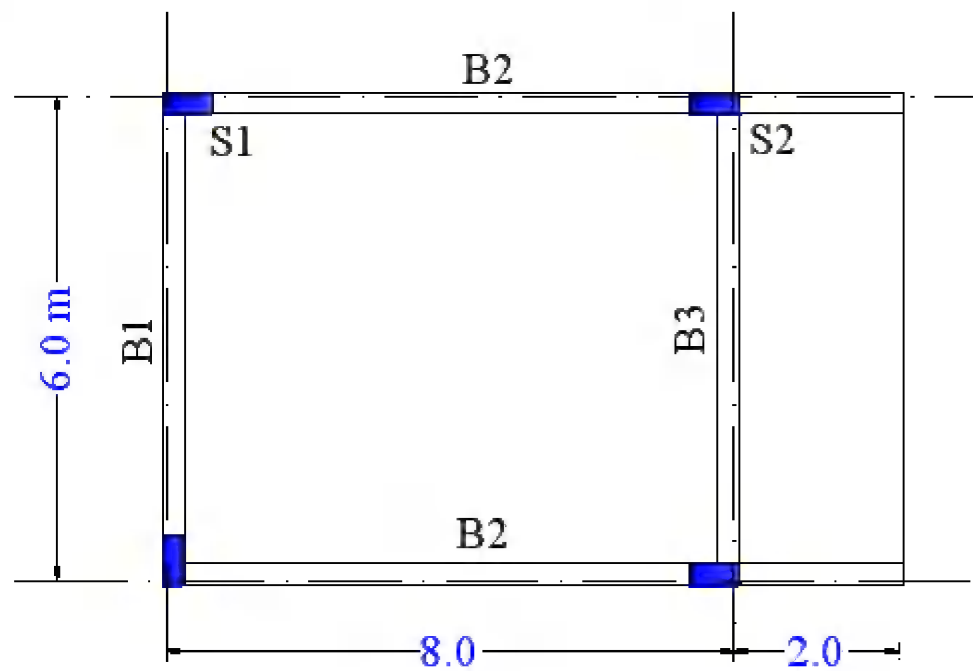


- 2- For the reinforced concrete floor shown:

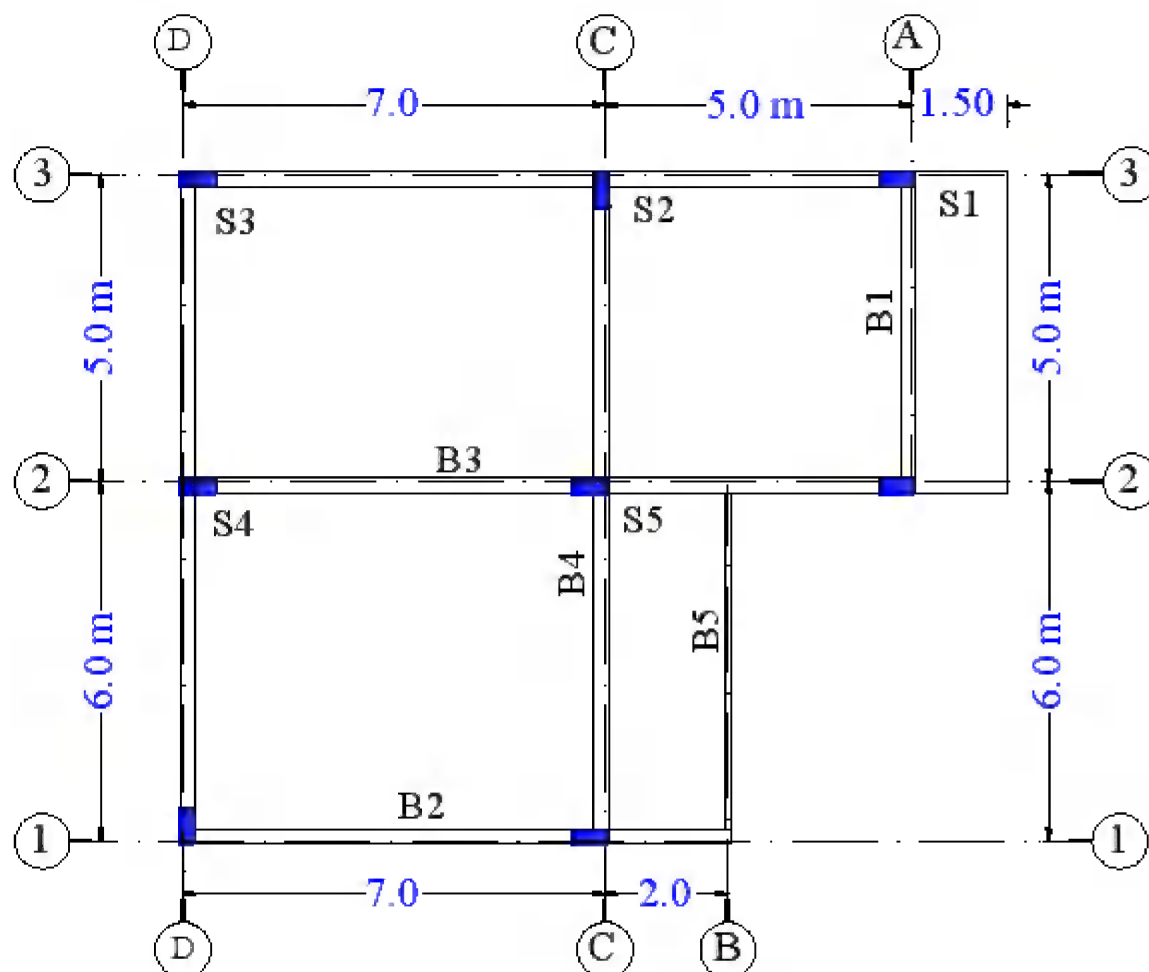
- Design the continuous beams B1, B2.
- Design the girder B3.



- 3- For the floor shown in fig., make complete design for Beams B1, B2, and B3.
 $L.L. = 2.5 \text{ kN/m}^2$, $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



- 4- For the floor shown in fig., make complete design for Beams B1, B2, B3, B4, and B5. $L.L. = 3.0 \text{ kN/m}^2$, $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



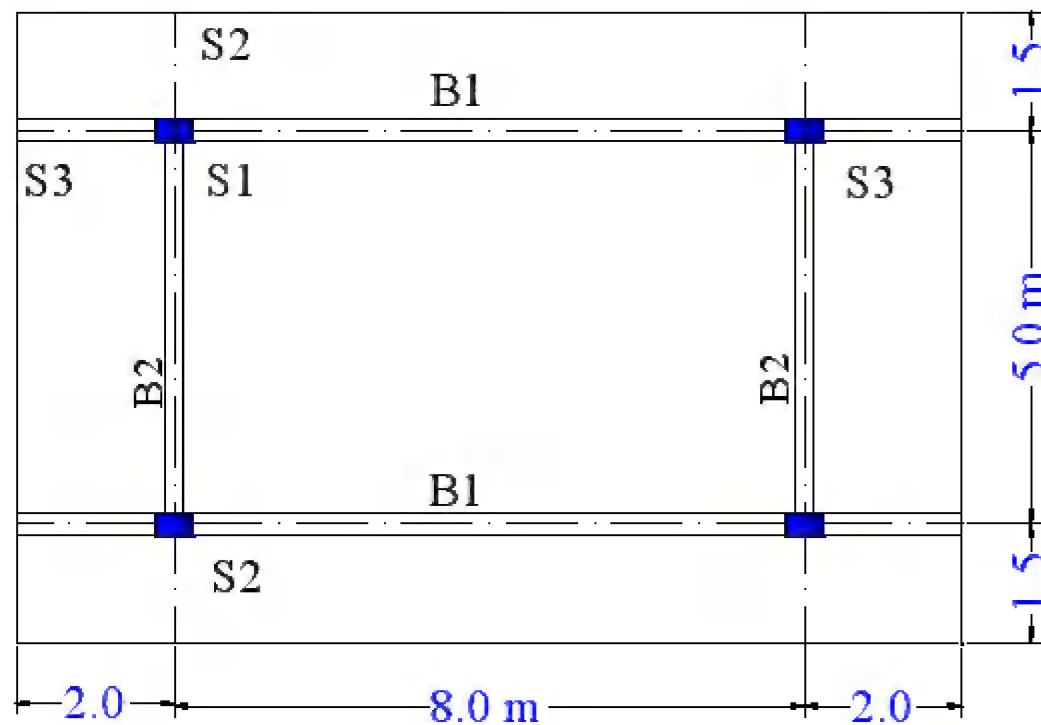
5- Choose the correct answer from brackets, correct answer = 1 , wrong answer = -1

- a- In reinforced concrete beam section, the beam (width, depth, length) is more effective in resisting bending moment.
- b- In two-way slabs, long direction resist load (*more than, equal to, less than*) the short direction.
- c- In (*one way, two way, cantilever*) slabs, the main reinforcement is at the top side of slab.
- d- A beam section can be designed as T-section only when the (*web, flange, steel*) is subjected to compression.
- e- In one way slab, the slab can be considered as supported on (*two, three, four*) sides.
- f- In beam section subjected to +ve bending moment, the top reinforcement resist (*tension, shear, compression*) stresses.
- g- In reinforced concrete beams, (top bars, bottom bars, bent bars) resist shear stresses.
- h- Stirrups in reinforced concrete beams are used to resist (*tension, compression, shear*) stresses.

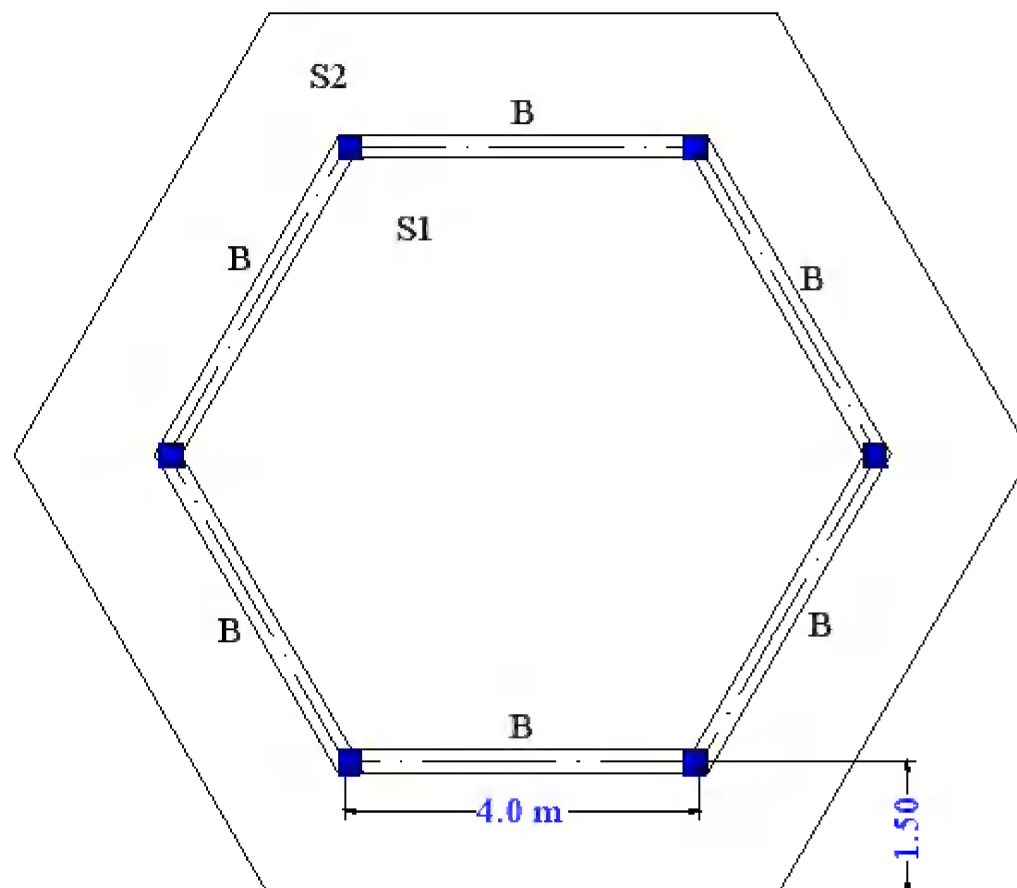
6- Fill in the spaces, be as short as possible:

- a- f_{cu} is
- b- f_s is
- c- f_c is
- d- f_y is
- e- Compression reinforcement is provided when
- f- Maximum reinforcement ratio in beams is provided to prevent
- g- Minimum reinforcement ratio in beams is provided to
- h- In R.C. beams at balance condition, the strain in concrete is equal to
- i- In R. C. beams, the strain in reinforcing steel is equal to
- j- In design of columns, the minimum eccentricity is equal to
- k- The weight of one Quebec meter of plain concrete is equal to
- l- The weight of one Quebec meter of steel is equal to

- 7- For the floor shown in figure , make complete design for Beams B1, and B2.
 $L.L. = 3.0 \text{ kN/m}^2$, $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



- 8- For the floor shown in figure , make complete design for Beams B1,
 $L.L. = 3.0 \text{ kN/m}^2$, $f_{cu} = 250 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



- 9- Select a b , d and h and the reinforcement for 9.0 m span continuous beam. The beam will be support its own dead load plus a superimposed serve dead load of 30.0 kn/m' plus a uniform service load of 50 kn/m'. Design for the negative and positive moments of an interior beam with multiple spans (>2). Use $b= 0.55d$, $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.
- 10- A two span beam having span length of 7.0 m. The beam will be support its own dead load plus a superimposed serve dead load of 25 kn/m' plus a uniform service load of 50 kn/m'. Design the sections of the negative and positive moments. Use $b= 0.50 d$, $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.
- 11- Write the equations of equilibrium needed to design the reinforced concrete beams.
- 12- Write the final expression of the total compressive force C and tensile force T for a rectangular reinforced concrete beam in terms of the designing parameters.
- 13- Choose the correct answer :
- (i) Beams and slabs carry the transverse loads primarily by
- (a) truss action
 - (b) balance of shear action
 - (c) bending
 - (d) slab-beam interaction
- (iii) An inverted T-beam is considered as a rectangular beam for the design
- (a) over the intermediate support of a continuous beam where the bending moment is negative .

- (b) at the mid span of a continuous beam where the bending moment is positive
- (c) at the point of zero bending moment
- (d) over the support of a simply supported beam

(iv) The maximum strain in the tension reinforcement in the section at failure shall be

- (a) more than $f_y / (1.15 E_s) + 0.002$
- (b) equal to 0.0035
- (c) more than $f_y / E_s + 0.002$
- (d) less than $f_y / (1.15 E_s) + 0.002$

- 14- (a) State the limit of the aspect ratio of L/S of one- and two-way slabs.
- (b) Explain the share of loads by the supporting beams in one- and two-way slabs.

الباب التاسع

تصميم البلاطات الخرسانية المسلحة Design of Reinforced Concrete Slabs

مقدمة :

البلاطات الخرسانية هي عبارة عن عناصر انشائية سمكها عادة يكون أقل من عشر أصغر بعديها ومهمتها نقل الأحمال المؤثرة عليها عموديا إلى الكمرات أو الأعمدة التي ترتكز عليها هذه البلاطات بجساءة الانحناء إذ أن هذه البلاطات تقاوم الأحمال عن طريق عزم الانحناء الداخلى Internal bending moment الذى يتزن مع العزم الخارجى External bending moment وتكون هذه البلاطات مسلحة ناحية الشد وفى احيان اخرى عند زيادة العزم الخارجى أو زيادة سمك البلاطة تكون مسلحة ناحيتى الشد والضغط .

9-1- أنواع البلاطات الخرسانية Types of concrete slabs

تنقسم البلاطات الخرسانية إلى عدة أنواع حسب طريقة إرتكازها وطريقة إنتقال الحمل المؤثر على البلاطة إلى الكمرات أو الأعمدة الحاملة للبلاطة ويمكن تقسيم البلاطات إلى ثلاثة أنواع أساسية :-

9-1-1- البلاطات الخرسانية المصمتة Solid Slabs

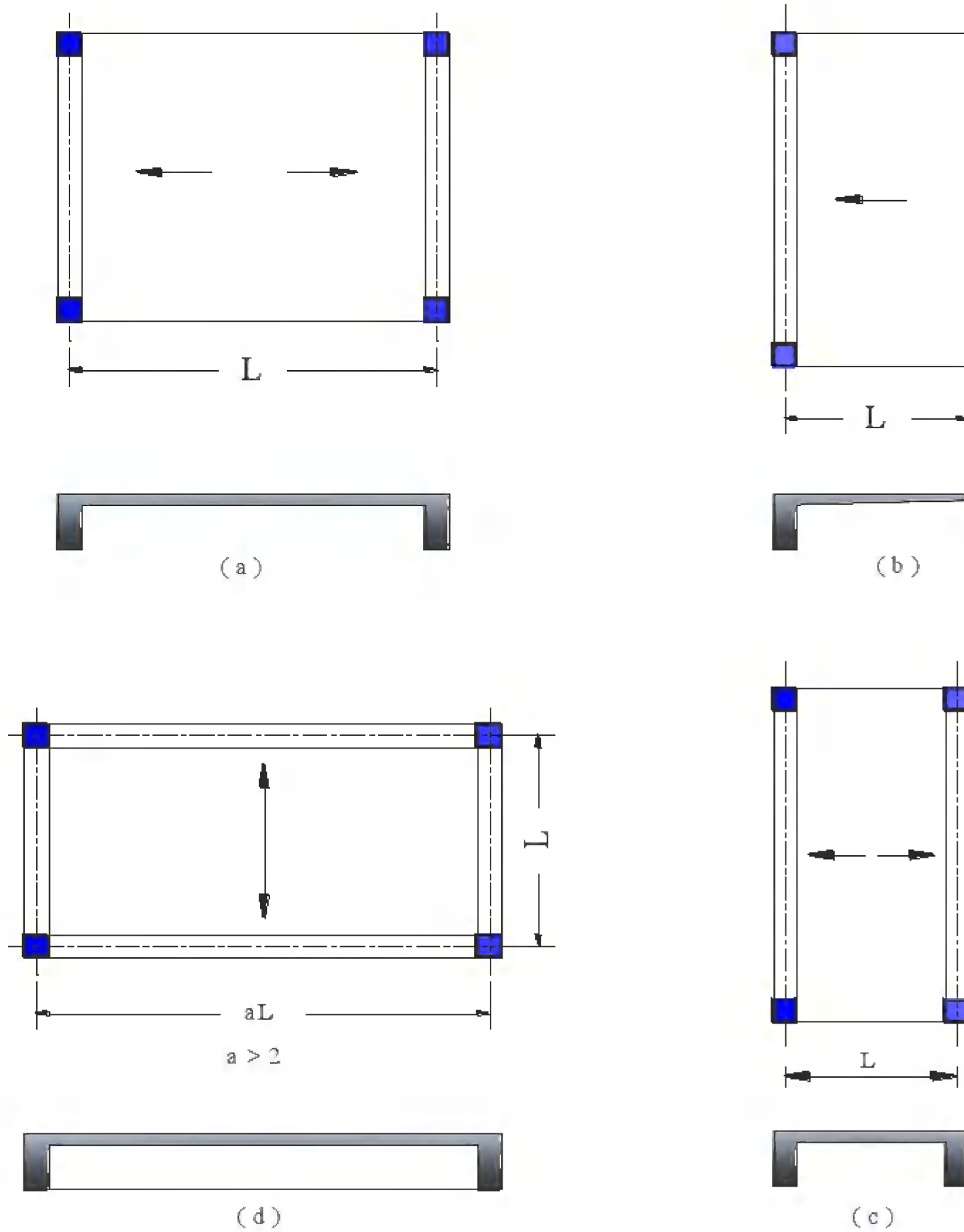
وهي بلاطات خرسانية ترتكز أساسا على كمرات يزيد سمكها عادة على ثلاثة أمثال سمك البلاطة . وينقسم هذا النوع من البلاطات إلى نوعين هما :-

9-1-1-1- البلاطات المصمتة ذات الاتجاه الواحد One way solid slab

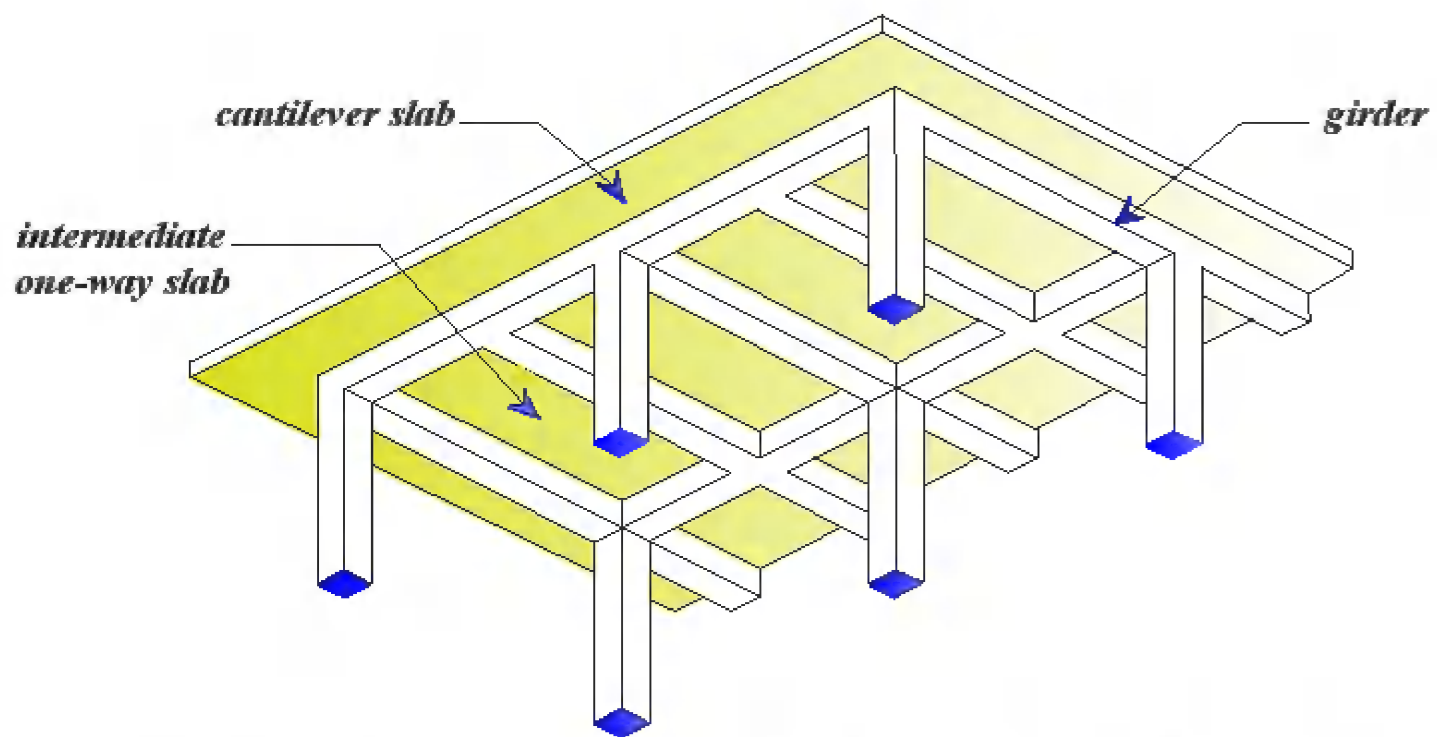
وهي البلاطات التى تنتقل فيها الأحمال المؤثرة على البلاطة فى اتجاه واحد ويحدث ذلك اذا كانت البلاطة ترتكز على كمرة واحدة كما فى حالة البلاطة الكابولية Cantilever slab او اذا كانت البلاطة ترتكز على كمرتين متوازيتين وفى هذه الحالة يتجه الحمل إلى الكمرات فى اتجاه عمودى على الكمرات او فى حالة البلاطة ترتكز على أربعة كمرات وطول البلاطة يزيد على ضعف عرضها كما هو موضح بالشكل يلاحظ ان خطوط الكمرات تكون مستمرة وليست متقطعة لان عند رسم الاسقف يتم النظر اليها من أسفل لأعلى لتلافى كثرة الخطوط المتقطعة

2-1-1-9- البلاطات المصمتة ذات الاتجاهين Two way solid slab

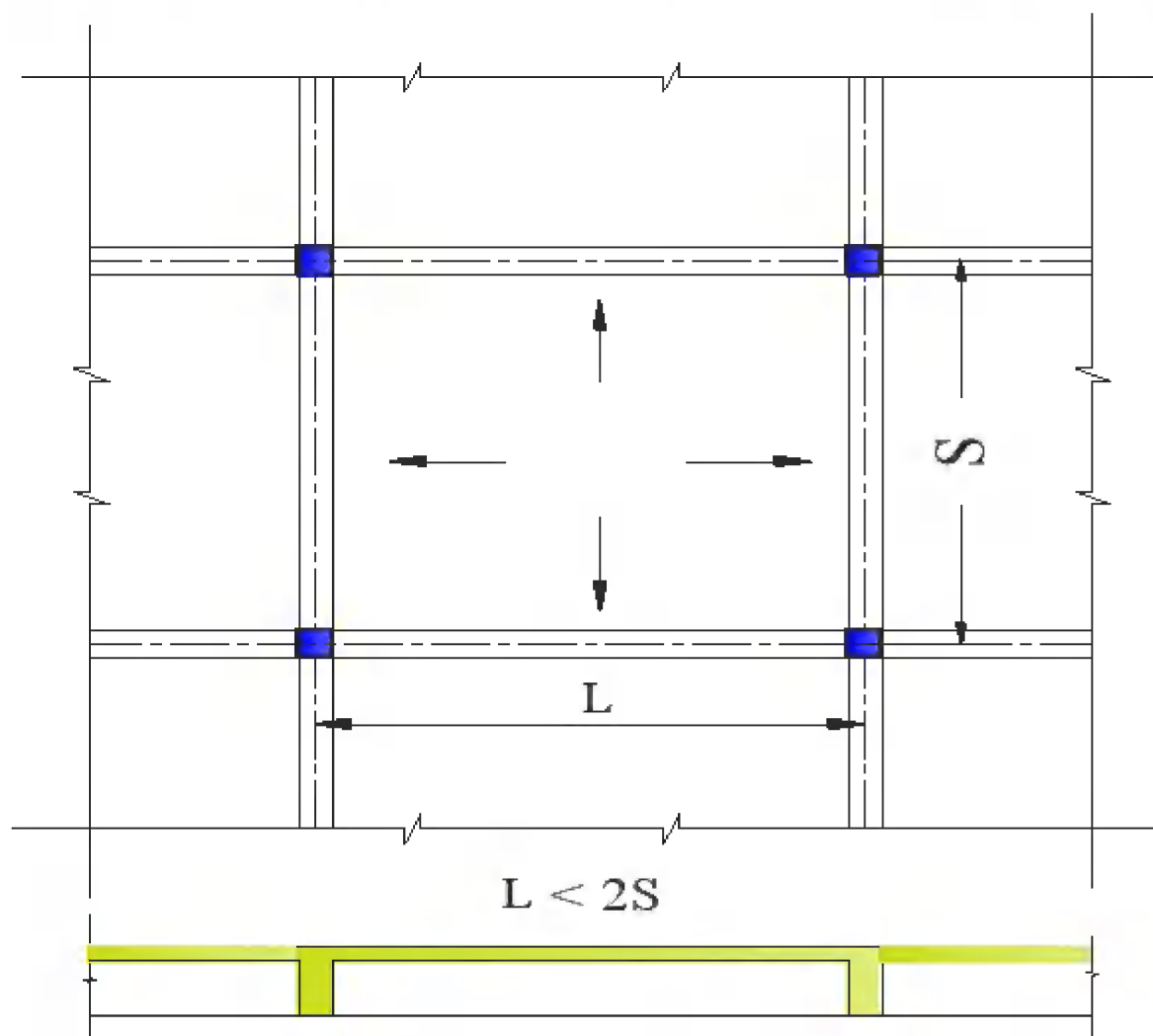
وهي البلاطات المصمتة التي يقل طولها عن ضعف عرضها لأن في هذه الحالة يتجه الحمل إلى الكمرات المحيطة بالبلاطة في اتجاهين متعامدين كما هو موضح بالشكل (2-9).



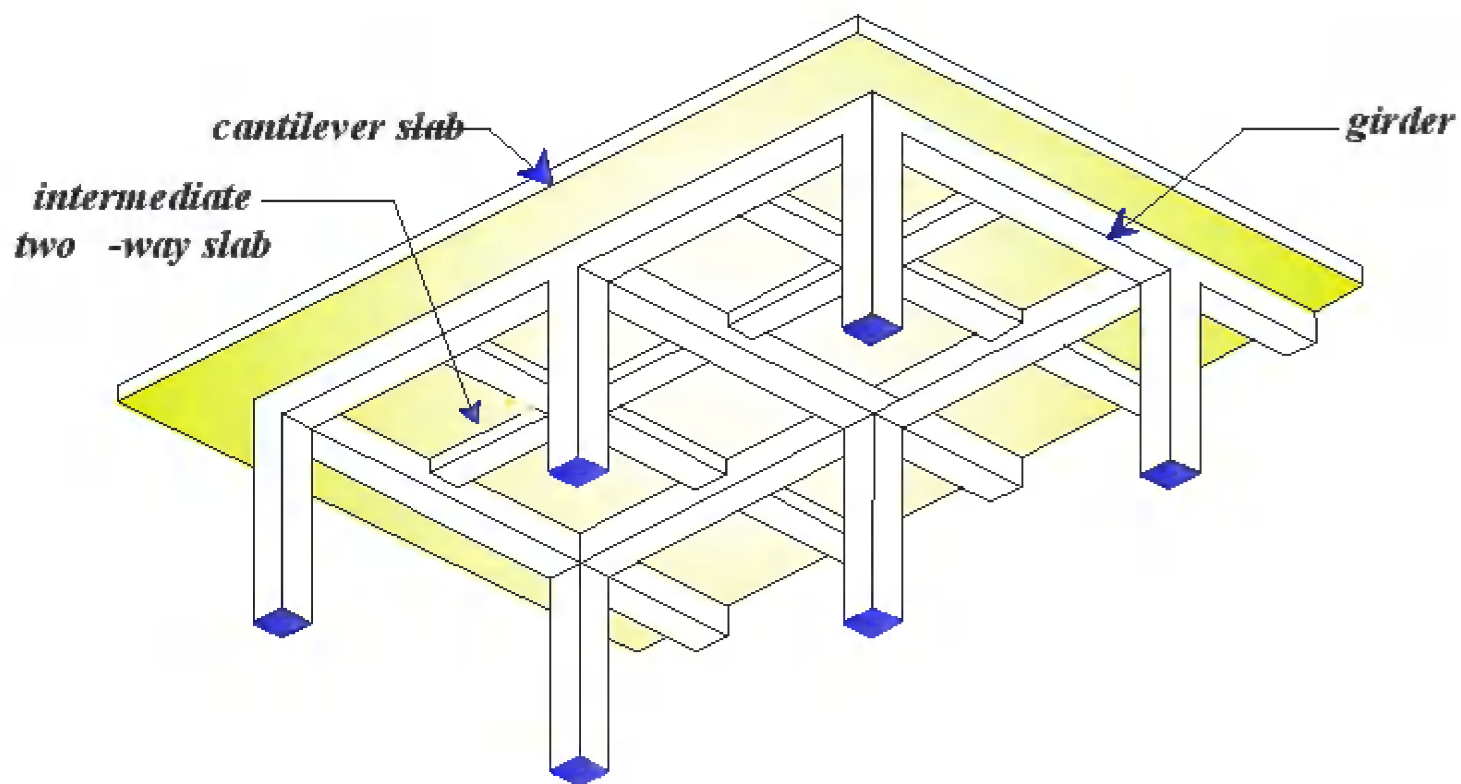
شكل رقم (1-9) بلاطات مصمتة ذات اتجاه واحد



One Way Solid Slabs شكل (2-9) البلاطات المصمتة ذات الاتجاه الواحد



Two way Solid Slabs شكل (2-9) البلاطات المصمتة ذات الاتجاهين



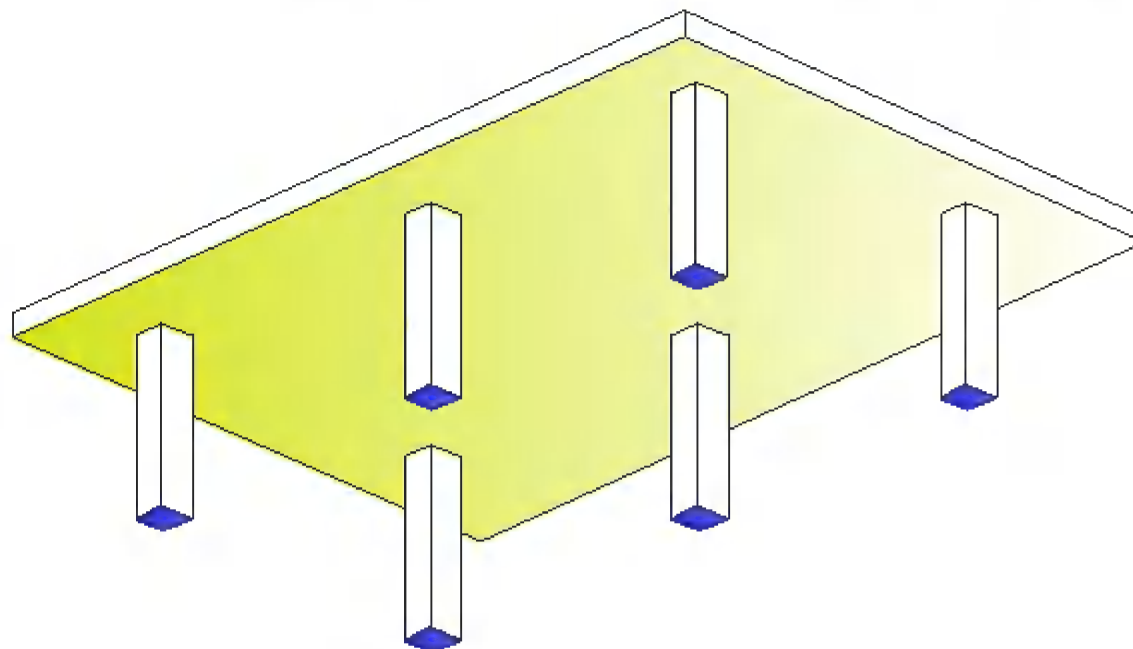
شكل (4-9) البلاطات المصمتة ذات الاتجاهين Two way solid slabs

2-1-9- البلاطات المسطحة Flat slabs

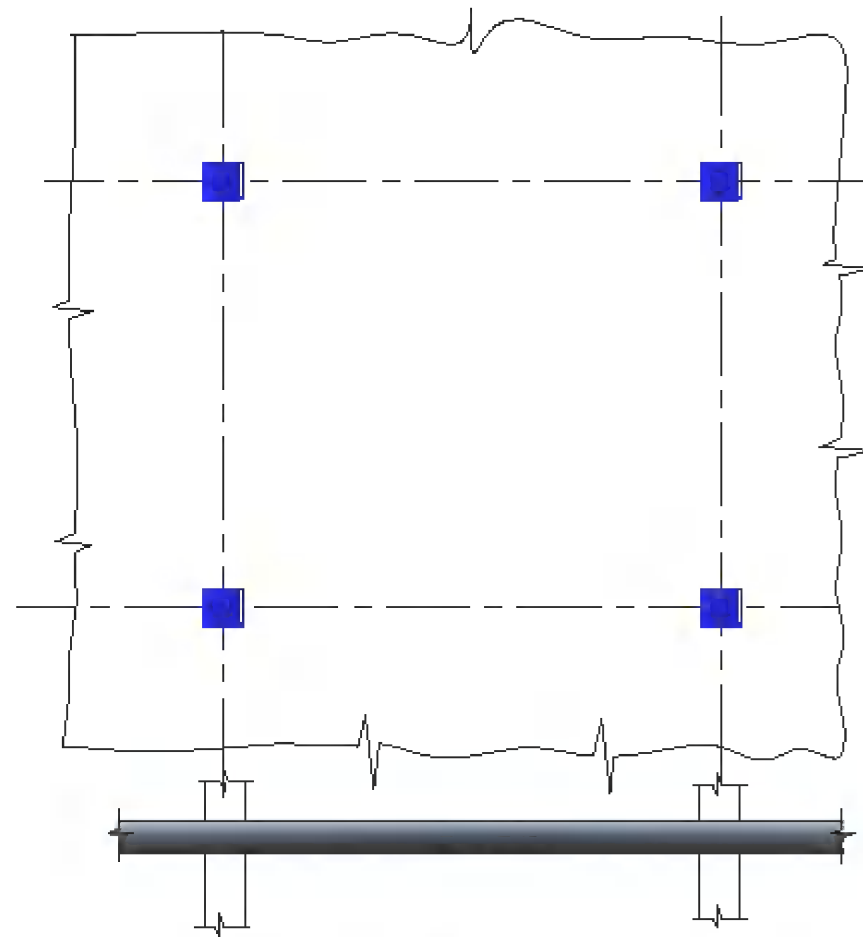
وهذا النوع من البلاطات لا ترتكز على كمرة دائمة وترتكز مباشرة على الأعمدة و ينقسم الى أربعة أنواع :-

1-2-1-9- بلاطات مسطحة لوحية Flat Plate

وهي البلاطات التي ترتكز على الأعمدة مباشرة ولها سمك ثابت كما بالشكل .



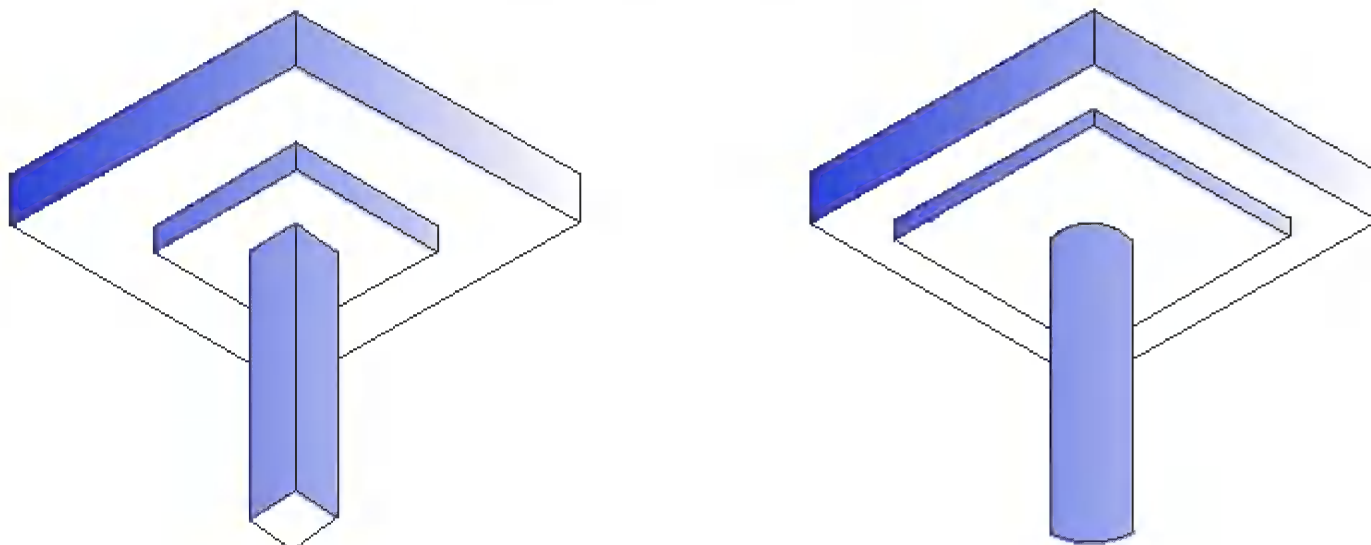
شكل (5-9) بلاطة مسطحة لوحية Flat plate



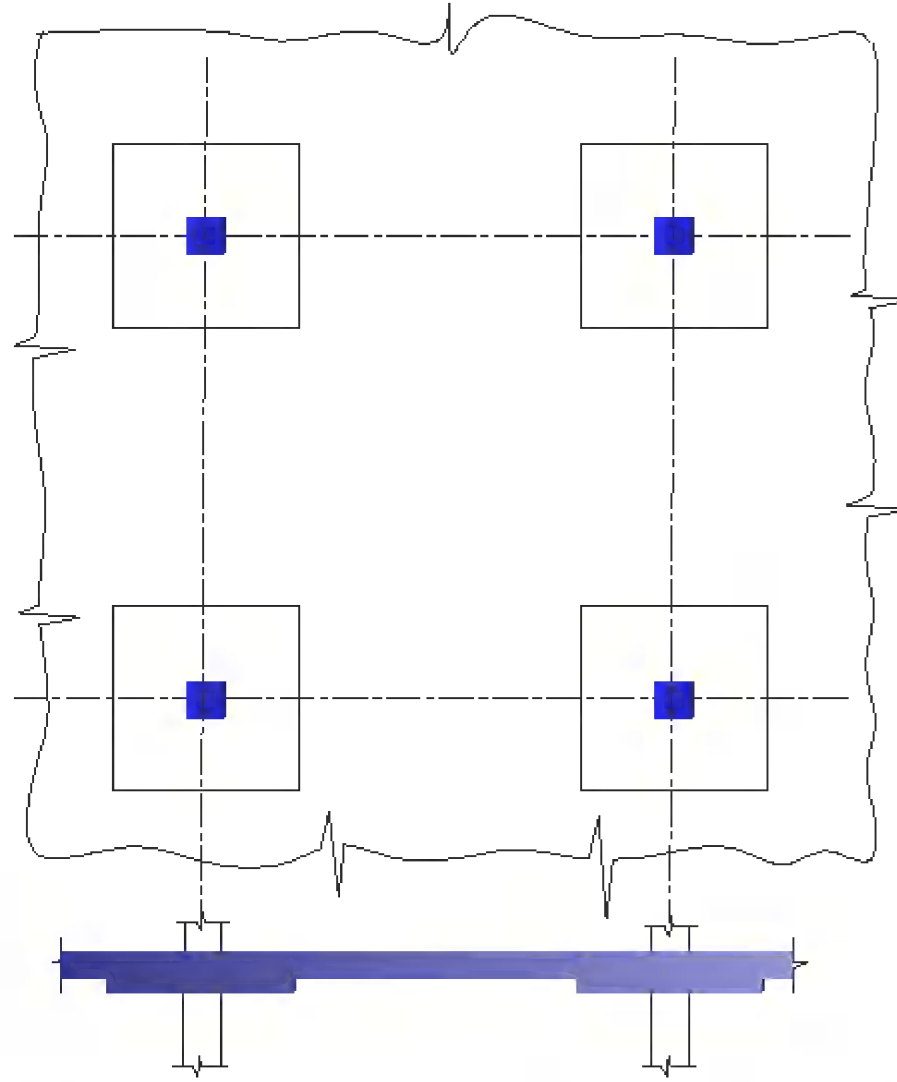
شكل (9-6) بلاطة مسطحة لوحية Flat Plate

9-2-2-1- Flat slab with drop panel بلاطات مسطحة ذات جزء سميك

في حالة زيادة عزم الانحناء السالب حول الاعمدة يتم زيادة سمك البلاطة حول الاعمدة فقط لمقاومة هذا العزم وتقليل سمك بقية البلاطة لتقليل الحمل الناتج عن الوزن الذاتي للبلاطة .



شكل (9-7) بلاطة مسطحة ذات جزء سميك Flat slab with drop panel



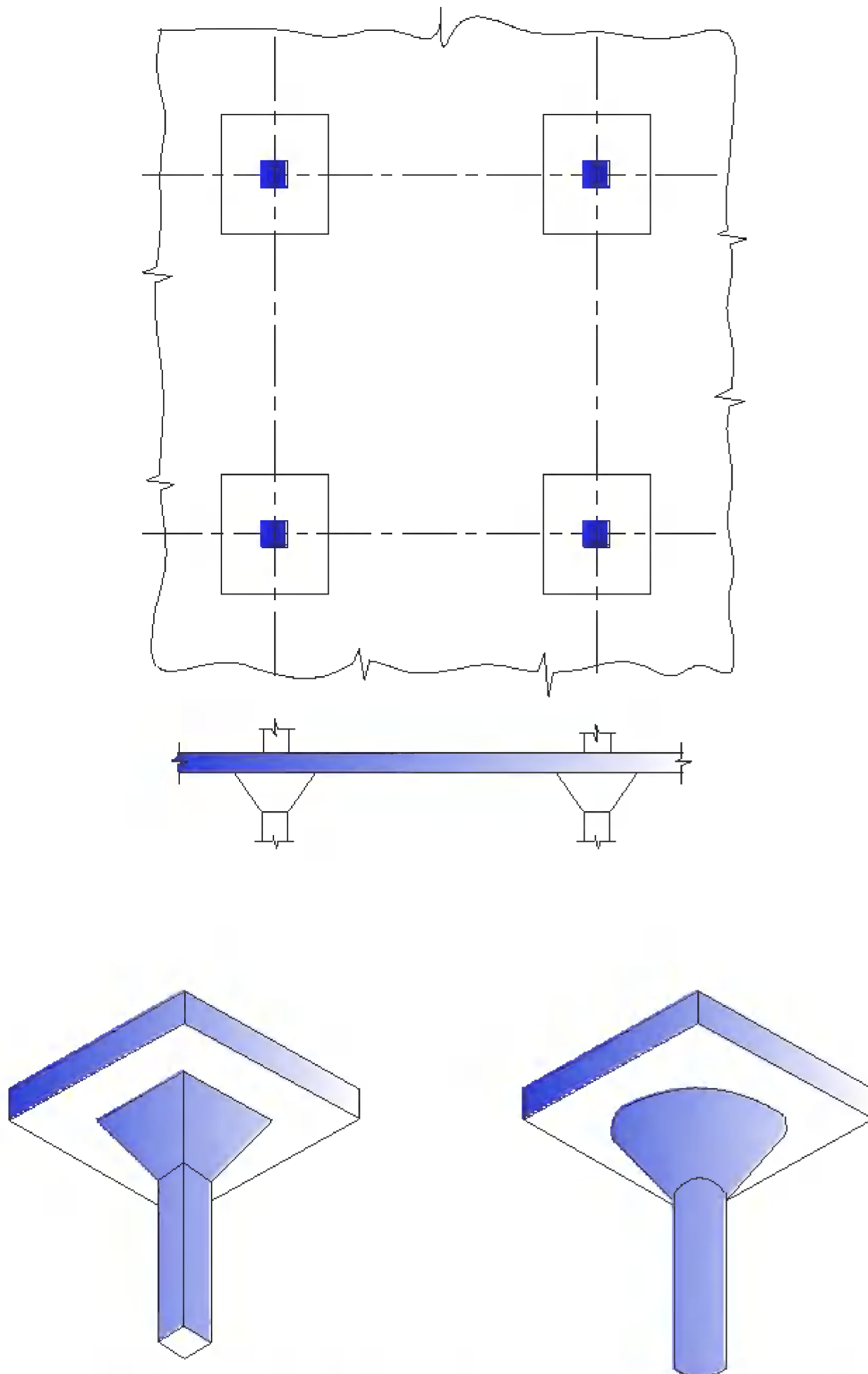
شكل (8-9) بلاطة مسطحة ذات جزء سميك Flat slab with drop panel

Flat plate with column head**3-2-1-9- بلاطة خرسانية ذات رأس عمود**

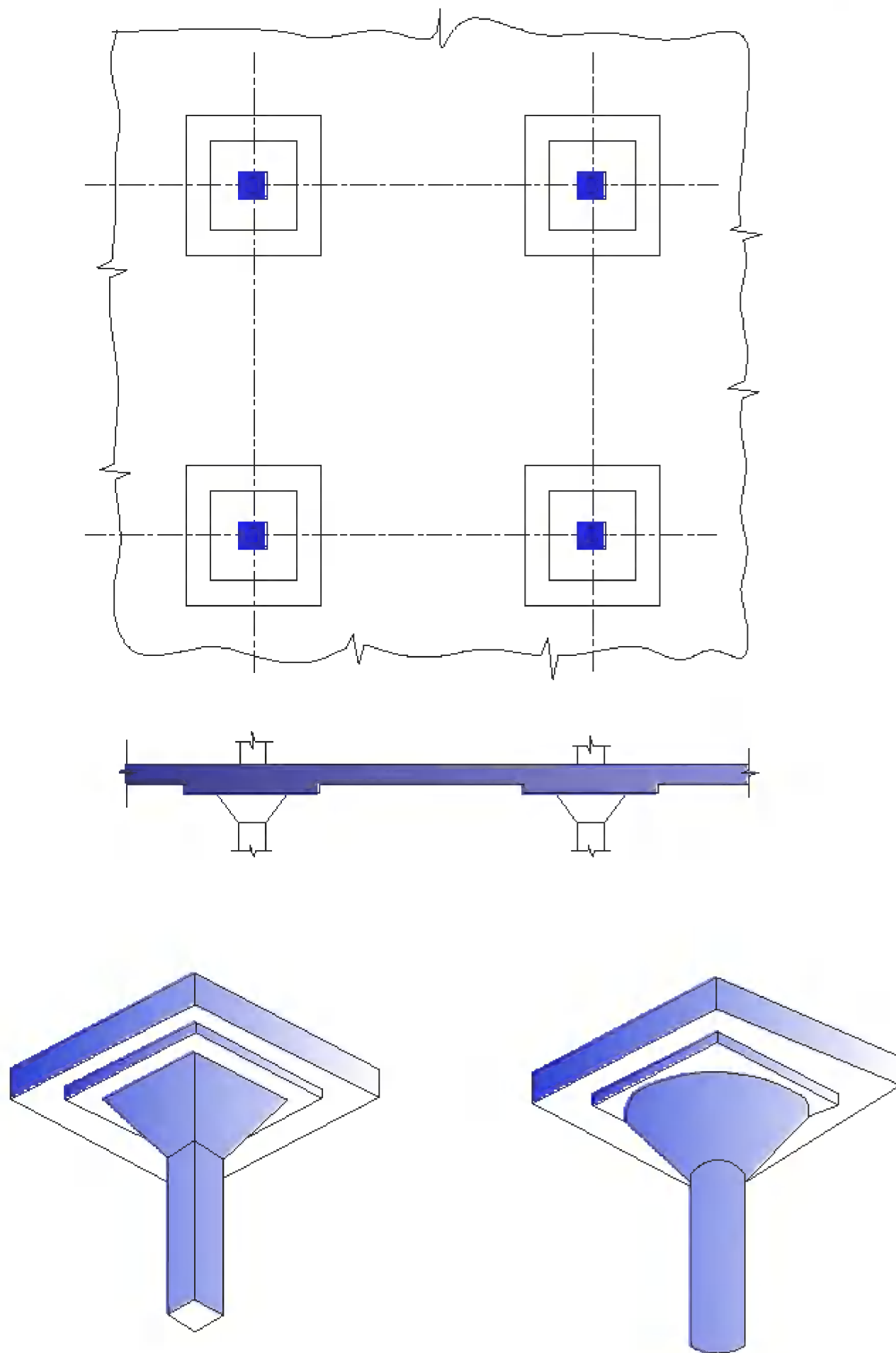
في بعض الأحيان يتم زيادة أبعاد العمود عند التقاء البلاطة الخرسانية لتقليل المسافة بين الأعمدة وبالتالي تقليل عزم الانحناء السالب . وفي نفس الوقت زيادة محيط البلاطة المقاوم للقص الناقب Punching shear وبالتالي تقليل الجهود القص حول الأعمدة . ويطلق على هذا النوع البلاطات المسطحة ذات رأس عمود حيث أن زيادة أبعاد العمود تدريجياً حتى التقاءه بالبلاطة يكون ما يشبه الرأس للعمود . وعادة تأخذ رأس العمود شكل مقطع العمود فإذا كان العمود مربعاً تكون رأسه مربعة وهكذا .

4-2-1-9- بلاطات مسطحة ذات جزء سميك ورأس عمود**Flat slab with drop panel and column head**

عند زيادة الأحمال على البلاطات المسطحة كما في حالة المخازن تكون الجهود الناتجة عن عزوم الانحناء وقوى القص كبيرة ولتقليل هذه الجهود بطريقة فعالة يتم عمل جزء سميك حول رأس العمود ولذلك يطلق على هذا النوع من البلاطات المسطحة البلاطات ذات جزء سميك ورأس عمود كما هو موضح بالشكل .



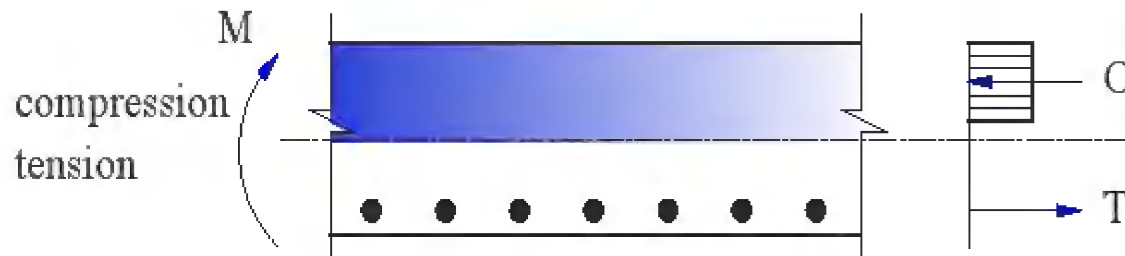
شكل (9-9) بلاطة مسطحة ذات رأس عمود Flat slab with column head



شكل (9-10) بلاطة مسطحة ذات جزء سميك ورأس عمود
Flat plate with drop panel and column head

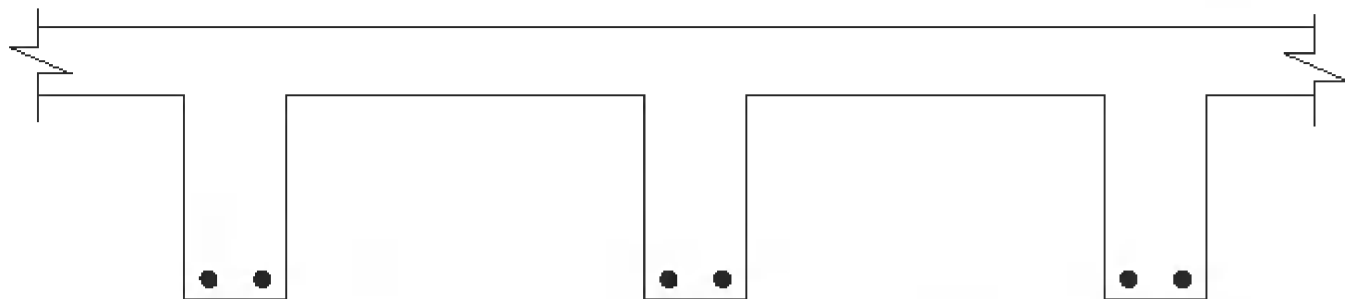
3-1-9- البلاطات ذات الاعصاب Ribbed Slab

نظرا لانه عند تعرض البلاطة الخرسانية لعزم انحناء موجب (بسبب شدا في الجزء السفلى) فان الجزء السفلى من سمك البلاطة المعرض للشد يكون مهملا وغير مؤثر في مقاومة البلاطة ويقوم حديد التسليح في هذا الجزء بمقاومة الشد الناتج عن عزم الانحناء كما تقوم الخرسانة في الجزء العلوى من سمك البلاطة بمقاومة الضغط الناتج عن عزم الانحناء كما سبق توضيحه في الكمرات وكما هو موضح بالشكل .



شكل (11-9) مقطع بلاطة خرسانية مسلحة معرضة لعزم انحناء

ونظرا لان هذا الجزء من البلاطة بالاضافة الى انه يتكلف أموالا فإنه يزيد الحمل الذاتي . ومن هنا كانت الفكرة للاستغناء عن بعضا من الجزء السفلى في البلاطة والابقاء على البعض الآخر للابقاء على تسليح البلاطة كما هو موضح بالشكل .

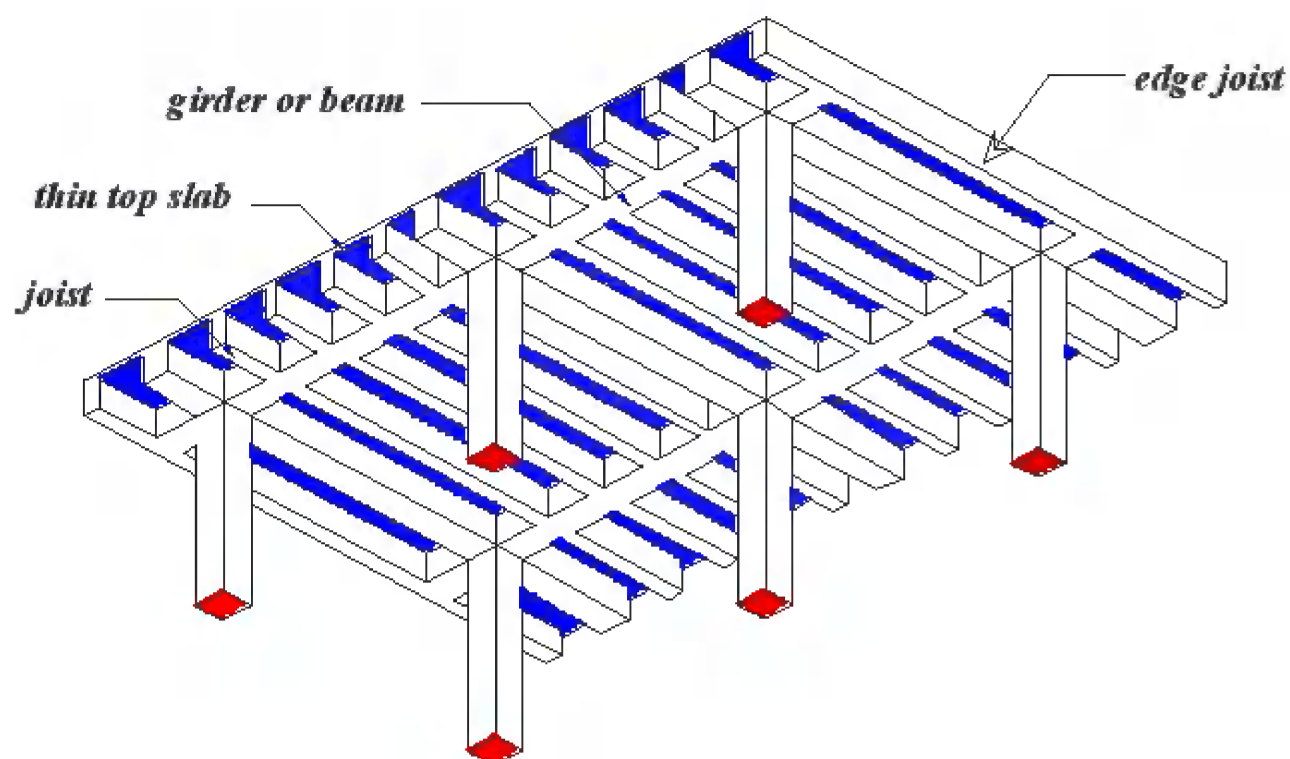
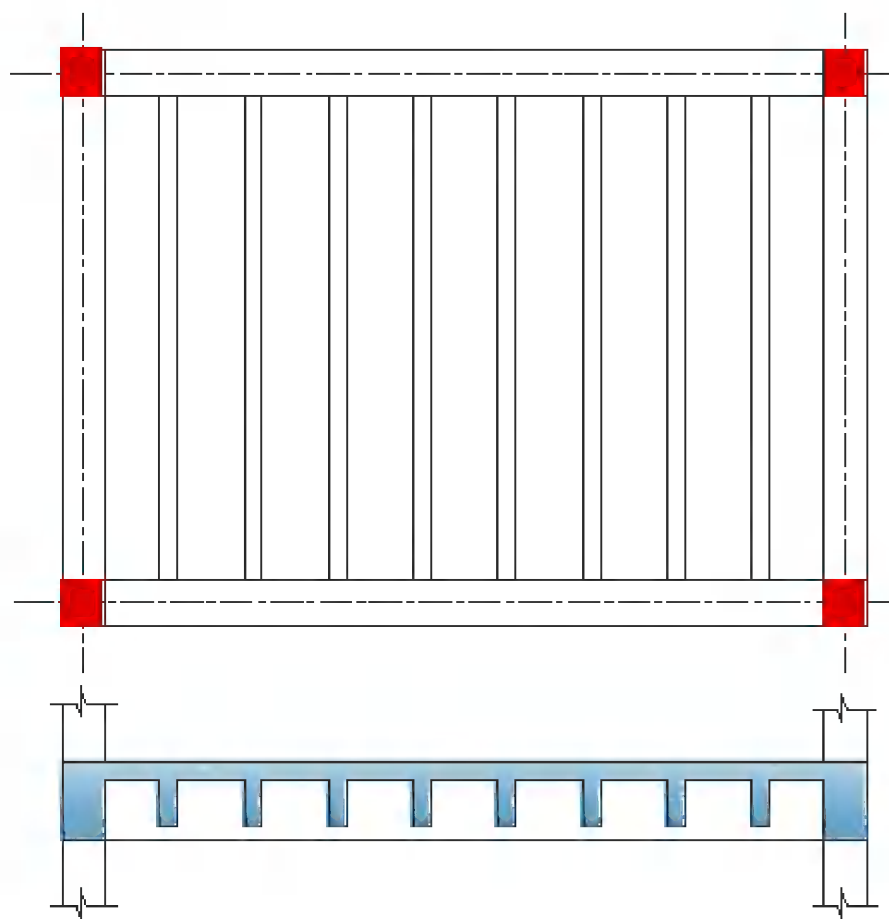


شكل (12-9) مقطع في بلاطة خرسانية مسلحة ذات أعصاب

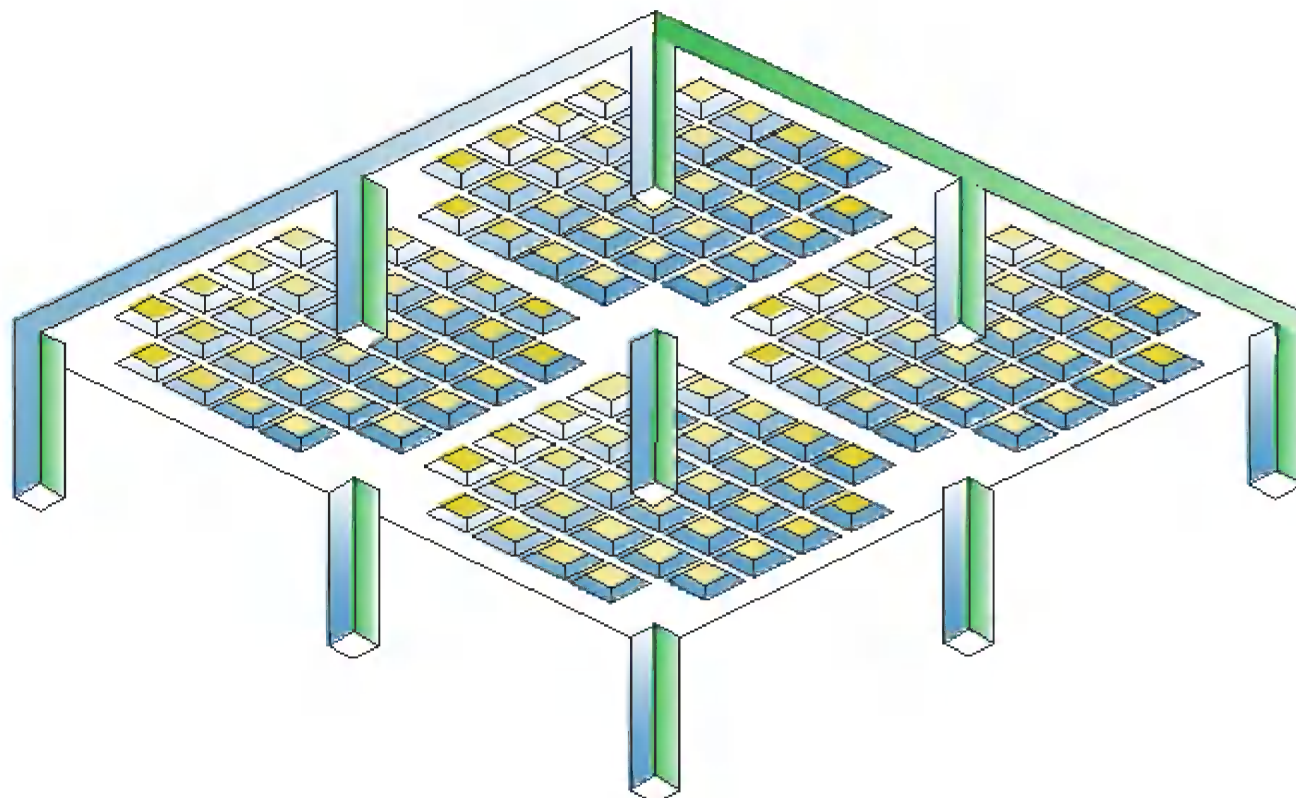
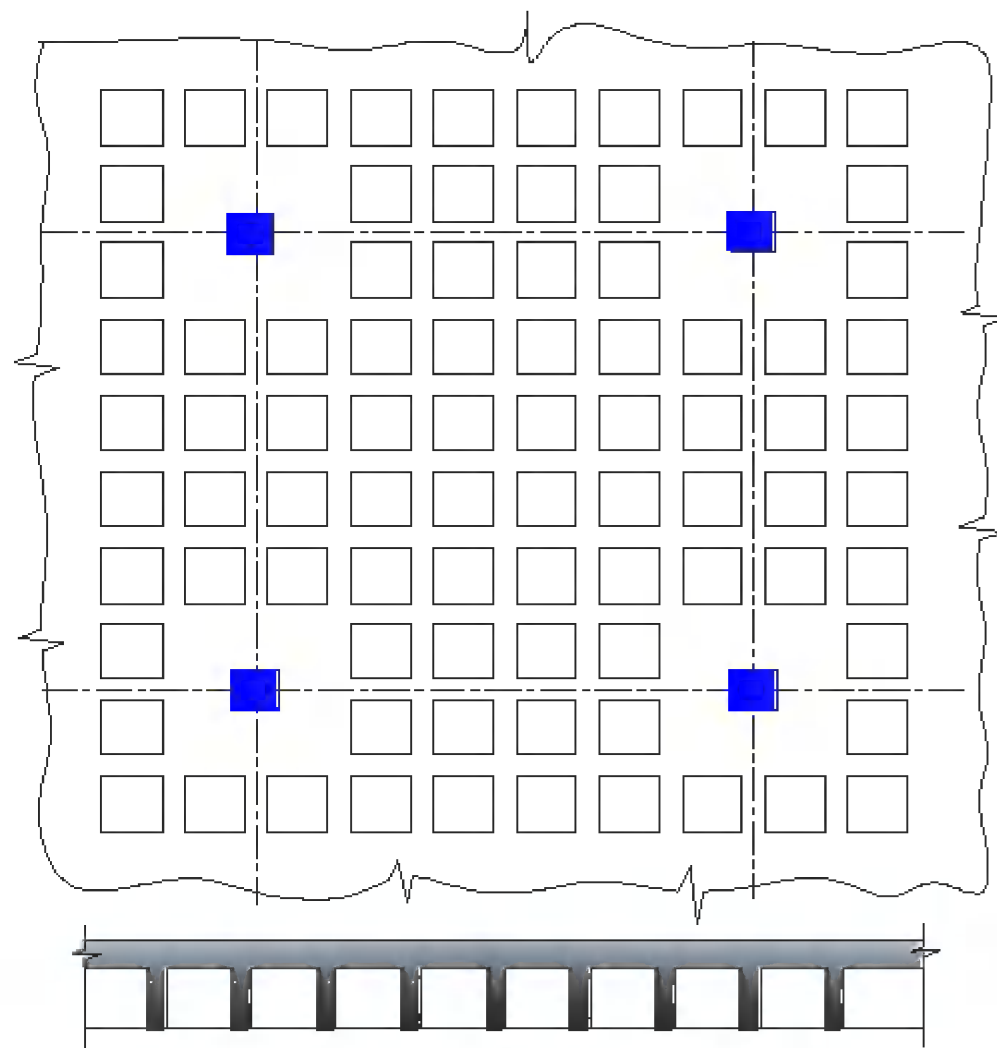
والأجزاء الخرسانية والتي هي بمثابة كميرات صغيرة تمثل ما يطلق عليه الأعصاب (Ribs) وتوجد عدة انواع من البلاطات ذات الاعصاب.

1-3-1-9- البلاطات ذات الاعصاب ذات اتجاه واحد One way ribbed slab

وفي هذا النوع تكون الاعصاب في اتجاه واحد وينتقل الحمل عن طريق الاعصاب الى ان الحمل ينتقل في اتجاه الاعصاب كما هو موضح بالشكل . ويفضل طبعا ان يكون اتجاه الاعصاب في الاتجاه القصير .
ويلاحظ أن الأعصاب يمكن أن تركز على كمرة عادة ذات عمق أكبر من الأعصاب أو كمرة لها نفس عمق الأعصاب اذا كان مطلوب أن يكون السقف مسطحا .



شكل (9-13) بلاطة ذات أعصاب - اتجاه واحد One way ribbed slab



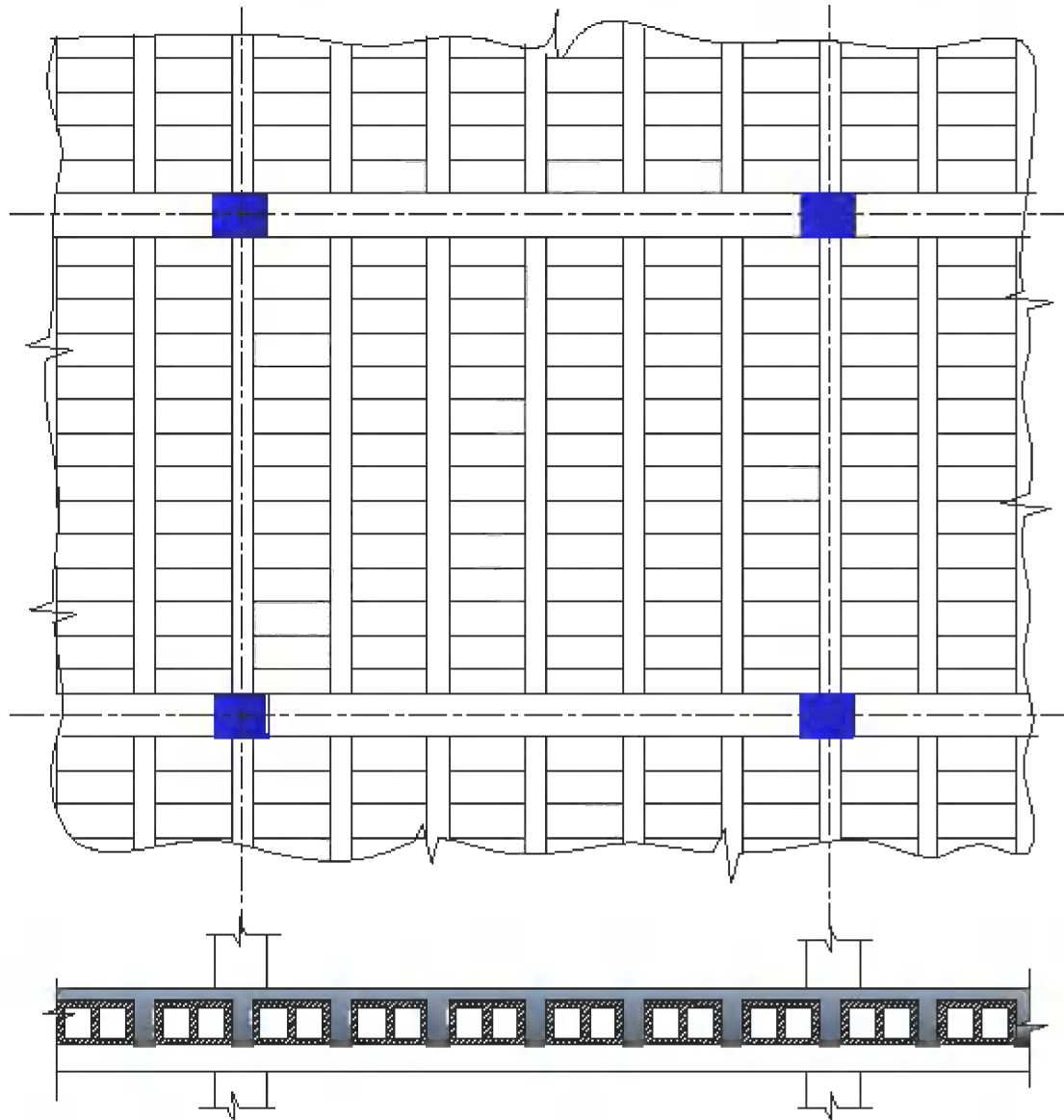
شكل (9-14) بلاطة ذات أعصاب في الاتجاهين - Two way ribbed slab (Waffle)

9-1-3-2- البلاطات ذات الأعصاب فى الاتجاهين Two way ribbed slab or Waffle slab

فى البلاطات التى تكون الأبعاد بين الأعمدة كبيرة نسبياً يتم استخدام الأعصاب فى الاتجاهين وهى تعطى شكلاً جميلاً متناسقاً للسقف وفى نفس الوقت ذو جساءة عالية ومقاومة كبيرة للأحمال . والشكل الموضح كأنه بلاطة مسطحة Flat Slab تم انتقاص أجزاء منها لتقليل وزنها وعدم تقليل مقاومتها للأحمال فى نفس الوقت . وفى حالات أخرى يمكن أن تتركز الأعصاب على كمرات ساقطة ذات عمق أكبر من عمق الأعصاب أو على كمرات لها نفس عمق الأعصاب .

9-1-3-3- البلاطات ذات البلوكات المفرغة ذات اتجاه واحد One way hollow block slabs

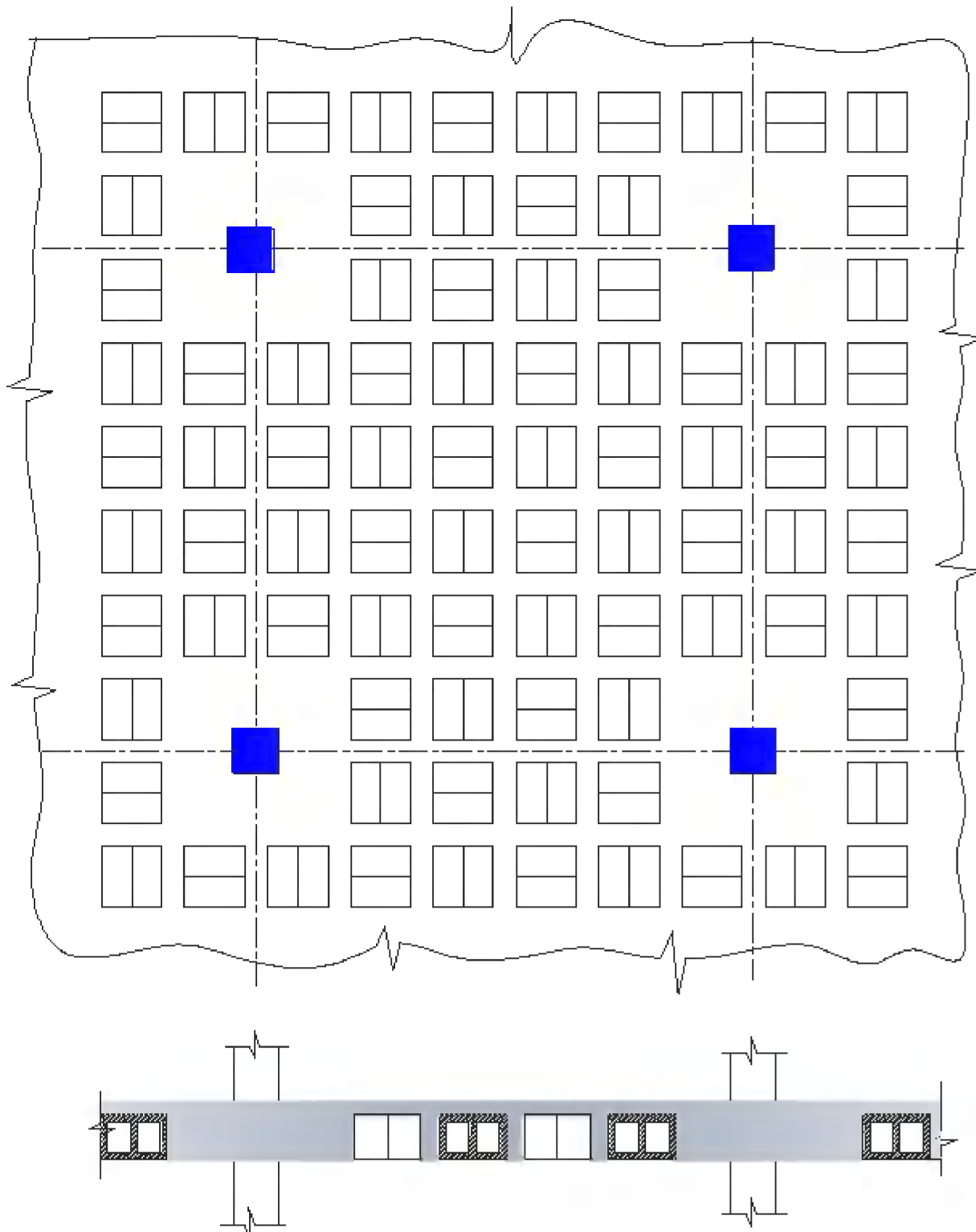
وهذا النوع من البلاطات مشابه تماماً للبلاطات ذات الأعصاب ذات الاتجاه الواحد لكن بدلاً من الفراغات بين الأعصاب يتم وضع بلوكات خرسانية مفرغة لها عمق يساوى سقوط الأعصاب وبذلك يبدو السطح السفلى للبلاطة مستوياً تماماً مثل البلاطات المصمتة Solid slab ولكن ذات وزن أخف .



شكل (9-15) بلاطة ذات البلوكات المفرغة ذات اتجاه واحد (One way hollow block slab)

9-1-3-4- البلطات ذات البلوكات المفرغة ذات الإتجاهين Two way hollow block slabs

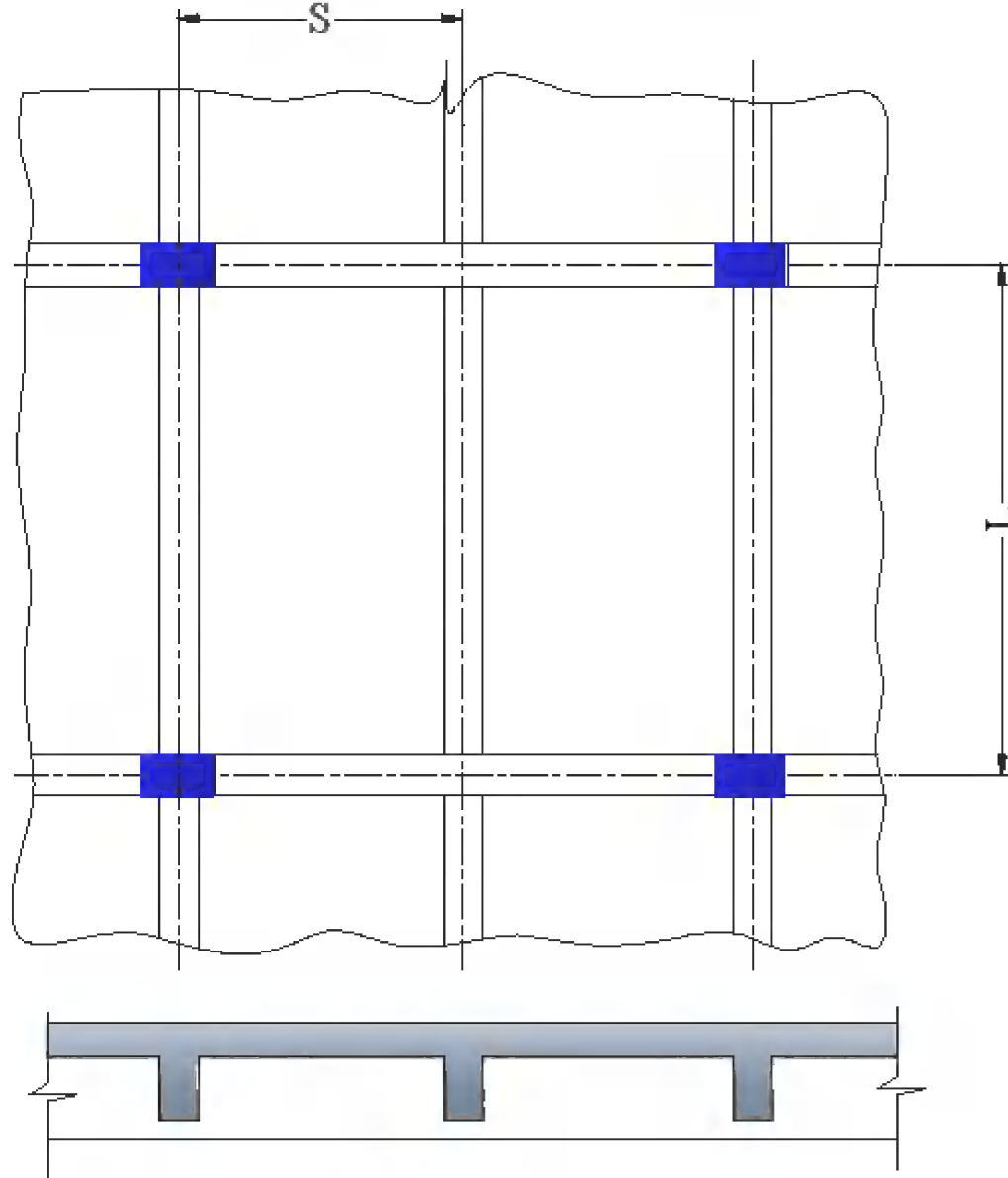
وهذا النوع من البلطات ذات الأعصاب في اتجاهين لكن الفراغ بين الأعصاب من أسفل يتم ملؤة بعدد اثنين يلوك ليصير سطح البلاطة مستويا تماما من أسفل مثل البلطات المصمتة . ويلاحظ في الشكل أن الأعصاب تتركز على كمرات ساقطة ذات عمق أكبر من الأعصاب لكن في حالة اختيار السقف مسطحا (Flat) يمكن عمل كمرات لها نفس عمق الأعصاب .



شكل (9-16) بلاطة ذات بلوكات مفرغة في الإتجاهين Two way hollow block slab

9-2- البلاطات المصمتة ذات الإتجاه الواحد One way solid slab

كما سبق تفصيله ؛ فإن البلاطات ذات الإتجاه الواحد اشتق اسمها من طريقة انتقال الحمل المؤثر عليها إلى الركائز أى الكمرات التى ترتكز عليها البلاطة .

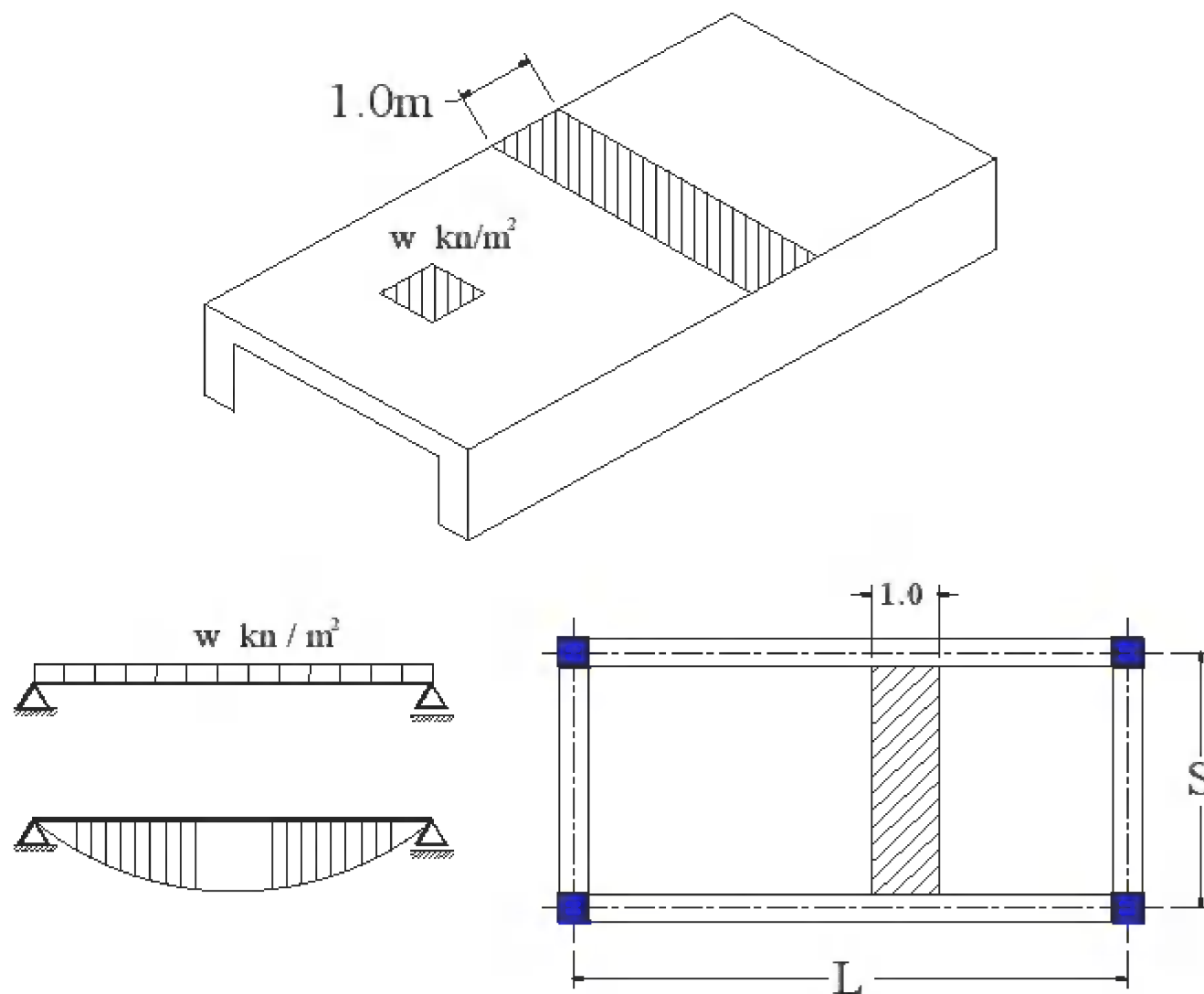


شكل (9-17) البلاطات المصمتة ذات إتجاه الواحد One way slabs

يوضح الشكل بلاطة ذات إتجاه واحد طولها (L) وعرضها (S) وبما أنها ترتكز على أربع كمرات فإن الطول (L) يكون أكبر من ضعف العرض (S) لى تكون بلاطة ذات اتجاه واحد .

$$(9-1) \dots\dots\dots L/S \geq 2$$

وبما أن الحمل يتجه إلى الكمرات الطولية ففى هذه الحالة يتم اعتبار شريحة بعرض متر واحد ويتم حساب الحمل المؤثر على هذه الشريحة وحساب عزم الإنحناء الأقصى على شريحة البلاطة وبعد ذلك يتم تصميمها مثل الكمرات تماماً أو مثل المقطع ذو التسليح المنفرد المعرض لعزم انحناء .



شكل (9-18) تصميم البلاطات المصمتة ذات إتجاه الواحد One way slabs

ويلاحظ أن الحمل المؤثر على وحدة المساحات من البلاطة (متر مربع) يساوى الحمل المؤثر على الشريحة لكل متر طولى .

9-2-1- حساب الحمل على البلاطة المصمتة : - Calculation of load

الحمل المؤثر على البلاطة الخرسانية يتكون من ثلاثة أجزاء

- الوزن الذاتى للبلاطة Own weight :

يتم حسابة بضرب سمك البلاطة (t) بالمتر فى وزن المتر المكعب للخرسانة المسلحة ويؤخذ 25 kn/m^3

- غطاء البلاطة الخرسانية Floor covering :

وهو عبارة عن المواد المستخدمة فى تشطيب أو تغطية الأرضية وعادة يكون بلاط أو خشب أو خلافة بالإضافة إلى وزن المونة الأسمنتية و الرمل أسفلها لضبط الميول وعادة يؤخذ هذا الحمل حوالى 1.5 أو 2.0 كيلو نيوتن للمتر المربع .




• الحمل الحى (Live load) .

وهذا الحمل يمثل الحمل المتغير المؤثر على البلاطة الخرسانية وتختلف قيمته حسب مستخدم المنشأ وتوجد جداول خاصة أوصى بها الكود مذكورة بالباب الأول. وتتراوح قيمة الحمل الحى من 0.50 حتى 100 ك.نيوتن للمتر المربع وفى المباني السكنية يكون 2.0 ك.نيوتن للمتر المربع .

بعد حساب الأحمال المؤثرة على البلاطة يتم تحديد النظام الاستاتيكي (Statical system) حسب طريقة ارتكاز البلاطة وبذلك يمكن حساب عزم الانحناء الأقصى المؤثر على البلاطة. ويستخدم هذا العزم الأقصى فى تصميم المقطع الحرج للبلاطة أى تحديد سمك البلاطة وحديد التسليح اللازم ، ويعمم هذا المقطع على بقية البلاطة . ويتم تصميم مقطع للبلاطة تماما مثل تصميم مقطع الكمرة المسلحة تسليحا منفردا (Singly reinforced) إلا أن عرض البلاطة يكون متر واحد . ويكون حديد التسليح هو لكل متر . ويراعى أن التسليح المحسوب فى البلاطات ذات الإتجاه الواحد يكون فى الإتجاه القصير ولكن لابد من تسليح البلاطة أيضا فى الإتجاه الطولى لمقاومة إجهادات الإنكماش وتأثير الحرارة . وهناك بعض الملاحظات الضرورية حسب توصيات الكود والتي يجب اتباعها عند تصميم البلاطات الخرسانية وهى كما يلى :-

9-2-2- السمك الأدنى للبلاطة المصممة ذات الإتجاه الواحد Minimum thickness

يتم اختيار سمك البلاطة الخرسانية بحيث تحقق الأمان من ناحية الإجهادات . أى أن الإجهادات المعرضة لها البلاطة تكون فى حدود المسموح بالإضافة إلى تحقيق شرط الترخيم Deflection وهو ألا يزيد الترخيم الأقصى للبلاطة عن الحد المسموح به فى الكود . والقيم التالية لاختيار سمك البلاطة يحقق شرط الترخيم ويتم حساب الإجهادات بعد ذلك لكن يمكن اختيار سمك أقل وحساب الترخيم ومقارنته بالمسموح به والقيم التالية لا تتطلب حساب الترخيم الأقصى :-

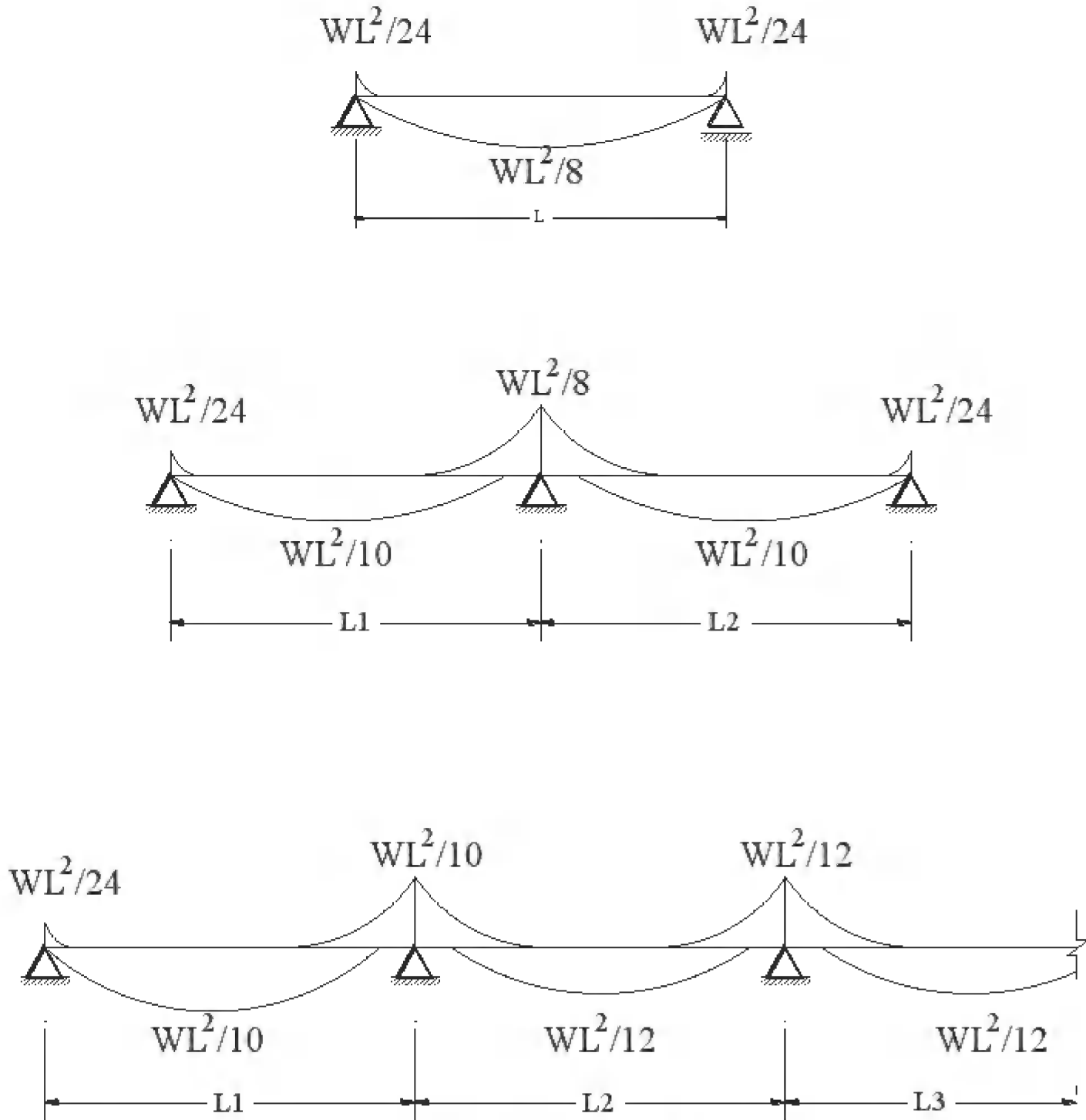
	Simply supported	Continuous (One Side)	Continuous (Two Sides)
End Condition			
Thickness (t)	$L/20$	$L/23$	$L/26$

حيث (L) المسافة بين محاور الركائز التى تركز عليها البلاطة

مع ملاحظة أن يمكن تقليل سمك البلاطة الخرسانية عن القيم السابقة إذا تم حساب الترخيم (Deflection) واتضح أن لا يتعدى القيم المنصوص عليها فى الكود .

3-2-9 حساب عزوم الإنحناء: Bending Moments

يمكن حساب عزوم الإنحناء في البلاطات البسيطة الإرتكاز والمستمرة من المعادلات التالية على ألا يتعدى الفرق بين أطوال بحور الكمرات أو الحمل الموزع المؤثر عليها قيمة 20 % وأن يكون الحمل الثابت (Dead load) أكبر من الحمل الحى (Live Load) .



شكل (9-19) عزوم الانحناء في البلاطات المصمتة Bending moments in solid slabs

حيث L متوسط البحرين المتجاورين

9-2-4- إختيار حديد التسليح Reinforcement

جميع البلاطات الخرسانية يتم تسليحها في الاتجاهين حتى لو لم تتطلب الحسابات ذلك في أحد الاتجاهين . وفي البلاطات الخرسانية يتم اختيار حديد التسليح من أقطار 8 ، 10 ، 12 ، 16 مم . وإذا تم اختيار قطرين من حديد التسليح لنفس البلاطة فيفضل إختيار قطرين متتاليين . وحدد الكود حد أدنى و حد أقصى للمسافات بين قضبان حديد التسليح ويفضل في البلاطات الخرسانية ألا تزيد المسافة بين قضبان حديد التسليح عن 250 مم وألا تقل عن 100 مم . ويجب ألا يقل حديد التسليح عن التسليح اللازم لمقاومة إجهادات الحرارة والإنكماش وتقدر مساحتة إلى مساحة القطاع الخرساني بـ 0.2 % .

$$\mu_{min} = \frac{A_s}{b \cdot d} = 0.002$$

وعندما يزيد سمك البلاطة الخرسانية عن 150 مم يجب تسليحها في السطح العلوى لمقاومة إجهادات الانكماش والحرارة حتى لو لم تتطلب الإجهادات الناتجة عن الأحمال تسليحها في هذا السطح . ويلاحظ أن نسبة التسليح في البلاطات الخرسانية والقواعد الخرسانية تقل عن النسبة الدنيا التى حددها الكود للكمرات الخرسانية . ويلاحظ أنه عند تسليح البلاطة الخرسانية في إتجاه فيلزم تسليحها على الأقل بالحد الأدنى في الإتجاه الآخر سواء كان هذا التسليح تسليحا سفليا أو علويا .

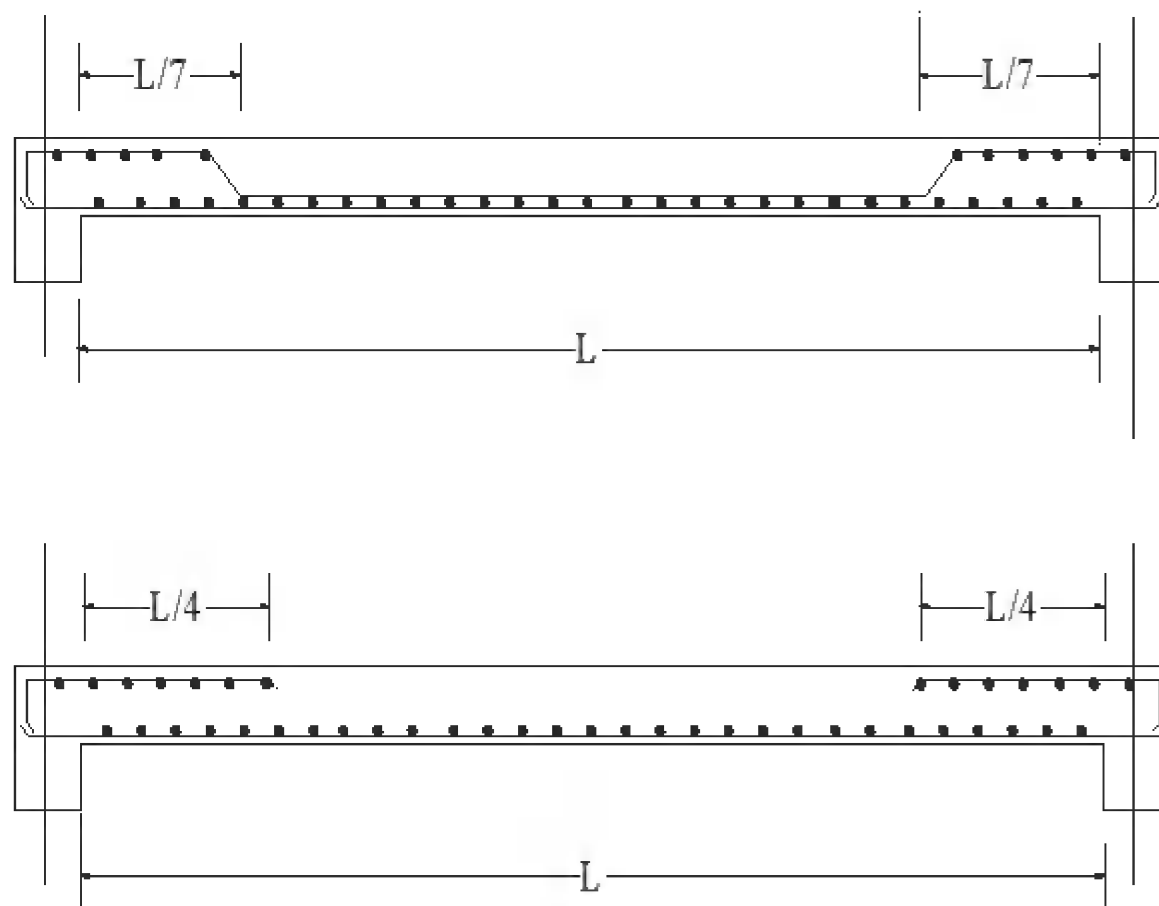
9-2-5- رص حديد التسليح Reinforcement Arrangement

يتم رص حديد التسليح بحيث يغطى عزم الانحناء المحتمل الناتج عن الأحمال الحية والثابتة التى تتعرض لها البلاطة الخرسانية . وعند تكسيح حديد التسليح يكون نصف حديد التسليح عدل (straight) والنصف الآخر مكسح (bent) . وتوضح الأشكال التالية أماكن تكسيح حديد التسليح أو أماكن إيقافه فى حالة عدم تكسيحه كما يلى :

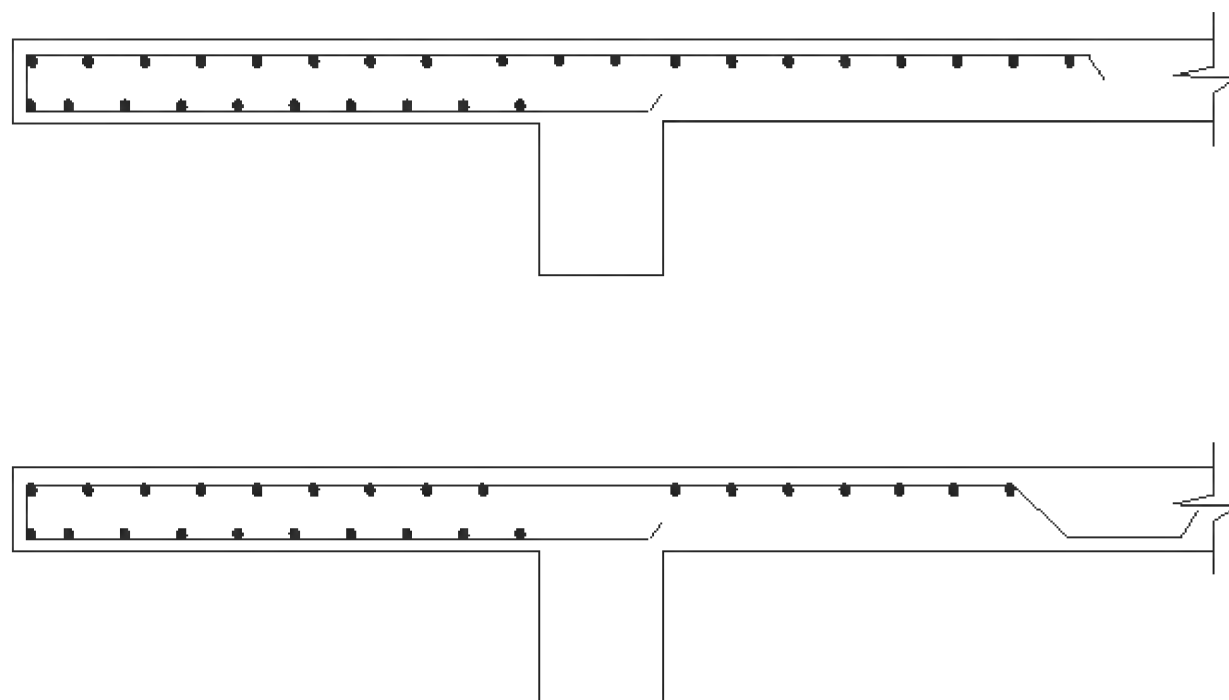
أ- فى البلاطات بسيطة : الارتكاز يتم تكسيح نصف حديد التسليح عند سبع البحر ويمتد النصف الآخر لما بعد محور الركيزة.

ب- فى البلاطات الكابولية : تسليح هذه البلاطات بما يسمى (شوكة) حيث يتم ثنى التسليح العلوى ليكون هو نفس التسليح السفلى. ويمتد التسليح العلوى لما بعد الركيزة لمسافة تغطى عزم الانحناء السالب وكذلك طول التثبيت (Ld) .

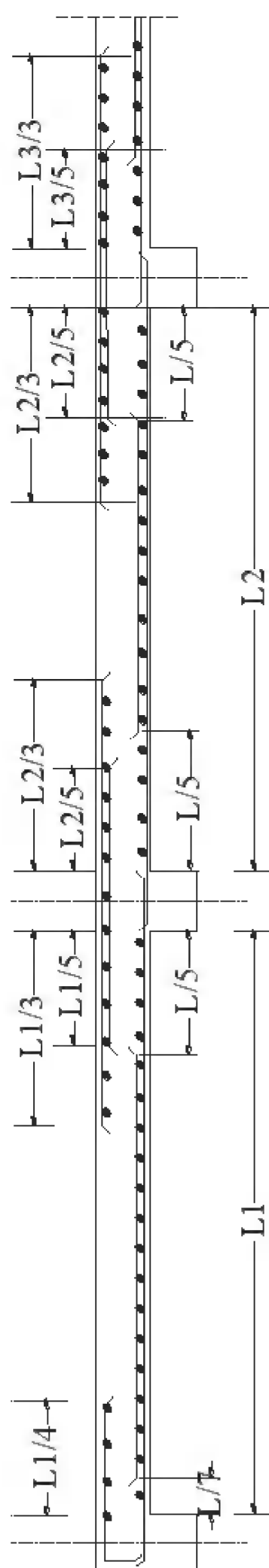
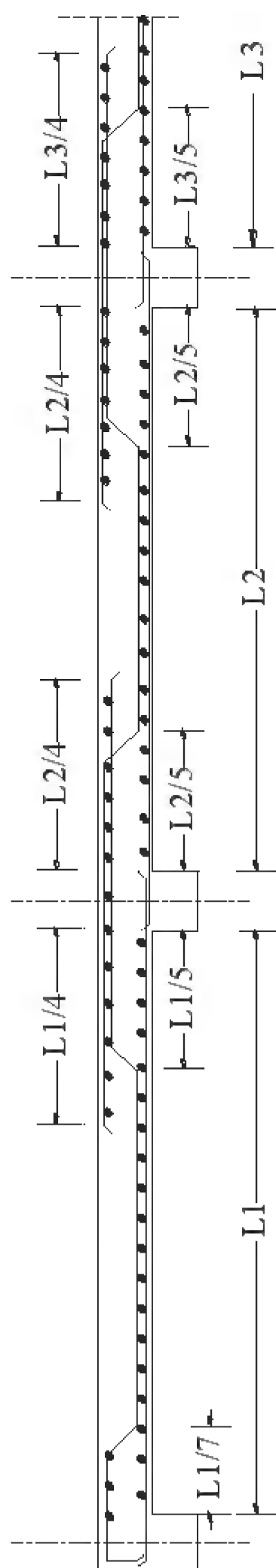
ج- فى البلاطات المستمرة : يتم التكسيح عند خمس أكبر البحرين المتجاورين ويمتد إلى ربع أكبر البحرين المتجاورين ، ولا يزيد الحديد المكسح عن ثلثي الحديد الكلى.



شكل (9-20) ترتيب حديد التسليح في بلاطة ذات ارتكاز بسيطه Simply supported slab



شكل (9-21) ترتيب حديد التسليح في بلاطة كبلولية Cantilever Slab



شكل (22-9) ترتيب صلب تسليح البلاطات المستمرة Continuous Slabs

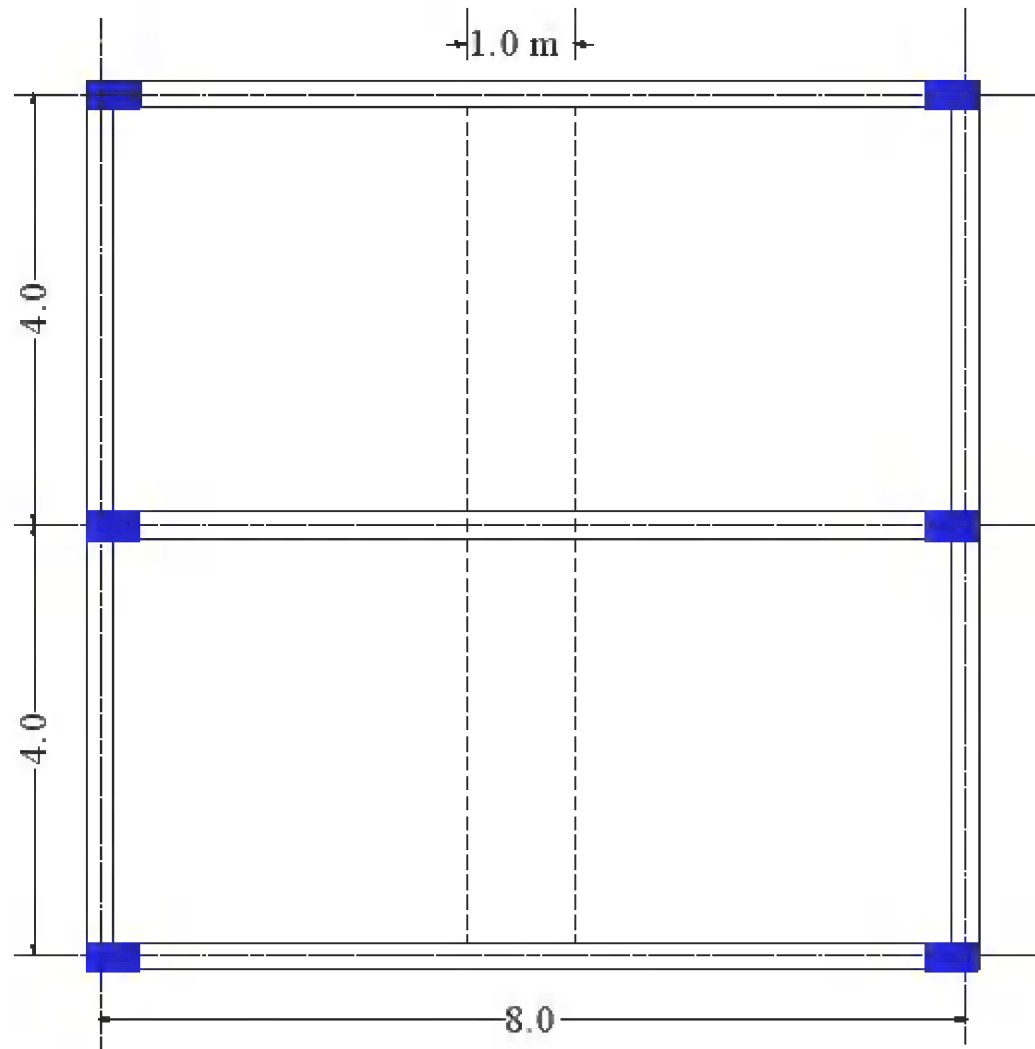
Example 9-1

Design The solid slabs shown in figure.

$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2, \quad f_y = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Flooring} = 1.5 \text{ Kn/m}^2, \quad \text{L.L} = 3.0 \text{ Kn/m}^2$$

Solution:-



شكل (9-23) بلاطة مصمتة ذات اتجاه واحد

$$\frac{L}{t} \leq 24$$

$$t \geq \frac{L}{30} = \frac{4000}{30} = 133.3$$

$$t = 140 \text{ mm}$$

$$\text{o.wt} = 140 \times 250 = 3.50 \text{ Kn/m}^2$$

$$w_u = 1.4 (1.5 + 3.5) + 1.6 \times 3.0 = 12 \text{ kn/m}^2$$

$$M_u(+ve) = \frac{w_u \times L^2}{9} = \frac{12 \times 4^2}{9} = 17.5 m.kn$$

$$17.5 \times 10^6 = K_u \times 1000 \times 120^2$$

$$K_u = 1.22 \quad \rightarrow \mu = 0.41\%$$

$$A_s = \frac{0.41}{100} \times 1000 \times 120 = 492 \text{ mm}^2$$

$$A_s(+ve) = 5\Phi 12/m'$$

$$M_u(-ve) = \frac{w_u \times L^2}{9} = \frac{12 \times 4^2}{9} = 21.3 m.kn$$

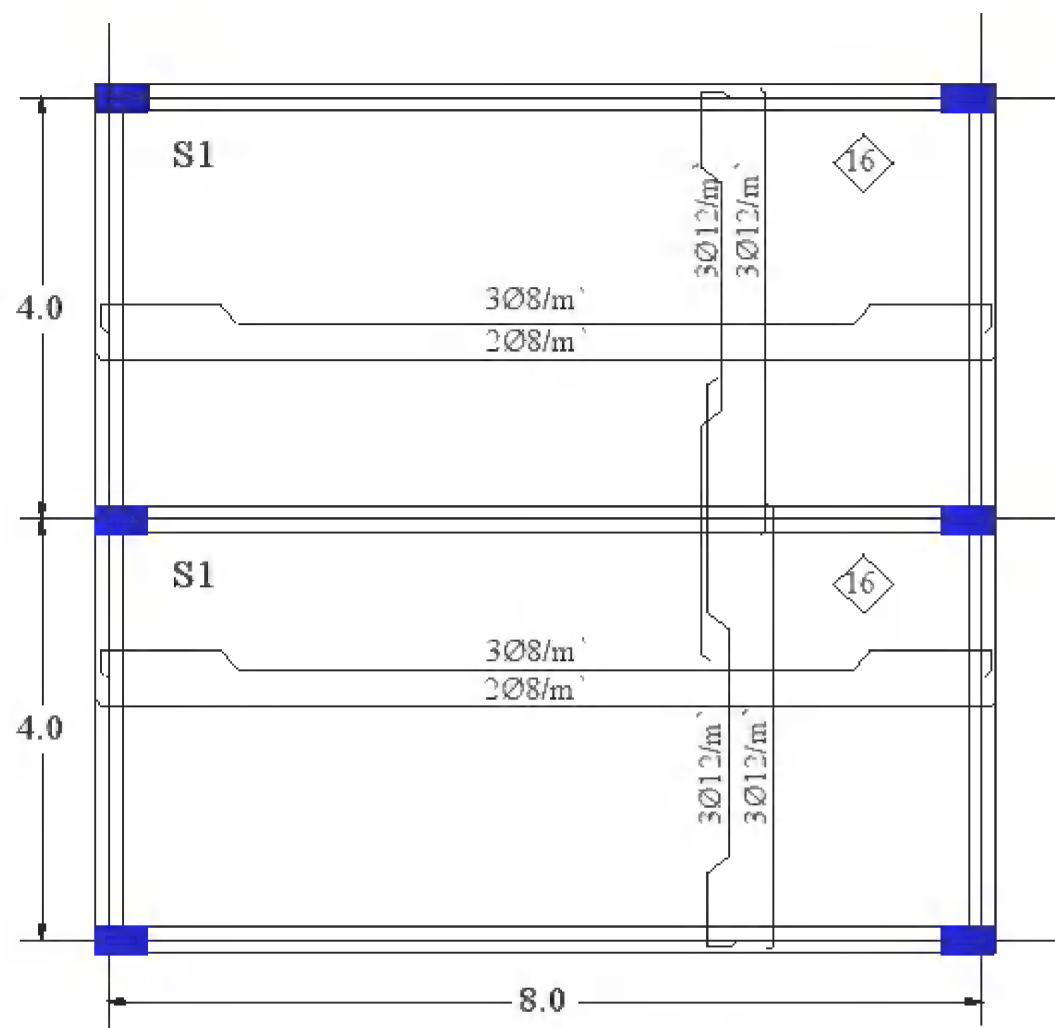
$$M_u(-ve) = K_u \times b \times d^2$$

$$21.3 \times 10^6 = K_u \times 1000 \times 120^2$$

$$K_u = 1.48 \quad \rightarrow \mu = 0.52\%$$

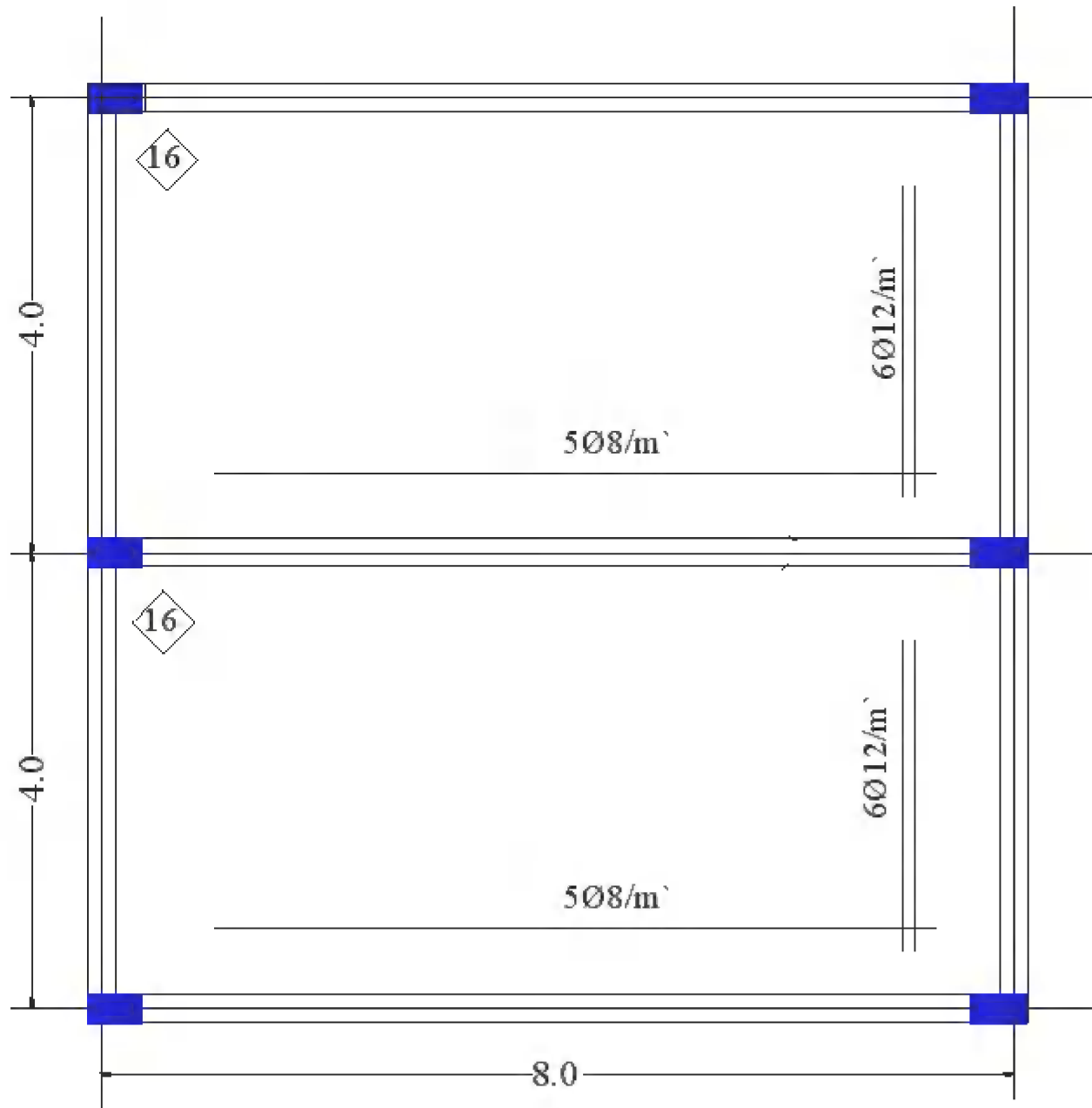
$$A_s = 0.52/1000 \times 120 = 2460 \text{ mm}^2$$

$$A_s(-ve) = 5\Phi 12/m'$$



شكل (9-24) توزيع حديد التسليح

وفى كل بلاطة يتم تكسيح ثلاثة أسياخ من كل بلاطة ليكون المجموع عند العزم السالب عند الكمرة الوسطى $6\Phi 12/m'$ ، أما عند الطرف الآخر الغير مستمر يتم التكسيح لمقاومة العزم السالب الناتج عن جساءة الكمرة . ويلاحظ أن الجزء المستمر من البلاطة يتم التكسيح عند خمس البحر ويمتد الحديد المكسح الى ربع البحر المجاور أما عند الجزء الغير مستمر فيتم التكسيح عند سبع البحر . وفى بعض الأحيان يكتفى برسم خطوط مستقيمة تعبر عن التسليح الرئيسى بخطين والتسليح الثانوى فى الاتجاه الطويل بخط واحد كما فى الشكل التالى .



شكل (9-25) تمثيل حديد التسليح فى البلاطات

وفى هذه الحالة لابد من النص على عدد الأسياخ المكسحة واللازمة لمقاومة عزم الانحناء السالب. وعادة فى الاتجاه الطويل يتم تسليح البلاطة بالحد الأدنى وعادة يكون $5\Phi 8/m'$.

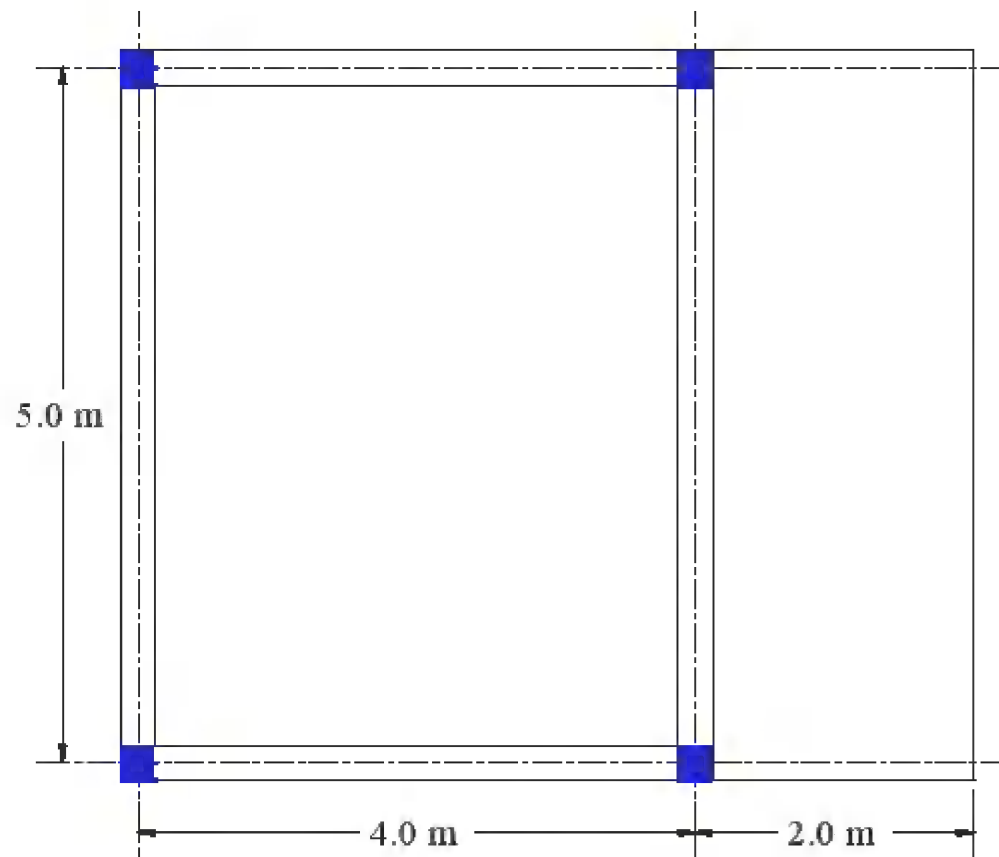
Example 9-2

Design the cantilever slab shown in figure.

$$F_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2, \quad f_y = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Flooring} = 1.5 \text{ Kn/m}^2, \quad \text{L.L} = 3.0 \text{ Kn/m}^2$$

Solution:-



شكل (9-26) بلاطة كابولية

$$t = \frac{L}{10} = \frac{2000}{10} = 200$$

$$\text{o.wt} = 0.2 \times 25 = 5.0 \text{ Kn/m}^2$$

$$w_u = 1.4 (1.5 + 5) + 1.6 \times 3.0 = 13.9 \text{ kn/m}^2$$

$$M = \frac{w \times L^2}{2} = \frac{13.9 \times 2^2}{2} = 27.8 \text{ m.kn}$$

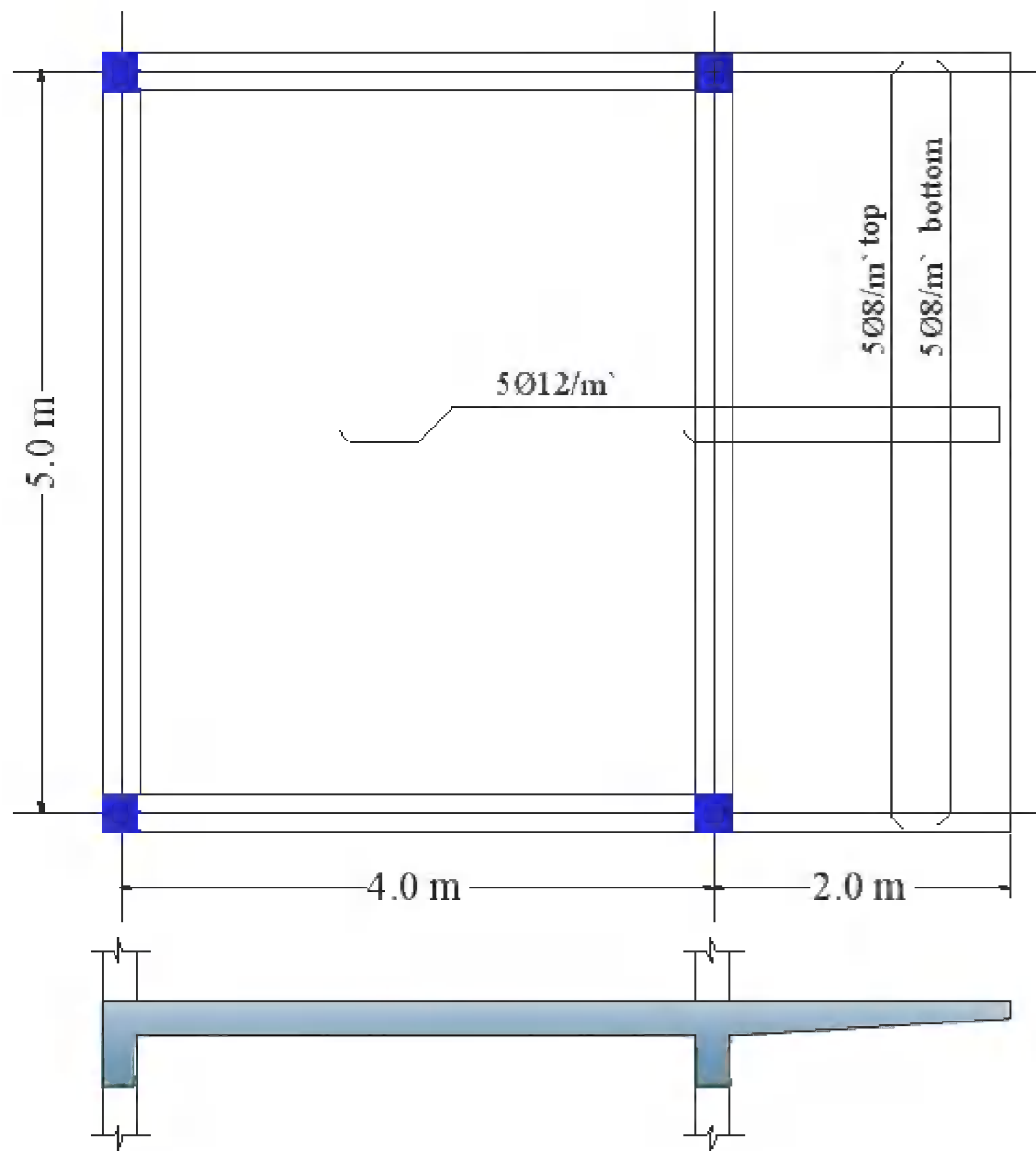
$$M_u = Ku \times b \times d^2$$

$$27.8 \times 10^6 = Ku \times 1000 \times 180^2$$

$$\rightarrow \mu = 0.3\% \quad \Rightarrow Ku = 0.85$$

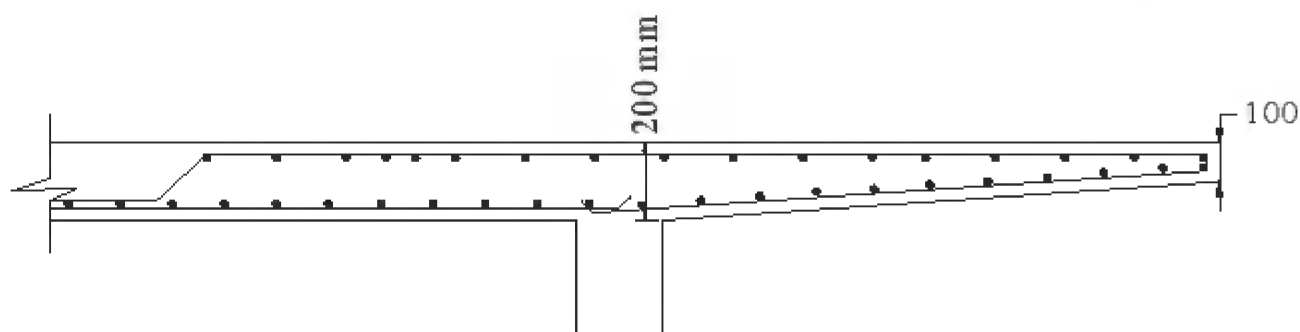
$$As = \frac{0.3}{100} \times 1000 \times 180 = 540 \text{ mm}^2 / \text{m}$$

Use 5 Φ 12/m'



شكل (9-27) توزيع حديد التسليح

ويتم تسليح البلاطة الكابولية كما هو موضح بالشكل ويسمى هذا التسليح بالشوك . وفي بعض الأحيان يتم تقليل سمك البلاطة الخرسانية بشرط الاحتفاظ بالسمك المطلوب عند الركيزة والذي يكون عادة أكبر عزم انحناء كما هو موضح بالشكل التالي :

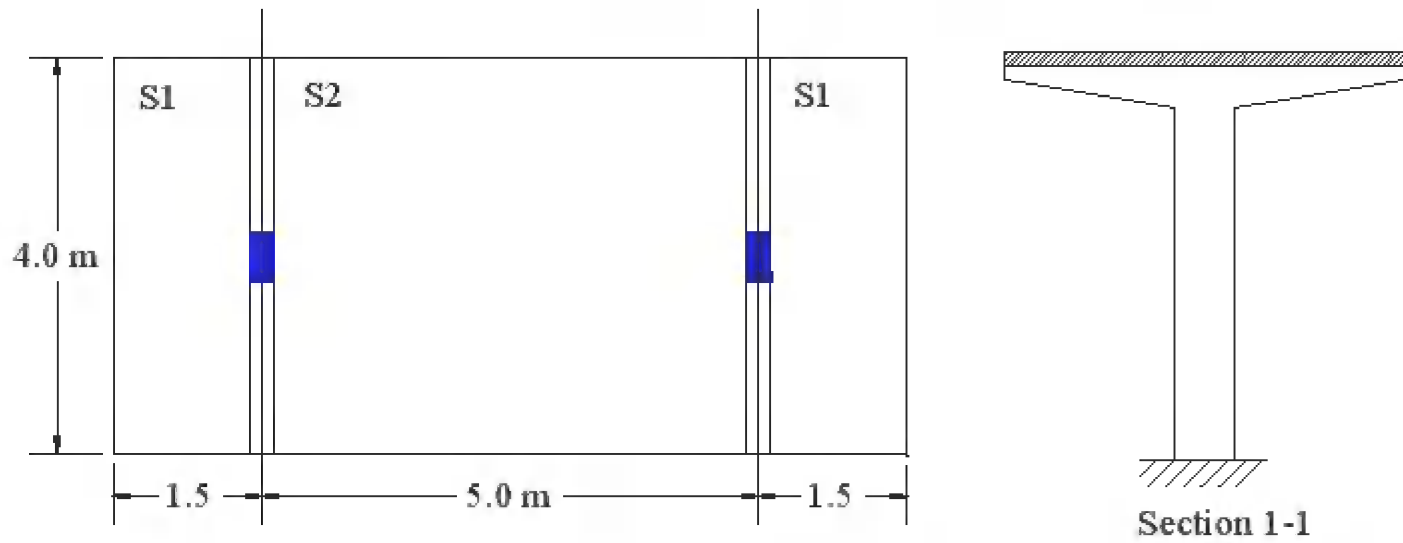


شكل (9-28) مقطع عرضي يوضح حديد التسليح

Example 9-3

Design the slabs of the shown reinforced concrete umbrella.

$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2, \quad f_y = 360 \text{ N/mm}^2, \quad L.L = 1.0 \text{ Kn/m}^2$$



شكل (9-29) مسقط أفقي ومقطع للمظلة

Solution:-

$$S1 : t = \frac{l}{10} = \frac{1500}{10} = 150 \text{ mm}$$

$$S2 : t = \frac{l}{30} = \frac{5000}{30} = 170 \text{ mm} \quad \text{Use } t = 170 \text{ mm}$$

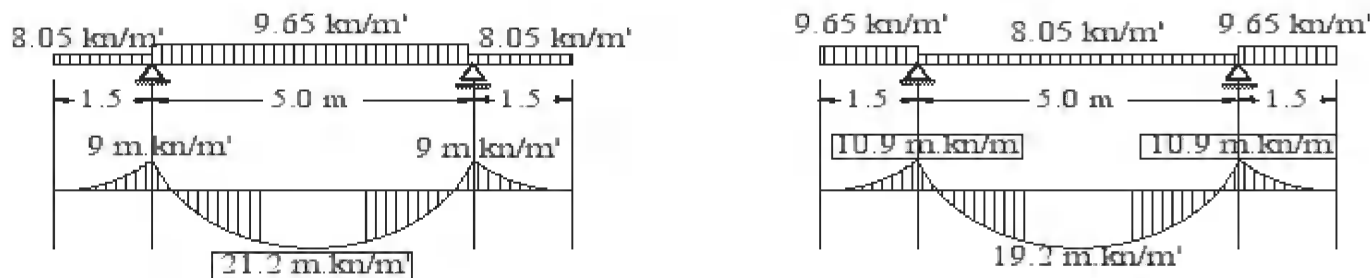
$$\text{o.wt.} = 0.17 \times 25 = 4.25 \text{ Kn/m}^2$$

$$\text{Cover} = 1.50 \text{ Kn/m}^2$$

$$\text{D.L} = 5.75 \text{ Kn/m}^2$$

$$w_u = 1.4 \times 5.75 + 1.6 \times 1.0 = 9.65 \text{ Kn/m}^2$$

$$= 8.05 + 1.6 = 9.65 \text{ kn/m}^2$$



شكل (9-30) بياني عزم الإنحناء

$$+ve M = 21.2 \text{ m.kn/m'}$$

$$M_u = Ku \times b \times d^2$$

$$\rightarrow \mu = 0.32 \% \quad \Rightarrow Ku = 0.942 \quad 21.2 \times 10^6 = Ku \times 1000 \times 150^2$$

$$As = \frac{0.32}{100} \times 1000 \times 150 = 480 \text{ mm}^2 \quad \text{Use } 7 \phi 10 / \text{m'}$$

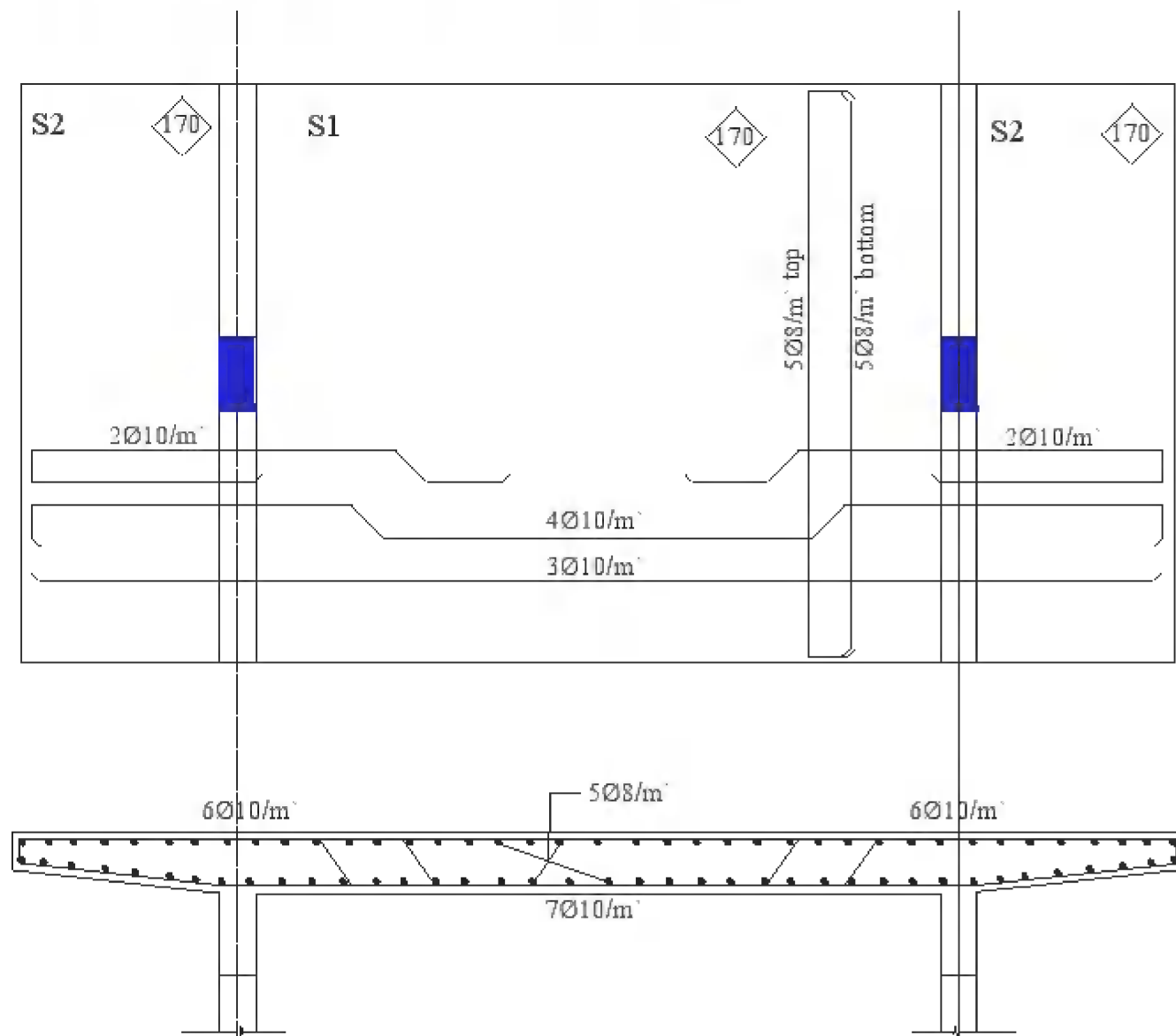
$$-ve M = 10.9 \text{ m.kn/m'}$$

$$M_u = Ku \times b \times d^2$$

$$10.9 \times 10^6 = Ku \times 1000 \times 150^2 \quad \Rightarrow Ku = 0.48 \quad \rightarrow \mu = 0.2 \%$$

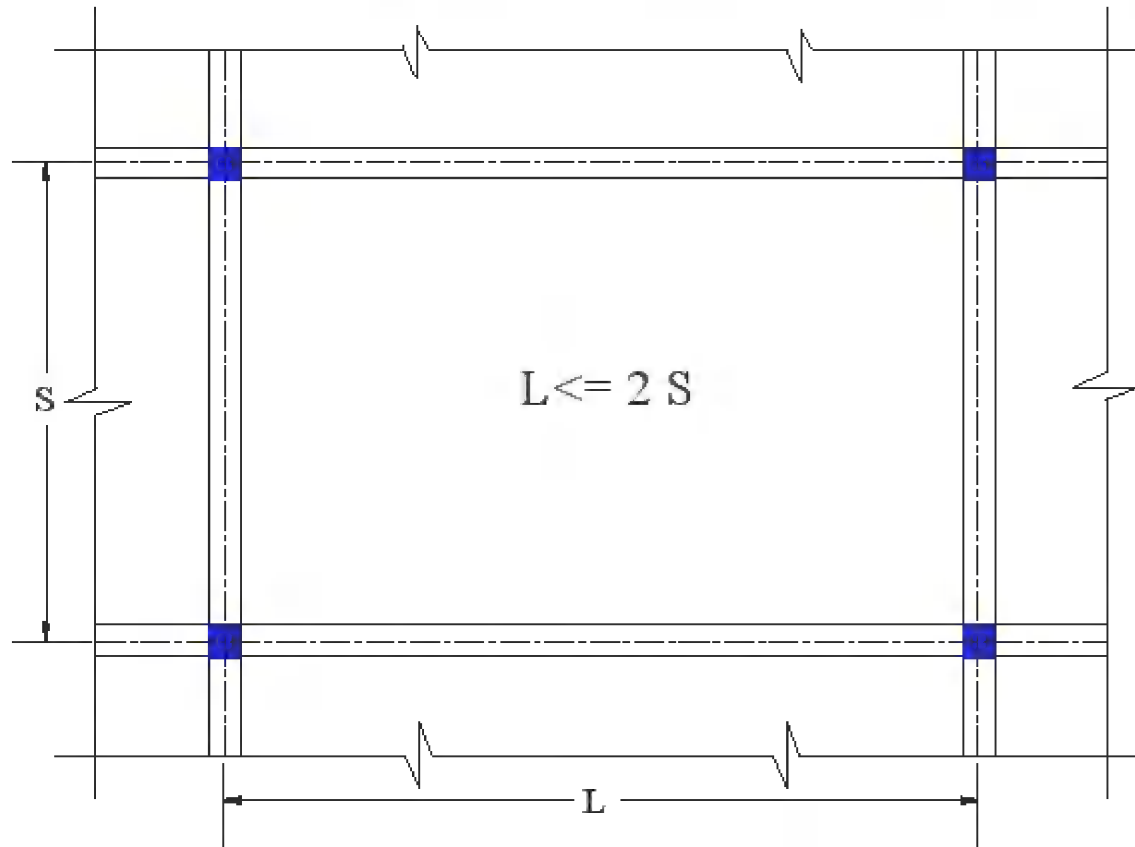
$$As = \frac{0.2}{100} \times 1000 \times 150 = 375 \text{ mm}^2 \quad \text{Use } 5 \phi 10 / \text{m'}$$

use 5 $\Phi 8$ /m' in other direction top and bottom



شکل (9-31) تفاصيل التسليح Details of reinforcement

9-3- البلاطات المصمتة ذات الاتجاهين Two Way Solid Slab:

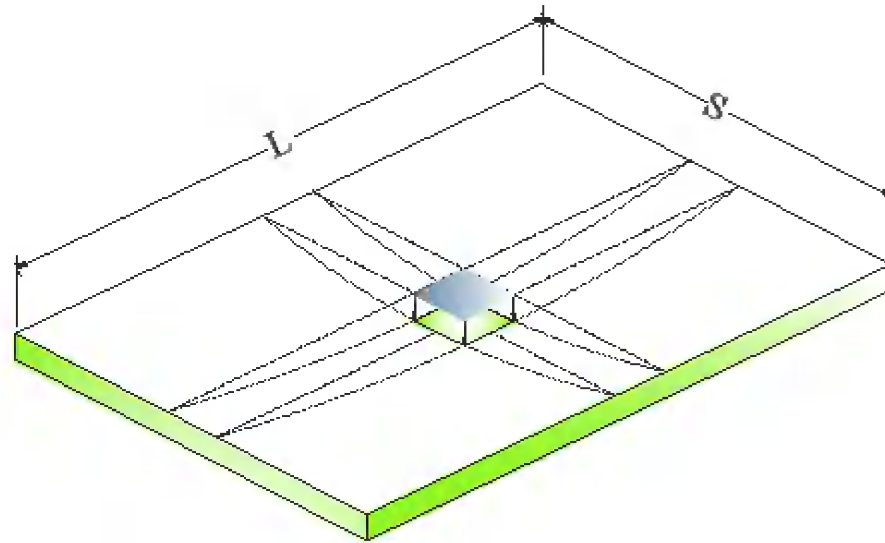


شكل (9-32) البلاطة المصمتة ذات الاتجاهين

تعرف البلاطات المصمتة ذات الاتجاهين بأن نسبة بعديها لا تزيد عن 2.0 ولا تقل عن 1.0 . أى أن ناتج قسمة البعد الطويل على البعد القصير لا يزيد عن 2.0 وفى البلاطات المصمتة ذات الاتجاهين يكون انحناء سطح البلاطة فى الاتجاهين أى ان يكون مقعرا بعكس البلاطات ذات الاتجاه الواحد حيث يكون السطح تقريبا اسطوانيا أى أن انحناء السطح يكون فى اتجاه واحد .

9-3-1- توزيع الحمل الكلى فى اتجاهى البلاطة Load Factor:

وفى حالة البلاطة المصمتة ذات الاتجاهين المرتكزة على كمرات جاسئة ؛ ويمكن اعتبار البلاطة المصمتة ذات الاتجاهين كأنها مجموعة من الشرائح المتراصة بجانب بعضها فى الاتجاهين حيث تقوم مجموعة من الشرائح بنقل جزء من الحمل فى اتجاهها وتنقله إلى الكمرات التى ترتكز عليها بينما تقوم المجموعة الأخرى بنقل الجزء الآخر من الحمل إلى الكمرات التى ترتكز عليها . والبلاطة الموضحة بالشكل التالى يمكن الافتراض انها تتكون من شرائح مثل شريحتي الوسط الموضحتين بالشكل . ونظرا لان سطح البلاطة يتحرك لأسفل نتيجة الحمل المؤثر عليه ويظل محافظا على تماسكة واستمرارية فلا بد أن نقطة التقاء الشريحتين فى المنتصف تهبط بمقدار متساوى إذا تم حسابها من الشريحتين . ومن هذه المعادلة يمكن حساب مقدار الحمل الذى لابد أن تقاومه كل شريحة ليحدث لها نفس الترخيم Deflection .



شكل (9-33) الترخيم في البلاطة المصمتة ذات الاتجاهين

وبمساواة الترخيم الأقصى في كلا الاتجاهين

$$\Delta_L = \Delta_S$$

$$\frac{5w_l L^4}{384EI} = \frac{5w_s S^4}{384EI}$$

$$\frac{w_l}{w_s} = \frac{S^4}{L^4}$$

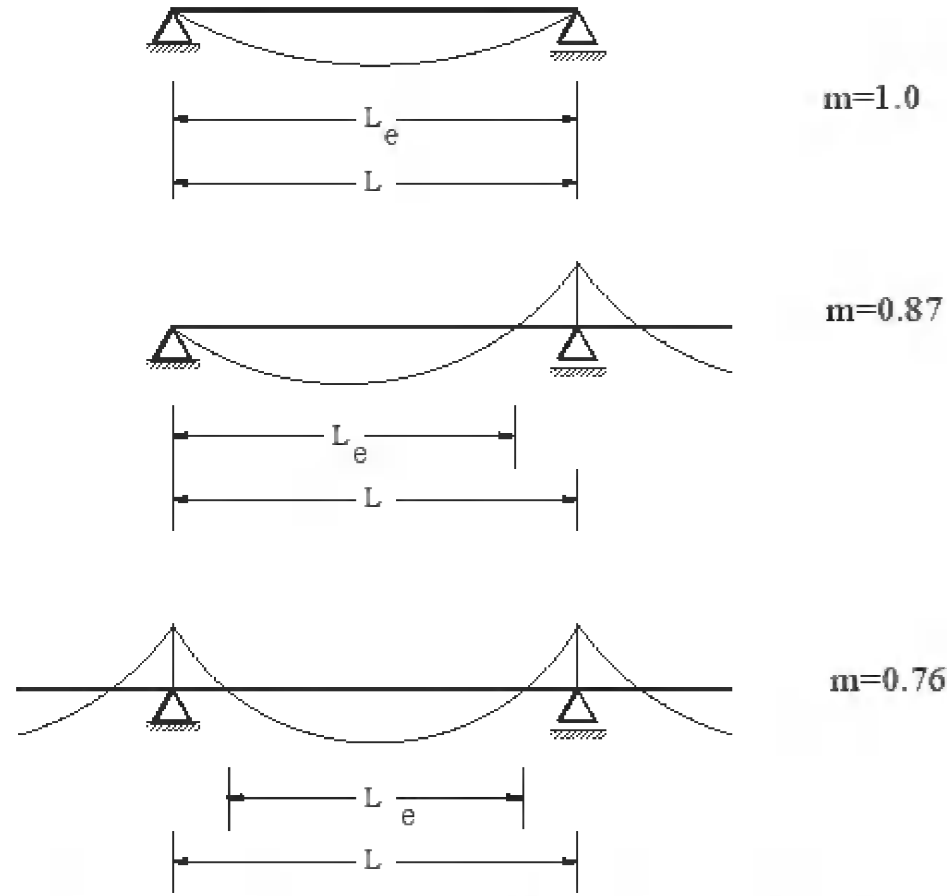
$$w_s = \alpha w$$

$$w_l = \beta w$$

ويلاحظ أنه نظراً لمقاومة جزء من الحمل بجساءة الالتواء للبلاطة (Torsional rigidity) فإن مجموع المعاملين $(\beta + \alpha)$ لا يساوى الواحد الصحيح حيث أن جساءة الالتواء تقاوم تقريباً 30% من الحمل الكلى فى البلاطات المصمتة (Solid Slab). أما فى البلاطات ذات الأعصاب فإن الحمل الكلى يتم مقاومته بجساءة الانحناء (Bending) وفى هذه الحالة يكون مجموع المعاملين $(\beta + \alpha)$ مساوياً للواحد الصحيح. والجدول رقم 9-1 يحوى المعاملات α ؛ β حسب أستطالة البلاطة المصمتة.

$$r = \frac{m_l \times L}{m_s \times S}$$

حيث m تمثل النسبة بين طول الجزء من بحر البلاطة المعرض لعزم انحناء موجب (L_e) وطول البحر الكلى (L) . ويتم تحديده كما يلى :



شكل (9-34) معاملات الاستطالة في البلاطات المصمتة ذات الاتجاهين

جدول (9-1) معاملات توزيع الحمل في البلاطات المصمتة

r	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
α	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85
β	0.35	0.29	0.25	0.21	0.18	0.16	0.14	0.12	0.11	0.09	0.08

أما الجدول التالي فيستخدم في حالة البلاطات ذات الاتجاهين المستخدم فيها البلاطات المفردة

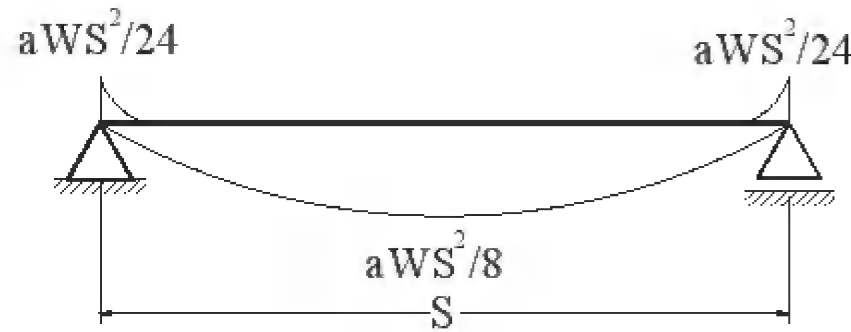
جدول (9-2) معاملات توزيع الأحمال في البلاطات ذات الاتجاهين

r	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
α	0.50	0.595	0.672	0.742	0.797	0.834	0.867	0.893	0.919	0.928	0.919
β	0.50	0.405	0.328	0.258	0.203	0.166	0.133	0.107	0.086	0.072	0.59

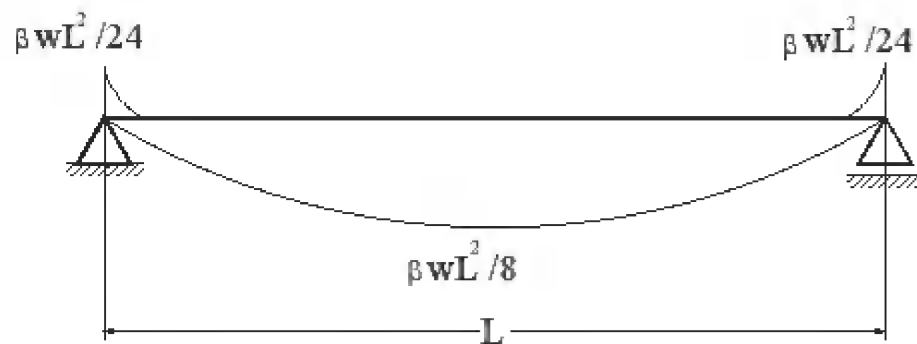
وفي بعض الأحيان يمكن استخدام معاملات الجدول (9-2) في حساب مقدار الحمل في كل اتجاه ثم حساب عزوم الأنحاء .

9-3-2- حساب عزوم الانحناء فى اتجاهى البلاطات المصمتة Calculation of Bending Moment

بعد تحديد جزء الحمل فى كل اتجاه (αw فى الاتجاه القصير) ، (βw فى الاتجاه الطويل) يتم حساب عزوم الإنحناء كما لو أن كل اتجاه هو الاتجاه القصير فى بلاطة ذات اتجاه واحد ، فمثلا فى حالة بلاطة مصمتة بسيطة الارتكاز ؛ يتم حساب عزوم الانحناء كما يلى:
فى الاتجاه القصير :



أما فى الاتجاه الطويل :



9-3-3- السمك الأدنى للبلاطات المصمتة ذات الاتجاهين Minimum Thickness

يعتمد السمك الأدنى للبلاطات فى هذه الحالة بقسمة البعد الأصغر على معامل كما يلى :

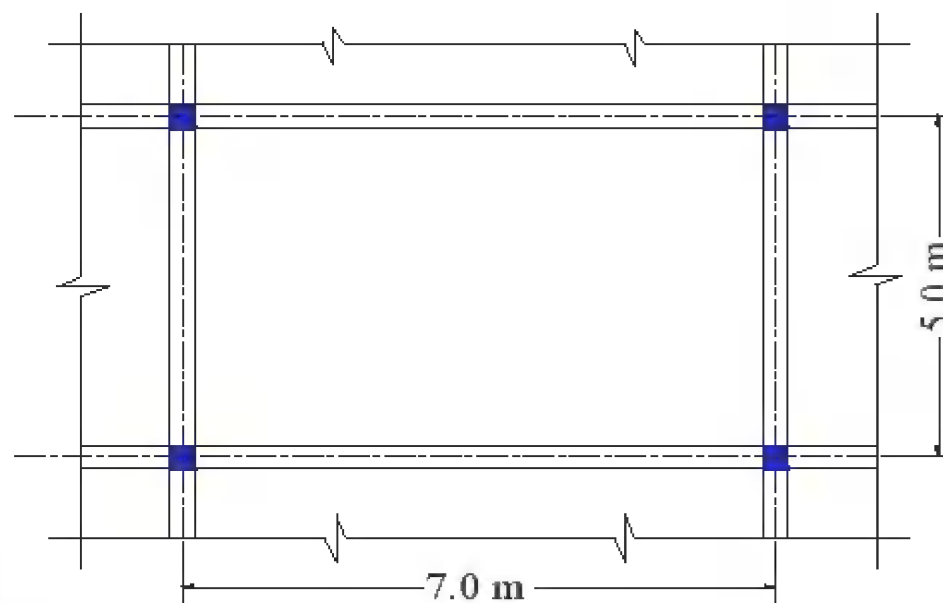
End Condition	Simply supported	Continuous (One Side)	Continuous (Two Sides)
Thickness (t)	$L/35$	$L/40$	$L/45$

وهذه القيم ليست دقيقة حيث يجب أن يدخل فى الاعتبار استطالية البلاطة فكلما زادت I اقتربنا من قيم البلاطات ذات الاتجاه الواحد والعكس صحيح . وفى بعض الأحيان يتم تحديد السمك الأدنى بقسمة محيط البلاطة على 180.

$$t = \frac{2(L + S)}{180}$$

وحسب خبرة المصمم يمكن استخدام قيم أكبر من المحددة سابقا لتفادي حدوث ترخيم يؤدي إلى اهتزاز البلاطة عند تعرضها لأحمال حية بالرغم من عدم حدوث أى شروخ أو تلفيات أو إجهادات أكبر من المسموح بها .

Example (9-5) :- Design The Interior Slab Shown.



$$F_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2, \quad f_y = 360 \text{ N/mm}^2, \quad L.L = 2.0 \text{ kn/m}^2$$

Solution:-

$$t = S/45 = 5000/45 = 111.1 \text{ mm} \quad \text{or} \quad t = 2(5000 + 7000)/180 = 133.3 \text{ mm}$$

choose $t = 160 \text{ mm}$

وهنا بجدر أن نشير إلى ملحوظة هامة وهي أنه ليس من الملزم أن نتقيد بالحد الأدنى لسمك البلاطة السابق الإشارة إليه ، لكن المهم ألا نختار قيمة لسمك البلاطة أقل من هذه القيم.

Loads:-

$$O.wt = 0.16 \times 25 = 4.0 \text{ kn/m}^2$$

$$\text{Cover} = 1.5 \text{ kn/m}^2$$

$$L.L = 2.0 \text{ kn/m}^2$$

$$w_u = (4.0 + 1.5) \times 1.4 + 2.0 \times 1.6 = 10.90 \text{ kn/m}^2$$

$$r = \frac{m \times L}{m \times S} = \frac{0.76 \times 7}{0.76 \times 5} = 1.4$$

From Tables ...

$$\alpha = 0.797 \quad \beta = 0.203$$

$$w_{\alpha} = 0.797 \times 10.90 = 8.7 \text{ kn/m}$$

$$w_{\beta} = 0.203 \times 10.90 = 2.2 \text{ kn/m}$$

Short Direction ...

$$M_{\alpha} (+ve) = \frac{w_{\alpha} \times S^2}{12} = \frac{8.7 \times 5^2}{12} = 18.0 \text{ m.kn}$$

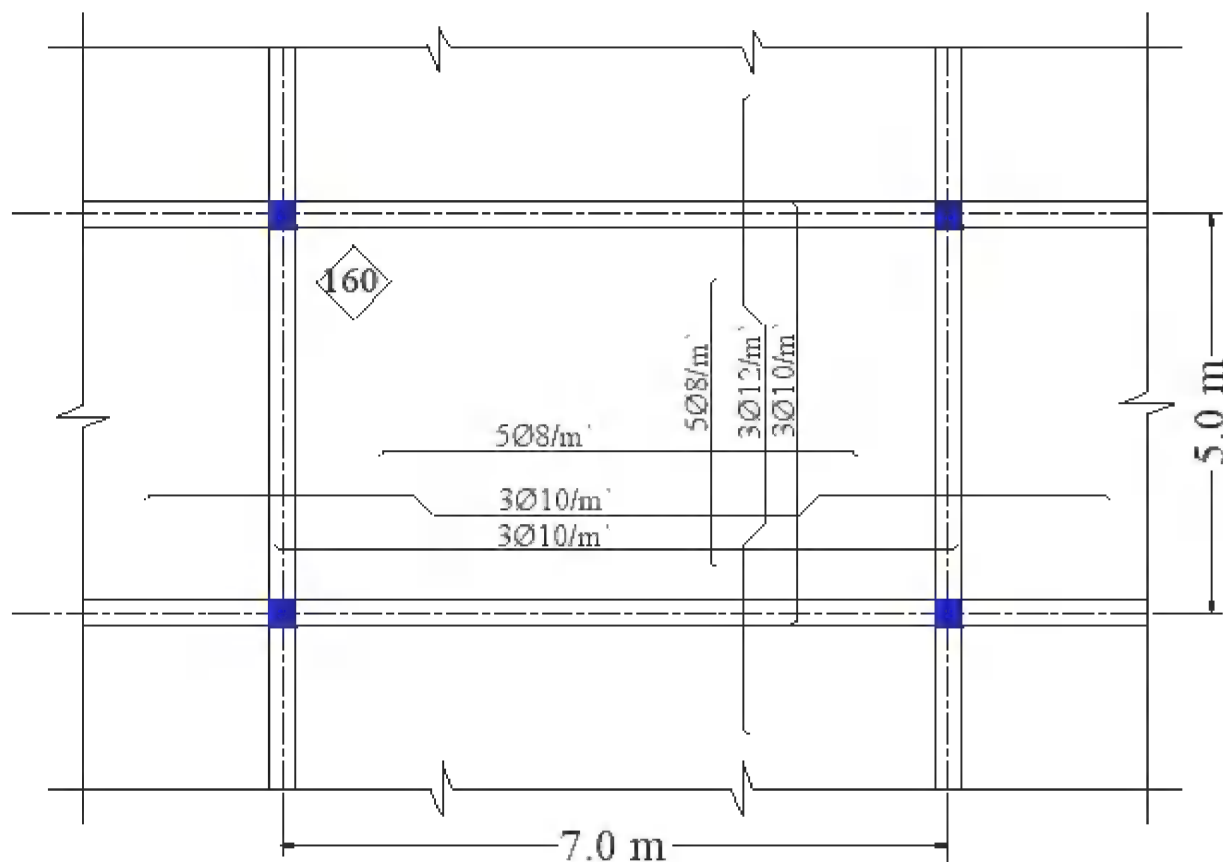
$$M_{\alpha} (-ve) = \frac{W_{\alpha} \times S^2}{11} = \frac{8.7 \times 5^2}{11} = 19.8 \text{ m.kn}$$

Long Direction ...

$$M_{\beta} (+ve) = \frac{w_{\beta} \times L^2}{12} = \frac{2.2 \times 7^2}{12} = 9.0 \text{ m.kn}$$

$$-ve \quad M_{\beta} (-ve) = \frac{w_{\beta} \times L^2}{11} = \frac{2.2 \times 7^2}{11} = 10.0 \text{ m.kn}$$

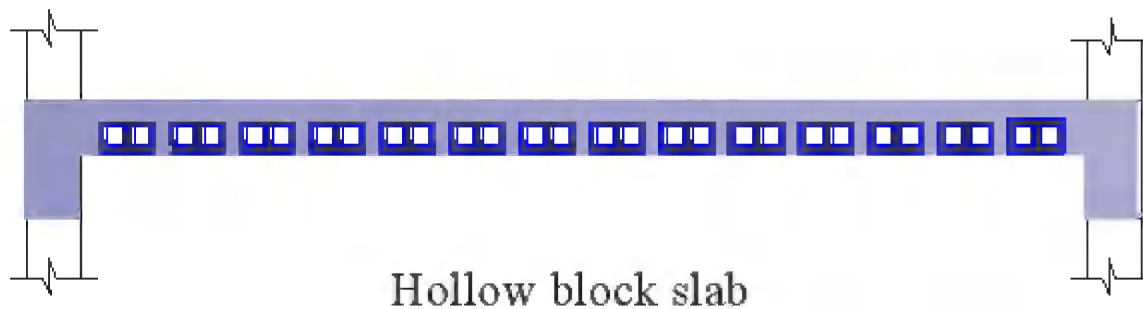
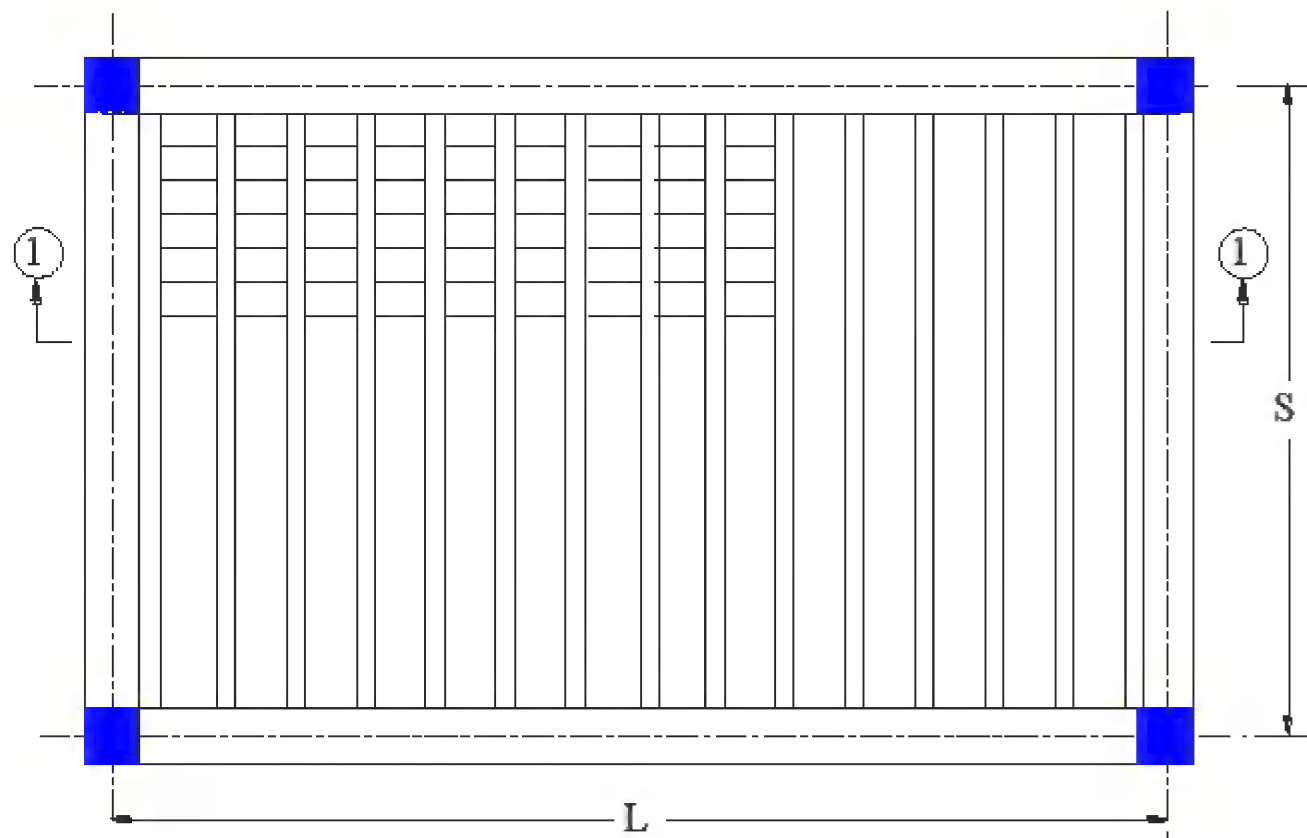
Mu	d	Ku	μ %	As	Bars/m'
18.0	140	0.918	0.3	420	6 Ø10
19.8	140	101	0.34	476	3 Ø12+3 Ø10
9.0	120	0.625	0.2	240	5 Ø10
10.0	120	0.69	0.23	276	5 Ø10



وبلاحظ أنه بالنسبة لتسليح العزم السالب المكسح يوجد ما يكمله من الجهة الأخرى من البلاطة.

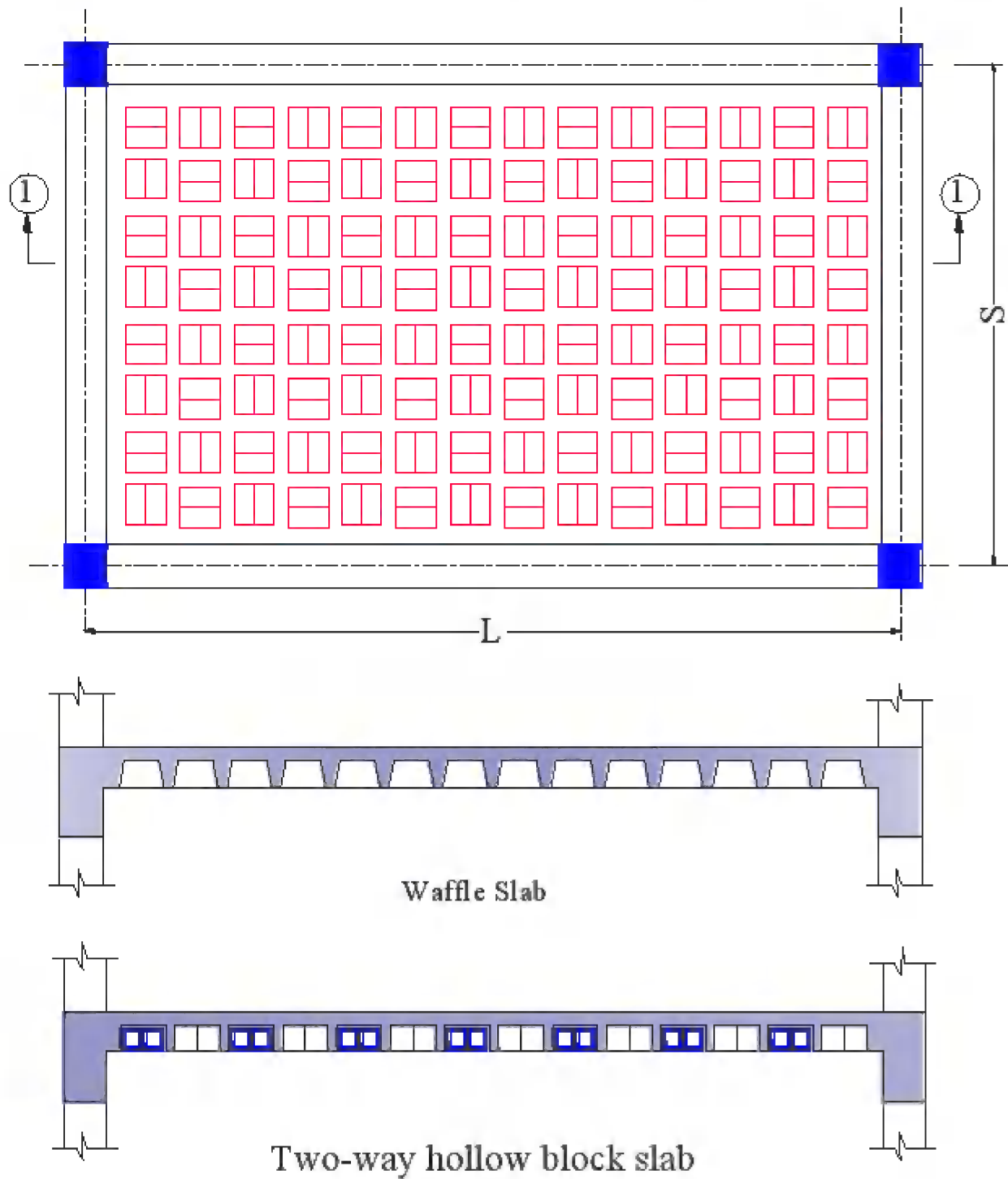
4-9- البلاطات ذات الأعصاب Ribbed Slabs

ويطلق على هذا النوع من البلاطات أيضا joist slabs كما يطلق عليه Hollow block slabs في حالة وجود بلوكات لملء الفراغات بين الأعصاب (ribs) ليظهر السطح من أسفل مستويا دون فراغات بينية. كما هو موضح بالشكل :



شكل (9-34) البلاطات ذات الأعصاب – أتجاه واحد

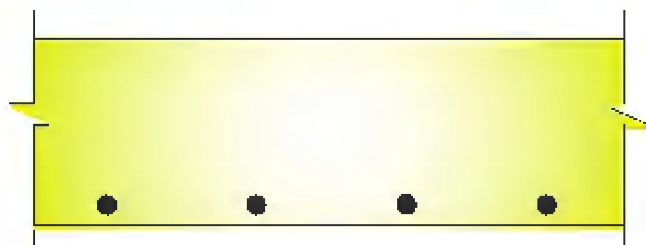
وفي حالة وجود الأعصاب في اتجاه واحد أي أن حمل البلاطة ينتقل إلى الكمرات في اتجاه واحد يطلق على هذا النوع من البلاطات Ribbed slabs أو joist slabs . وفي حالة وجود البلوكات يطلق عليه One way hollow block slabs . أما في حالة وجود الأعصاب في الاتجاهين ويحدث ذلك عندما تكون أبعاد البلاطة الخرسانية متقاربة. في حالة عدم وجود البلوكات يطلق على هذا النوع waffle slabs أما في حالة وجود البلوكات فيطلق عليه two-way hollow block slabs . وفي هذه الحالة ينتقل الحمل من البلاطة في اتجاهين إلى الكمرات المحيطة و التي ترتكز عليها البلاطة.



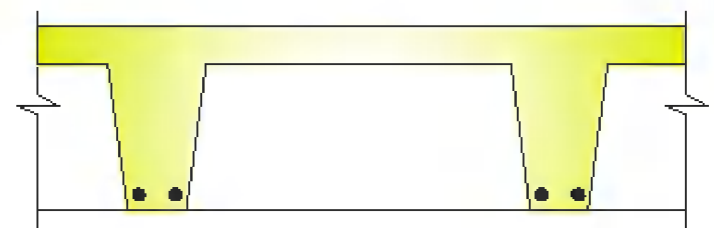
شكل (9-35) البلاطات ذات الأعصاب – اتجاهين

9-4-1- البلاطات ذات الأعصاب فى اتجاه واحد Joist (ribbed) Slabs

الهدف الأساسى من البلاطات ذات الأعصاب هو تخفيض الوزن الذاتى للبلاطة خاصة الجزء الخرسانى من المقطع المعرض لإجهادات شد والذى لا يفيد فى مقاومة القطاع لعزوم الإنحناء خاصة فى البلاطات ذات البحور الكبيرة .

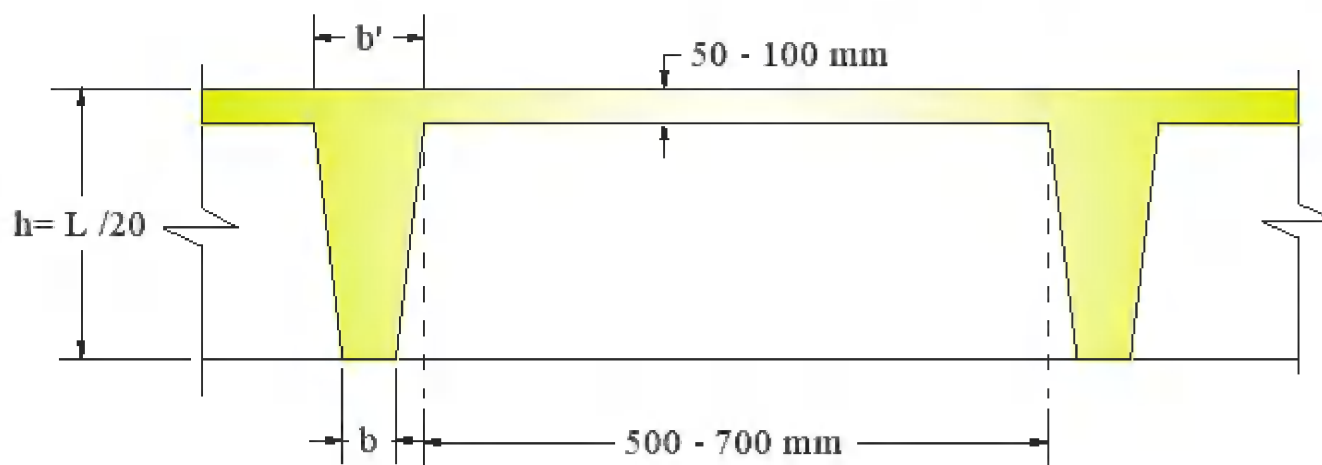


Solid Slab



Joist slab

وبالنظر إلى الشكل السابق نجد أن المقطعان متساويان فى مقاومتهم لعزم الإنحناء لكن مقطع البلاطة ذات الأعصاب يكون أقل وزناً وبالتالى أقل فى التكلفة .



شكل (9-36) أبعاد البلاطات ذات الأعصاب – إتجاه واحد




ويتم اختيار أبعاد البلاطة ذات الأعصاب كما هو موضح بالشكل وتكون جوانب الأعصاب مائله بمقدار 1:12 لسهولة التنفيذ وإعطاء شكلا أفضل للسقف . ويتم تصميم البلاطات ذات الأعصاب كما يلى :-

9-4-1-1- البلاطة الخرسانية بين الأعصاب

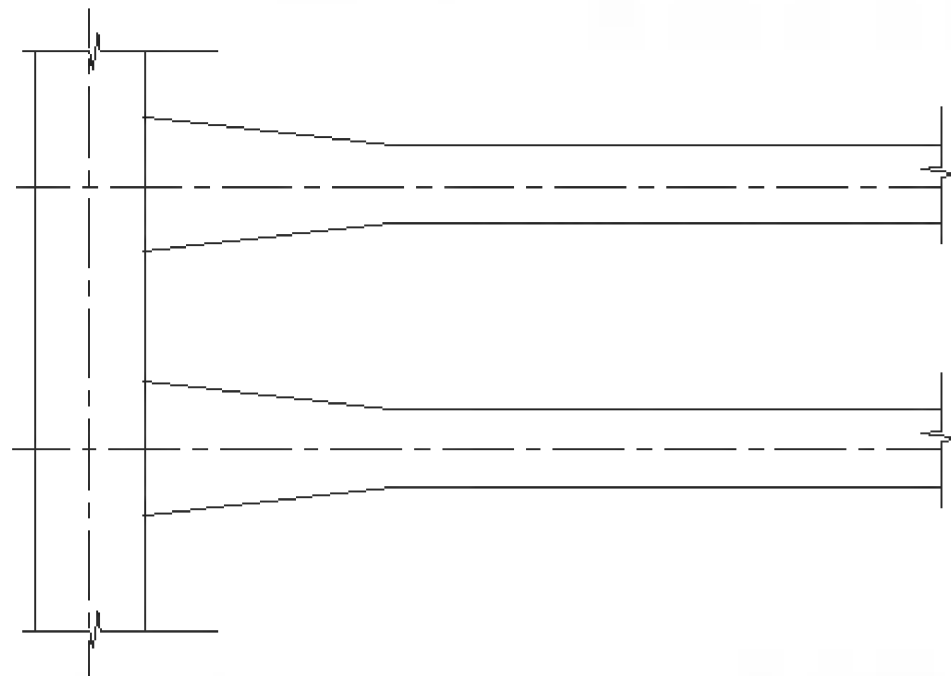
ويتراوح سمكها من (50 – 100) مم حسب المسافة بين الأعصاب ويتم تصميمها لمقاومة عزم الإنحناء بسبب الأحمال المؤثرة عليها بإعتبارها مثبتة (fixed) من الطرفين ولا يقل حديد التسليح عن تسليح الإنكماش والذى يؤخذ 0.2 %

2-1-4-9- تصميم الأعصاب :Design of ribs

يتم تصميم الأعصاب مثل الكمرات ، فإذا كانت معرضة لعزم انحناء موجب يتم تصميمها T-sec , أما إذا كان المقطع معرضا لعزم انحناء سالب فتصمم كمقطع مستطيل . ويمكن الاسترشاد بالقيم التالية لعمق الأعصاب إلا إذا تم حساب الترخيم (deflection) وفي هذه الحالة يمكن اعتبار قيم أقل .

End Condition	Simply supported	Continuous (One Side)	Continuous (Two Sides)
			
Thickness (t)	L/20	L/23	L/26

وفي حالة زيادة إجهاد القص في الأعصاب عن القيم المسموح بها يمكن زيادة عرض الأعصاب عند الركائز وهي المقاطع المعرضة لأكبر قوى قص كما هو موضح بالشكل



شكل (9-37) مسقط أفقى يوضح زيادة عرض الأعصاب عند الركائز لمقاومة قوى القص

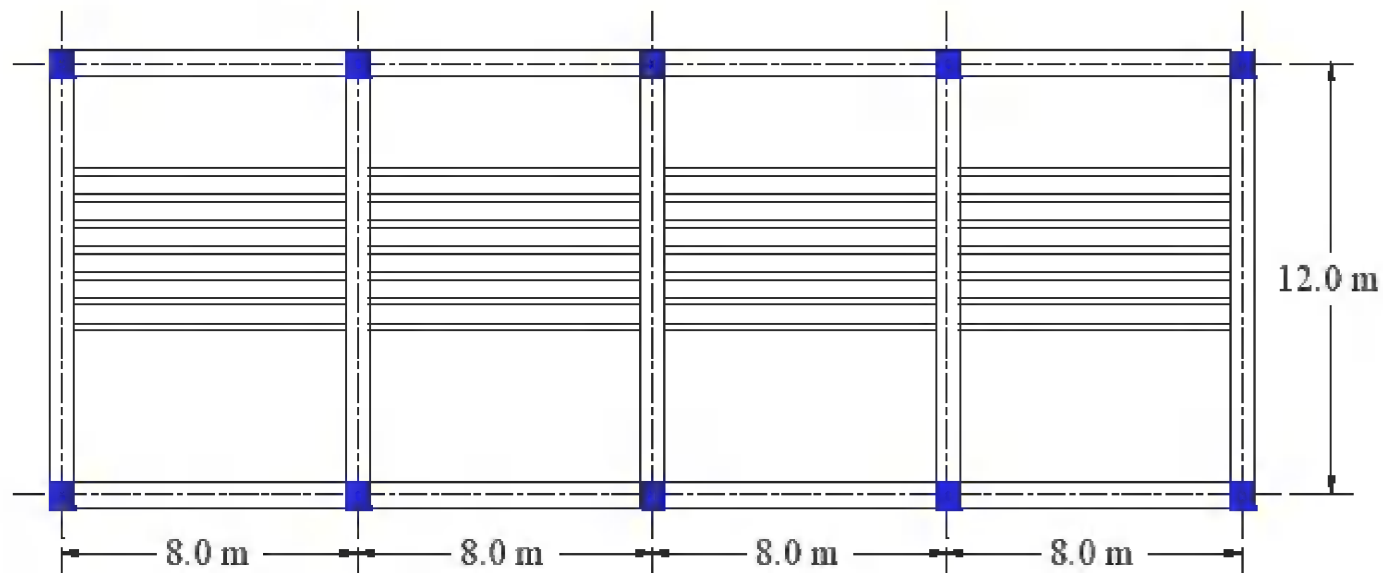
وعند زيادة عرض البلاطة أى زيادة طول الأعصاب يتم عمل عصب عرضى (cross rib) حسب طول الأعصاب كما يلى :-

يستخدم عصب عرضى واحد إذا كان طول الأعصاب يتراوح بين (4.5 – 6) متر
أما إذا كان طول الأعصاب يتراوح بين (6 – 10) متر فيتم استخدام عصبين.

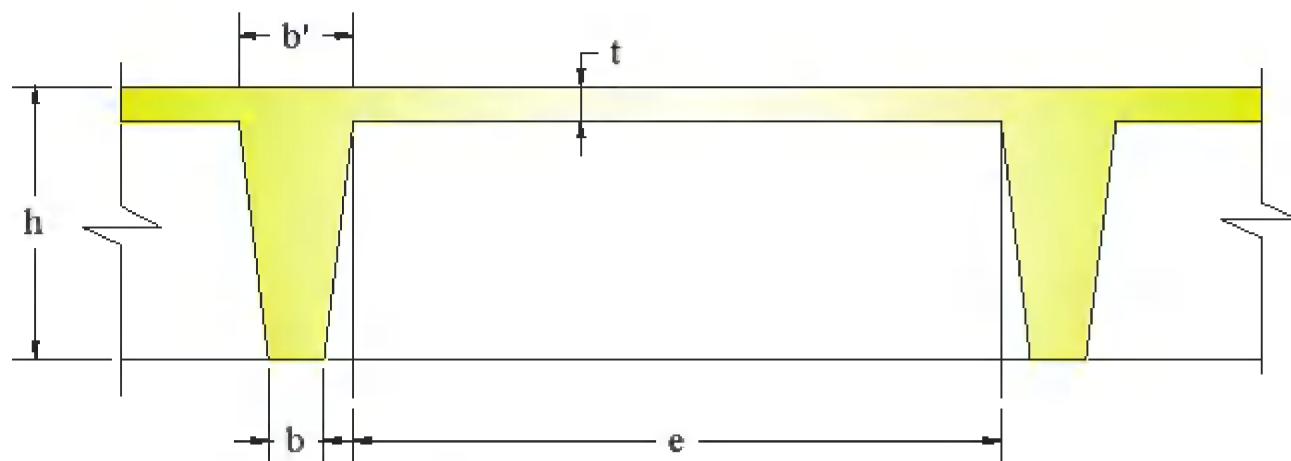
Example (9-6)

Design a joist slab for an interior span of concrete joist floor as shown in figure.

$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2, \quad f_y = 360 \text{ N/mm}^2, \quad \text{L.L} = 2.0 \text{ kn/m}^2$$



Solution:



Upper slab between ribs design:-

Assume $t = 75 \text{ mm}$

$$\text{Dead load} = \text{o.wt} = 0.075 \times 25 = 1.875 \text{ kn/m}^2$$

$$\text{Cover} = 1.5 \text{ kn/m}^2$$

$$\text{D.L} = 3.375 \text{ kn/m}^2$$

$$w_u = 3.375 \times 1.4 + 2.0 \times 1.6 = 8.0 \text{ kn/m}^2$$

$$M_u = wl^2 / 10 = \frac{8.0 \times (0.75)^2}{10} = 0.45 \text{ m.kn/m'}$$

$$M_u = k_u \times b \times d^2$$

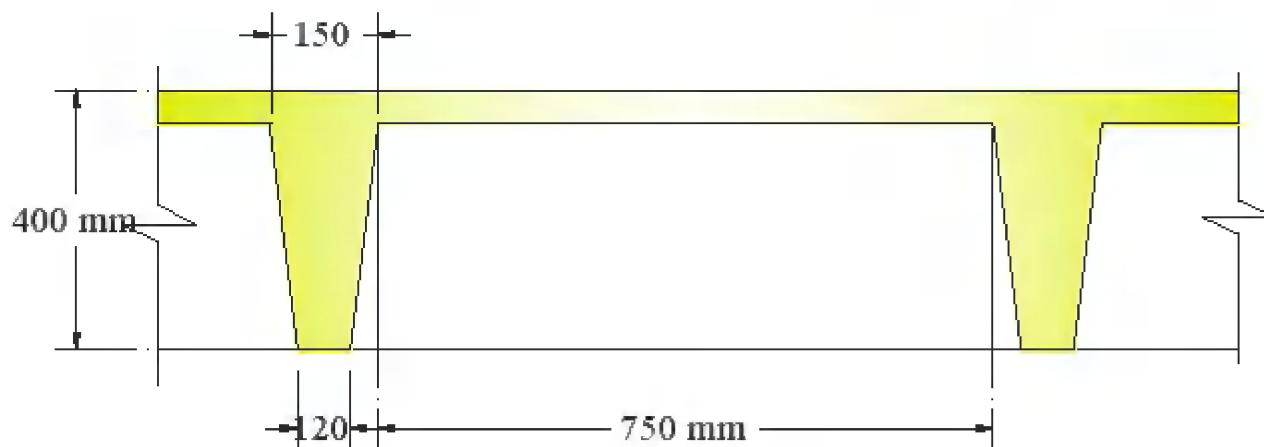
$$0.45 \times 10^6 = k_u \times 1000 \times 60^2$$

$$k_u = 0.125 < k_{u \text{ min}}$$

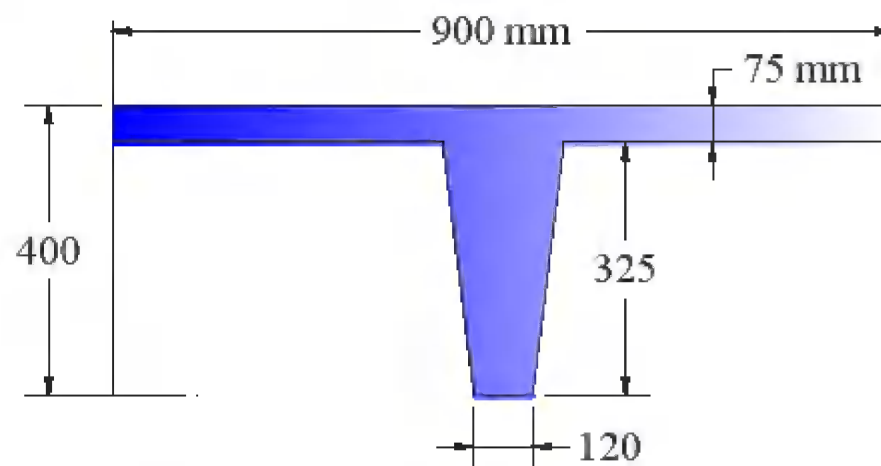
∴ Use minimum shrinkage reinforcement

$$\frac{0.2}{100} \times 1000 \times 60 = 120 \text{ mm}^2 \quad \text{use } 5 \phi 8 / \text{m}$$

Design of joists: choose the shown dimensions for ribs as explained previously:



Design of one rib:



$$w_u = 0.9 \times 8 + 1.4 \times 0.135 \times 0.325 \times 25 = 8.73 \text{ kn/m'}$$

$$M_u (-ve) = wl^2 / 10 = \frac{8.73 \times (8)^2}{10} = 55.87 \text{ m.kn/m'}$$

$$M_u = k_u \times b \times d^2$$

$$55.87 \times 10^6 = k_u \times 120 \times 380^2$$

$$k_u = 3.22$$

From tables for $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

$$\mu = 1.24 \%$$

$$A_s(-ve) = \frac{1.24}{100} \times 120 \times 380 = 565 \text{ mm}^2 \quad \text{use } 3 \Phi 16$$

$$M_u(+ve) = wl^2 / 12 = \frac{8.87 \times (8)^2}{12} = 47.3 \text{ knt / m'}$$

$$47.3 \times 10^6 = k_u \times 120 \times 380^2$$

$$k_u = 2.73$$

$$\mu = 1.01 \%$$

$$A_s(+ve) = \frac{1.01}{100} \times 120 \times 380 = 460 \text{ mm}^2 \quad \text{use } 3 \Phi 16$$

Verification of shear

$$Q_u = w_u \times \frac{l}{2} = 8.73 \times \frac{8}{2} = 34.92 \text{ kn}$$

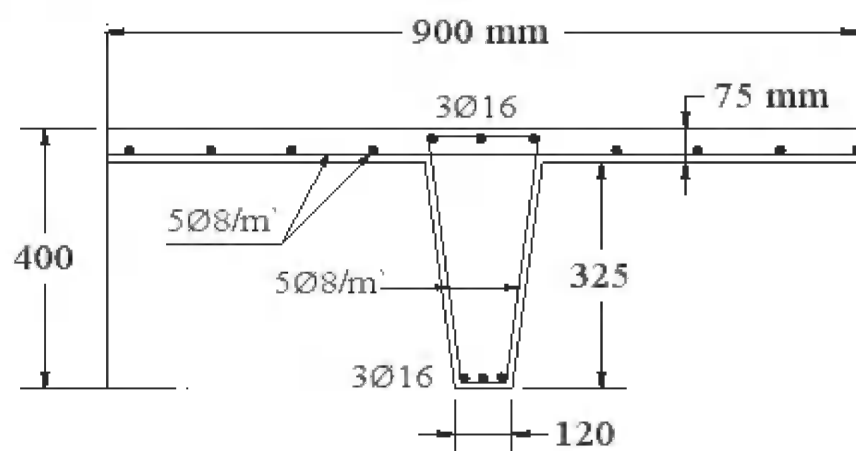
$$q_u = \frac{34.92 \times 10^3}{120 \times 380} = 0.76 \text{ N/mm}^2$$

$$q_e = 0.6 \sqrt{f_{cu}} = 0.19 \sqrt{25} = 0.95 \text{ N/mm}^2 > q_u \quad \text{O.K.}$$

\therefore use minimum reinforcement of shear

$$S_{\max} = \frac{d}{2} = 200 \text{ mm}$$

use $5 \Phi 8 / \text{m'}$



9-5- طريقة مرادفة لحساب عزوم الانحناء في البلاطات ذات الاتجاهين :

Alternative Method for Calculations of Bending Moment in Two Way Slabs

توضح الطريقة التالية طريقة سهلة ومباشرة لحساب عزوم الانحناء في البلاطات ذات الاتجاهين سواء كانت مصمتة أو ذات بلوكات مفرغة أو ذات أعصاب في الاتجاهين ، ويلاحظ أن هذه الطريقة تعطى قيما أكبر بالنسبة للبلاطات المصمتة لأنه في هذه الطريقة تم إهمال جساءة البلاطة في الالتواء (Torsional rigidity). وتتميز هذه الطريقة بإمكانية تطبيقها على البلاطات ذات الاتجاهين في جميع أوضاعها كما سيتم توضيحه. وبالنسبة لكل بلاطة يتم حساب ستة قيم لعزوم الانحناء ؛ أربعة عزوم سالبة عند الحواف الأربع للبلاطة في الاتجاهين ؛ وعزمين موجبين في اتجاهي البلاطة في منتصفها. وفي جميع الأحوال يجب الرجوع إلى توصيات الكود المصري لتصميم وتنفيذ المنشآت الخرسانية . ولتطبيق الطريقة المرادفة يجب توافر الشروط التالية :

أبعاد البحور المتجاورة (spans) تقريبا متساوية ولا يزيد الفرق بين أي بحرين متجاورين عن 20 %.

- 1- الكمرات التي ترتكز عليها البلاطات يتم صبها مع البلاطات.
 - 2- سمك الكمرات التي ترتكز عليها البلاطات لا يقل عن ثلاثة أمثال سمك البلاطة.
- الحمل المؤثر على البلاطة موزع بانتظام .

- 3- الحمل الحي لا يزيد عن ثلاثة أمثال الحمل الثابت .
- ويوضح الشكل التالي حالات البلاطات المختلفة حسب الجدول التالي:

1	7	8		3	5
				2	4
6	9				

شكل (9-38) حالات ارتكاز البلاطات ذات الاتجاهين حسب الجدول التالي

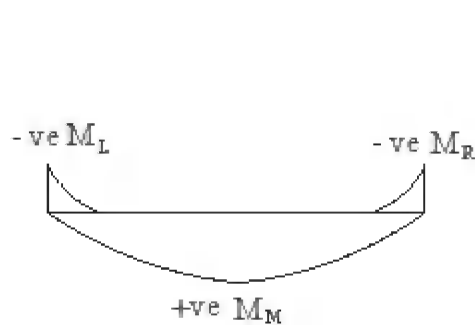
Moment Coefficients for Two Way Slabs (k)

Case (1) All edges are discontinuous

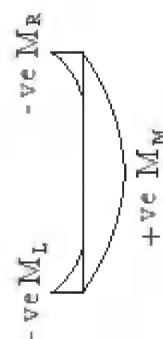
r = L/S	Short Direction				Long Direction			
	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR
1.000	0.500	0.021	0.063	0.021	0.500	0.021	0.063	0.021
1.100	0.594	0.025	0.074	0.025	0.406	0.017	0.051	0.017
1.200	0.675	0.028	0.084	0.028	0.325	0.014	0.041	0.014
1.300	0.741	0.031	0.093	0.031	0.259	0.011	0.032	0.011
1.400	0.793	0.033	0.099	0.033	0.207	0.009	0.026	0.009
1.500	0.835	0.035	0.104	0.035	0.165	0.007	0.021	0.007
1.600	0.868	0.036	0.108	0.036	0.132	0.006	0.017	0.006
1.700	0.893	0.037	0.112	0.037	0.107	0.004	0.013	0.004
1.800	0.913	0.038	0.114	0.038	0.087	0.004	0.011	0.004
1.900	0.929	0.039	0.116	0.039	0.071	0.003	0.009	0.003
2.000	0.941	0.039	0.118	0.039	0.059	0.002	0.007	0.002

$$M_S = k w S^2$$

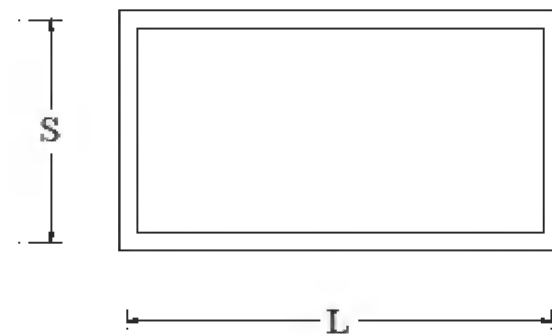
$$M_L = k w L^2$$



Long Dir.



Short Dir.

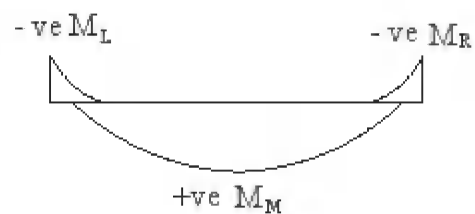


Moment Coefficients for Two Way Slabs (k)**Case (2) All edges are Continuous**

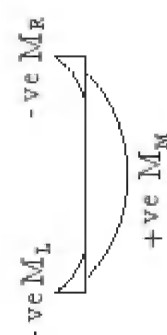
$r = L/S$	Short Direction				Long Direction			
	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR
1.0	0.50	0.050	0.036	0.050	0.50	0.050	0.036	0.050
1.1	0.59	0.059	0.042	0.059	0.41	0.041	0.029	0.041
1.2	0.67	0.067	0.048	0.067	0.33	0.033	0.023	0.033
1.3	0.74	0.074	0.053	0.074	0.26	0.026	0.019	0.026
1.4	0.79	0.079	0.057	0.079	0.21	0.021	0.015	0.021
1.5	0.84	0.084	0.060	0.084	0.16	0.016	0.012	0.016
1.6	0.87	0.087	0.062	0.087	0.13	0.013	0.009	0.013
1.7	0.89	0.089	0.064	0.089	0.11	0.011	0.008	0.011
1.8	0.91	0.091	0.065	0.091	0.09	0.009	0.006	0.009
1.9	0.93	0.093	0.066	0.093	0.07	0.007	0.005	0.007
2.0	0.94	0.094	0.067	0.094	0.06	0.006	0.004	0.006

$$M_S = k w S^2$$

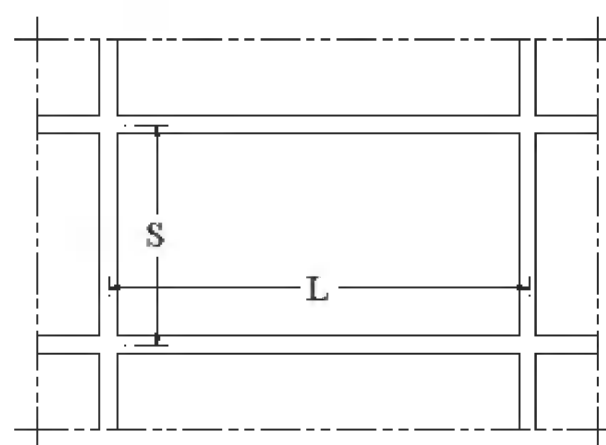
$$M_L = k w L^2$$



Long Dir.



Short Dir.

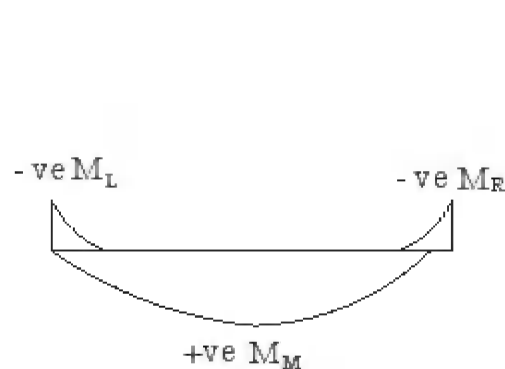


Moment Coefficients for Two Way Slabs (k)
Case (3) One short end is discontinuous

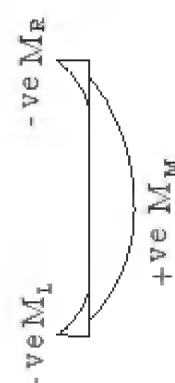
$r = L/S$	Short Direction				Long Direction			
	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR
1.0	0.67	0.067	0.048	0.067	0.33	0.014	0.030	0.037
1.1	0.75	0.075	0.053	0.075	0.25	0.011	0.023	0.028
1.2	0.81	0.081	0.058	0.081	0.19	0.008	0.018	0.022
1.3	0.85	0.085	0.061	0.085	0.15	0.006	0.014	0.017
1.4	0.88	0.088	0.063	0.088	0.12	0.005	0.010	0.013
1.5	0.91	0.091	0.065	0.091	0.09	0.004	0.008	0.010
1.6	0.93	0.093	0.066	0.093	0.07	0.003	0.006	0.008
1.7	0.94	0.094	0.067	0.094	0.06	0.002	0.005	0.006
1.8	0.95	0.095	0.068	0.095	0.05	0.002	0.004	0.005
1.9	0.96	0.096	0.069	0.096	0.04	0.002	0.003	0.004
2.0	0.97	0.097	0.069	0.097	0.03	0.001	0.003	0.003

$$M_S = k w S^2$$

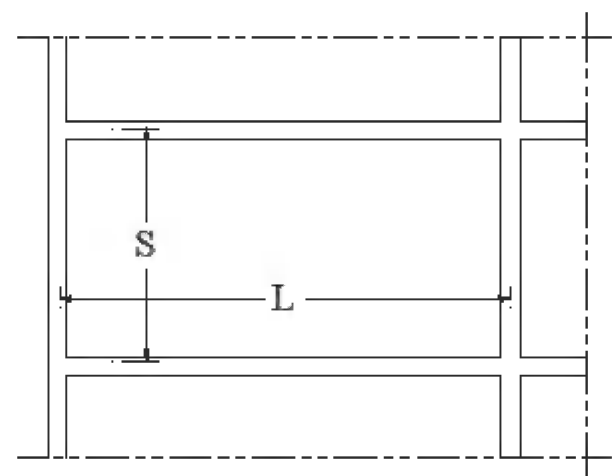
$$M_L = k w L^2$$



Long Dir.



Short Dir.

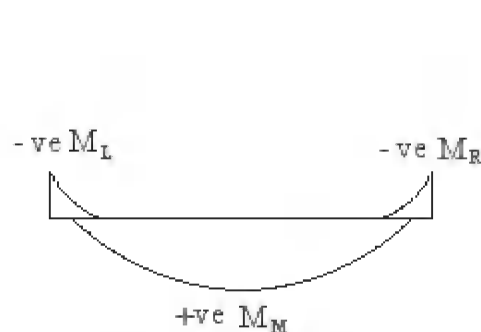


Moment Coefficients for Two Way Slabs (k)**Case (4) One long end is discontinuous**

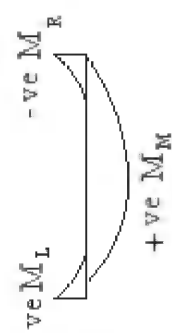
r = L/S	Short Direction				Long Direction			
	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR
1.0	0.33	0.037	0.030	0.014	0.67	0.067	0.048	0.067
1.1	0.42	0.047	0.038	0.018	0.58	0.058	0.041	0.058
1.2	0.51	0.057	0.046	0.021	0.49	0.049	0.035	0.049
1.3	0.59	0.065	0.053	0.025	0.41	0.041	0.029	0.041
1.4	0.66	0.073	0.060	0.027	0.34	0.034	0.024	0.034
1.5	0.72	0.080	0.065	0.030	0.28	0.028	0.020	0.028
1.6	0.77	0.085	0.070	0.032	0.23	0.023	0.017	0.023
1.7	0.81	0.090	0.073	0.034	0.19	0.019	0.014	0.019
1.8	0.84	0.093	0.076	0.035	0.16	0.016	0.011	0.016
1.9	0.87	0.096	0.079	0.036	0.13	0.013	0.010	0.013
2.0	0.89	0.099	0.081	0.037	0.11	0.011	0.008	0.011

$$M_S = k w S^2$$

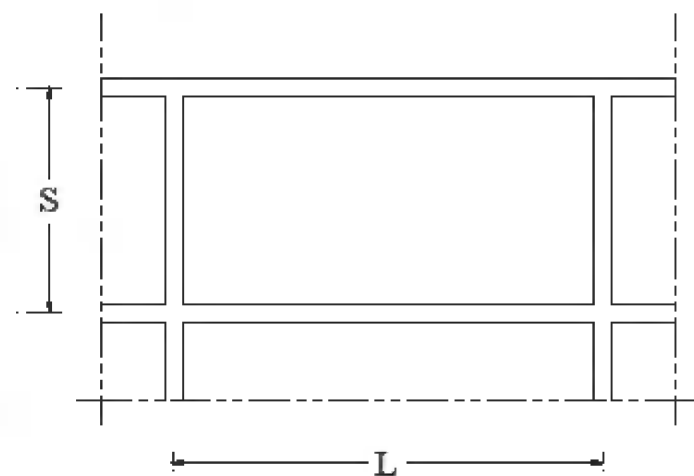
$$M_L = k w L^2$$



Long Dir.



Short Dir.

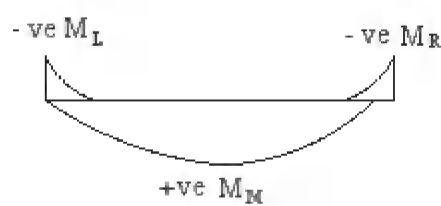


Moment Coefficients for Two Way Slabs (k)
Case (5) Two adjacent ends are discontinuous

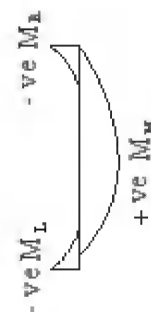
$r = L/S$	Short Direction				Long Direction			
	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR
1.0	0.50	0.056	0.045	0.021	0.50	0.021	0.045	0.056
1.1	0.59	0.066	0.054	0.025	0.41	0.017	0.037	0.045
1.2	0.67	0.075	0.061	0.028	0.33	0.014	0.030	0.036
1.3	0.74	0.082	0.067	0.031	0.26	0.011	0.024	0.029
1.4	0.79	0.088	0.072	0.033	0.21	0.009	0.019	0.023
1.5	0.84	0.093	0.076	0.035	0.16	0.007	0.015	0.018
1.6	0.87	0.096	0.079	0.036	0.13	0.006	0.012	0.015
1.7	0.89	0.099	0.081	0.037	0.11	0.004	0.010	0.012
1.8	0.91	0.101	0.083	0.038	0.09	0.004	0.008	0.010
1.9	0.93	0.103	0.084	0.039	0.07	0.003	0.006	0.008
2.0	0.94	0.105	0.094	0.039	0.06	0.002	0.005	0.007

$$M_S = k w S^2$$

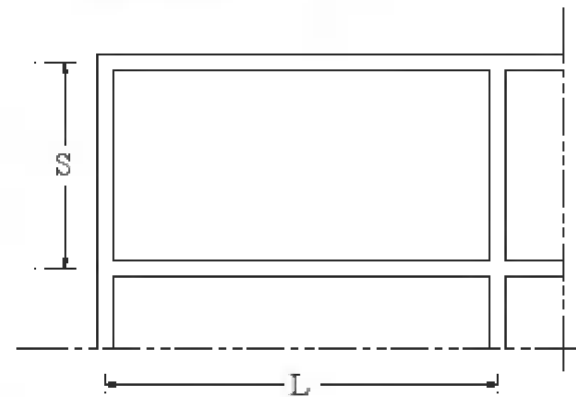
$$M_L = k w L^2$$



Long Dir.



Short Dir.

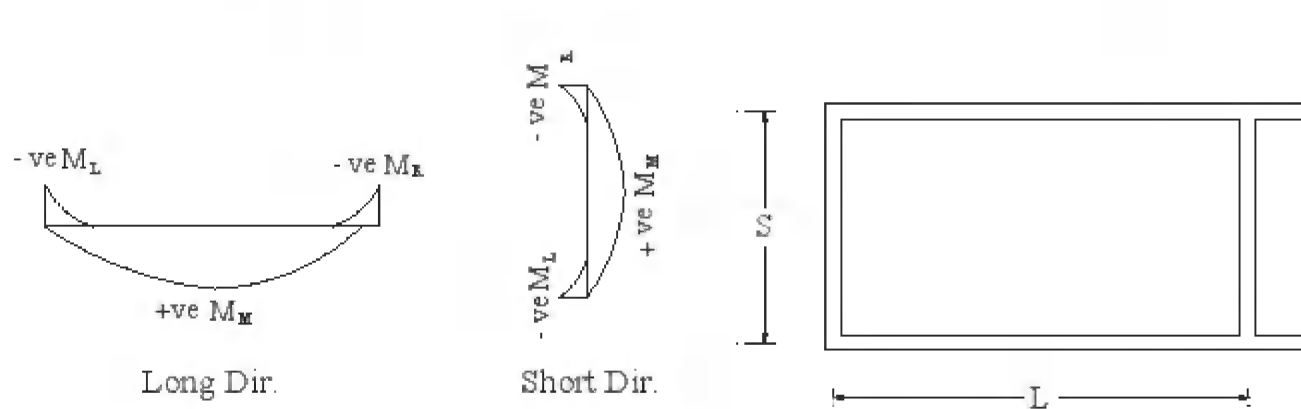


Moment Coefficients for Two Way Slabs (k)**Case (6) One short end is continuous**

$r = L/S$	Short Direction				Long Direction			
	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR
1.0	0.29	0.012	0.036	0.012	0.71	0.030	0.065	0.079
1.1	0.37	0.015	0.046	0.015	0.63	0.026	0.057	0.070
1.2	0.45	0.019	0.057	0.019	0.55	0.023	0.050	0.061
1.3	0.53	0.022	0.067	0.022	0.47	0.019	0.042	0.052
1.4	0.61	0.025	0.076	0.025	0.39	0.016	0.036	0.044
1.5	0.67	0.028	0.084	0.028	0.33	0.014	0.030	0.037
1.6	0.72	0.030	0.090	0.030	0.28	0.012	0.025	0.031
1.7	0.77	0.032	0.096	0.032	0.23	0.010	0.021	0.026
1.8	0.81	0.034	0.101	0.034	0.19	0.008	0.017	0.021
1.9	0.84	0.035	0.105	0.035	0.16	0.007	0.015	0.018
2.0	0.86	0.036	0.108	0.036	0.14	0.006	0.012	0.015

$$M_S = k w S^2$$

$$M_L = k w L^2$$

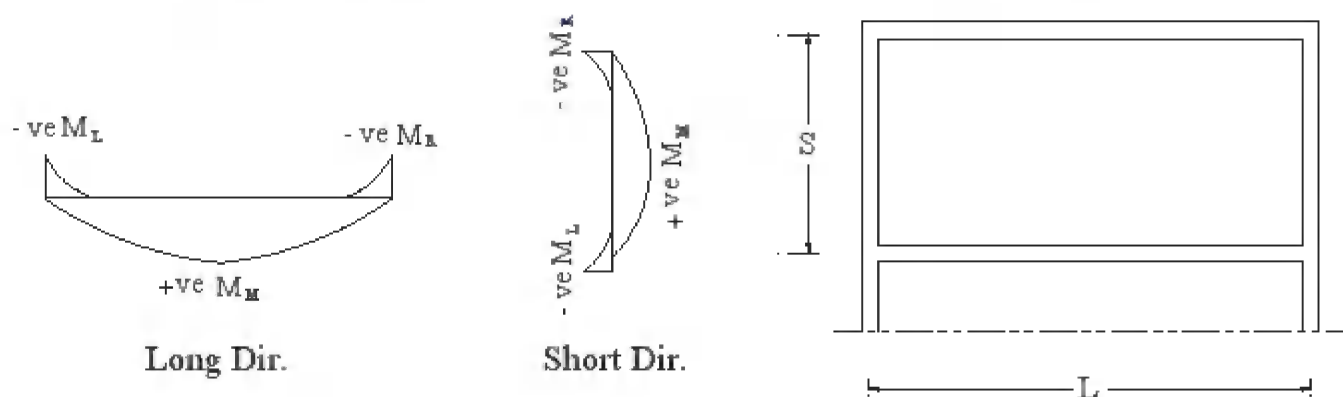


Moment Coefficients for Two Way Slabs (k)**Case (7) One long end is continuous**

$r = L/S$	Short Direction				Long Direction			
	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR
1.0	0.71	0.079	0.065	0.030	0.29	0.012	0.036	0.012
1.1	0.79	0.087	0.071	0.033	0.21	0.009	0.027	0.009
1.2	0.84	0.093	0.076	0.035	0.16	0.007	0.020	0.007
1.3	0.88	0.097	0.080	0.037	0.12	0.005	0.015	0.005
1.4	0.91	0.101	0.082	0.038	0.09	0.004	0.012	0.004
1.5	0.93	0.103	0.084	0.039	0.07	0.003	0.009	0.003
1.6	0.94	0.105	0.086	0.039	0.06	0.002	0.007	0.002
1.7	0.95	0.106	0.087	0.040	0.05	0.002	0.006	0.002
1.8	0.96	0.107	0.088	0.040	0.04	0.002	0.005	0.002
1.9	0.97	0.108	0.088	0.040	0.03	0.001	0.004	0.001
2.0	0.98	0.108	0.089	0.041	0.02	0.001	0.003	0.001

$$M_S = k w S^2$$

$$M_L = k w L^2$$

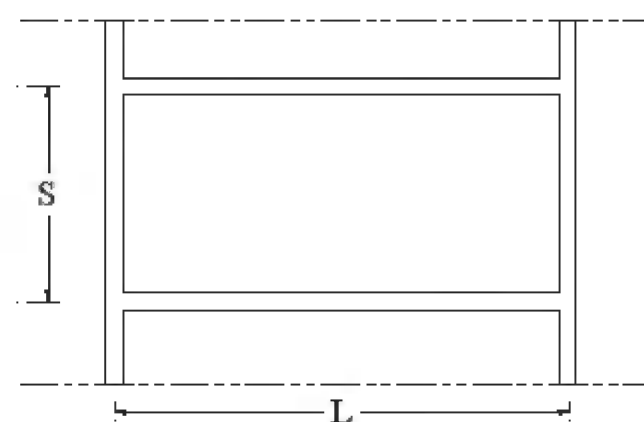
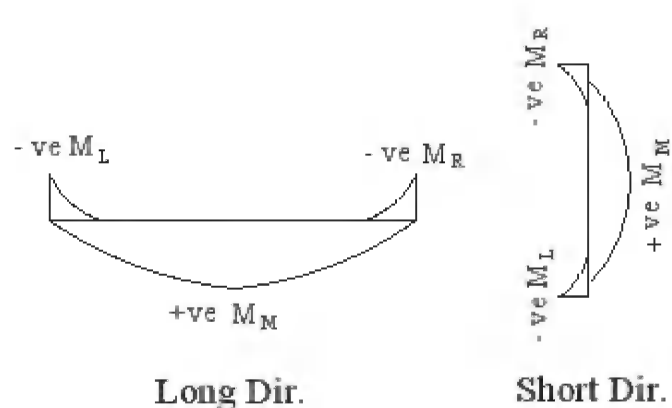


Moment Coefficients for Two Way Slabs (k)
Case (8) Two opposite short ends are discontinuous

$r = L/S$	Short Direction				Long Direction			
	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR
1.0	0.83	0.083	0.060	0.083	0.17	0.007	0.021	0.007
1.1	0.88	0.088	0.063	0.088	0.12	0.005	0.015	0.005
1.2	0.91	0.091	0.065	0.091	0.09	0.004	0.011	0.004
1.3	0.93	0.093	0.067	0.093	0.07	0.003	0.008	0.003
1.4	0.95	0.095	0.068	0.095	0.05	0.002	0.006	0.002
1.5	0.96	0.096	0.069	0.096	0.04	0.002	0.005	0.002
1.6	0.97	0.097	0.069	0.097	0.03	0.001	0.004	0.001
1.7	0.98	0.098	0.070	0.098	0.02	0.001	0.003	0.001
1.8	0.98	0.098	0.070	0.098	0.02	0.001	0.002	0.001
1.9	0.98	0.098	0.070	0.098	0.02	0.001	0.002	0.001
2.0	0.99	0.099	0.071	0.099	0.01	0.001	0.002	0.001

$$M_S = k w S^2$$

$$M_L = k w L^2$$

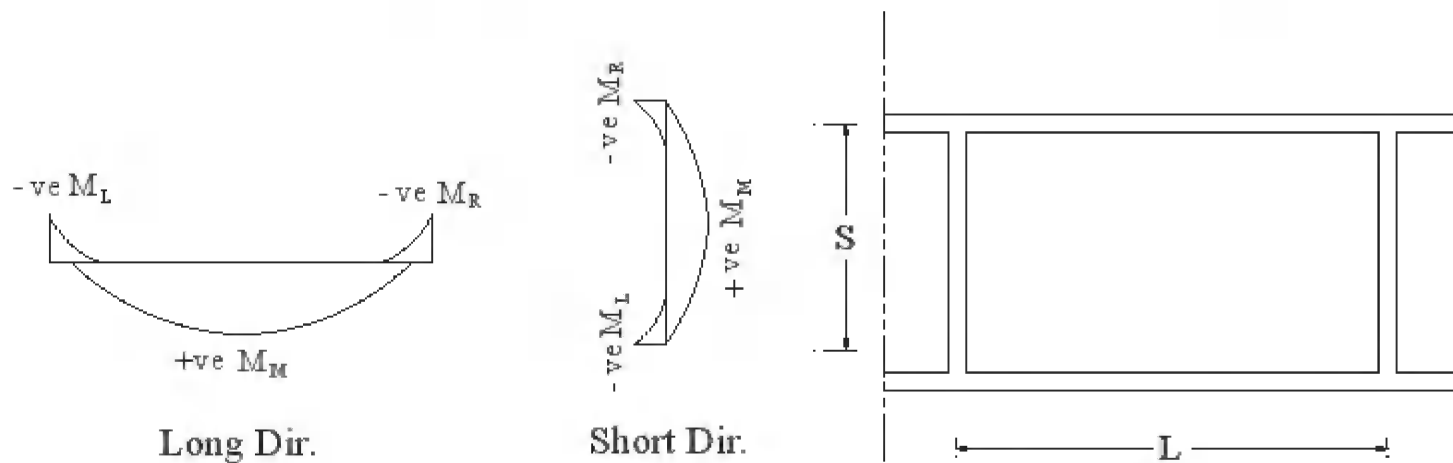


Moment Coefficients for Two Way Slabs (k)
Case (9) Two opposite long ends are discontinuous

$r = L/S$	Short Direction				Long Direction			
	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR
1.0	0.17	0.007	0.021	0.007	0.83	0.083	0.060	0.083
1.1	0.23	0.009	0.028	0.009	0.77	0.077	0.055	0.077
1.2	0.29	0.012	0.037	0.012	0.71	0.071	0.050	0.071
1.3	0.36	0.015	0.045	0.015	0.64	0.064	0.045	0.064
1.4	0.43	0.018	0.054	0.018	0.57	0.057	0.040	0.057
1.5	0.50	0.021	0.063	0.021	0.50	0.050	0.035	0.050
1.6	0.57	0.024	0.071	0.024	0.43	0.043	0.031	0.043
1.7	0.63	0.026	0.078	0.026	0.37	0.037	0.027	0.037
1.8	0.68	0.028	0.085	0.028	0.32	0.032	0.023	0.032
1.9	0.72	0.030	0.090	0.030	0.28	0.028	0.020	0.028
2.0	0.76	0.032	0.095	0.032	0.24	0.024	0.017	0.024

$$M_S = k w S^2$$

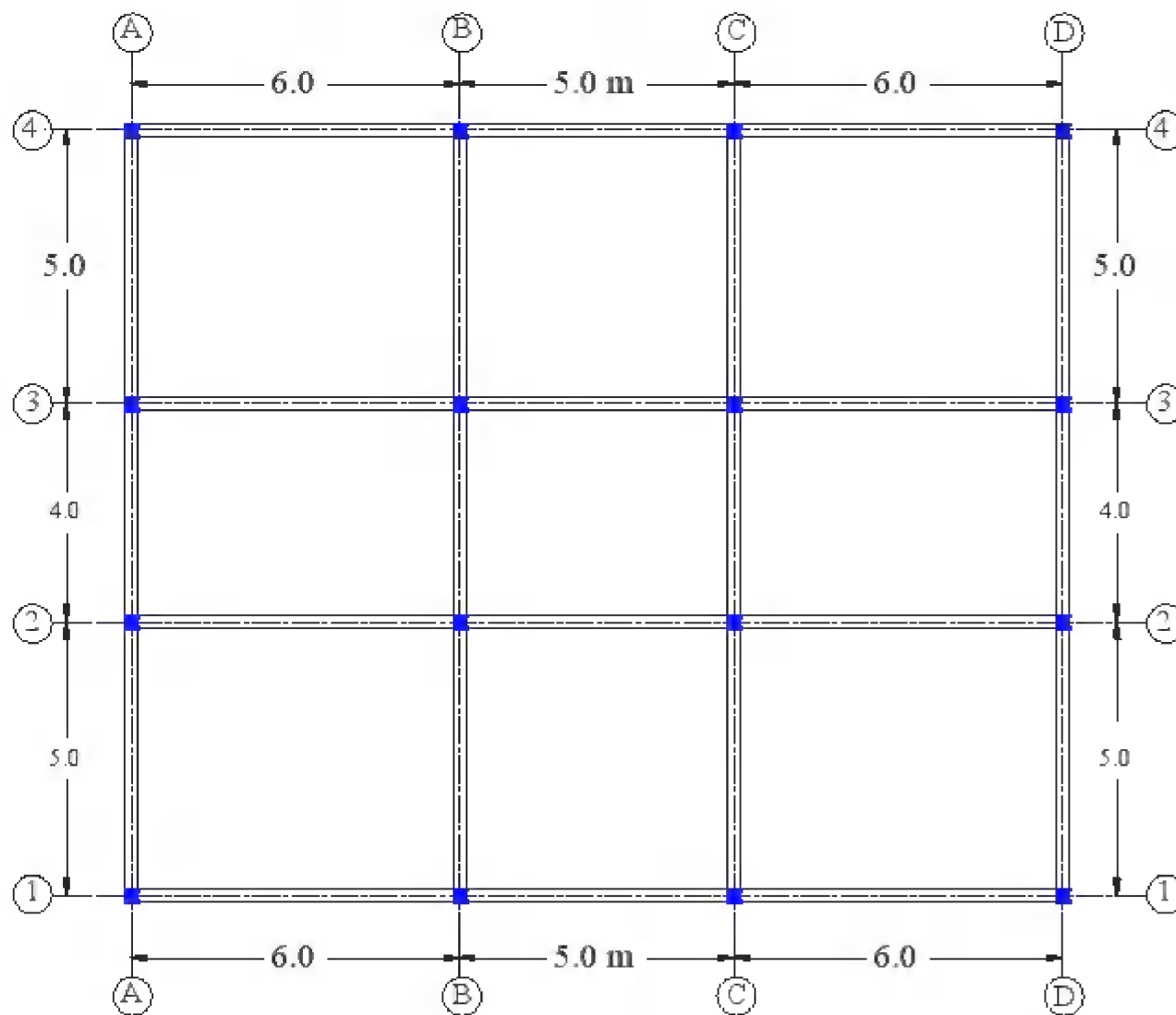
$$M_L = k w L^2$$



Example (9-7):

Design the slabs of the shown floor. Live load = 3.0 kn/m^2 , cover = 1.5 kn/m^2

$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2, \quad f_y = 360 \text{ N/mm}^2.$$

Solution:

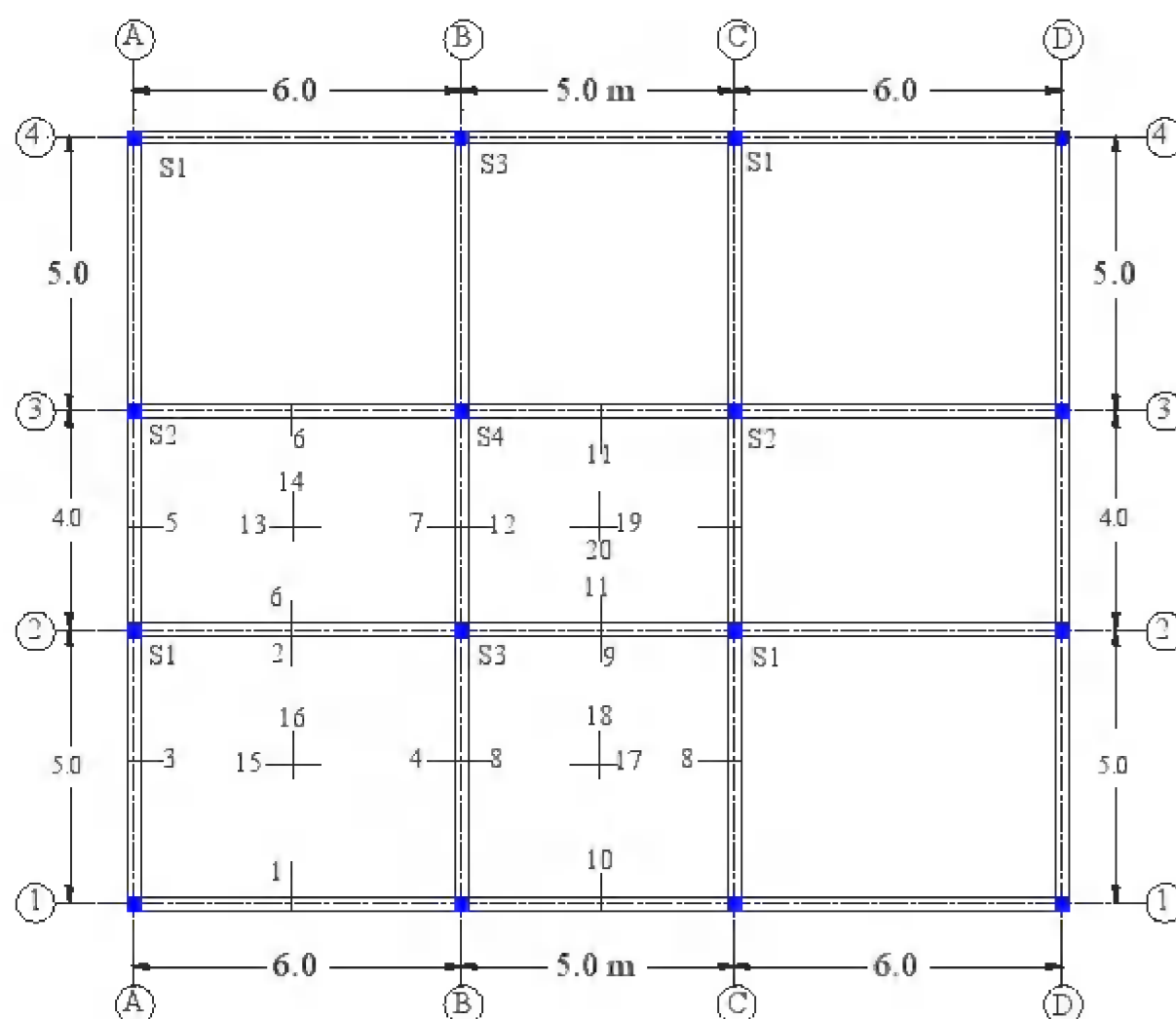
$$t = \frac{S}{40} = \frac{5000}{40} = 125 \quad \text{use } t = 140 \text{ mm}$$

$$\text{Load o.wt} = 0.14 \times 25 = 3.5 \text{ kn/m}^2$$

$$\text{Cover} = 1.50 \text{ kn/m}^2$$

$$w = 1.4 (5.0) + 1.6 (3.0) = 11.8 \text{ t/m}^2$$

The roof is ax symmetrical about the horizontal and the vertical centerlines of the roof, only four panels need to be designed. The critical sections are marked as shown in the following figure to get the moment factor (k) , and then calculating the bending moment.

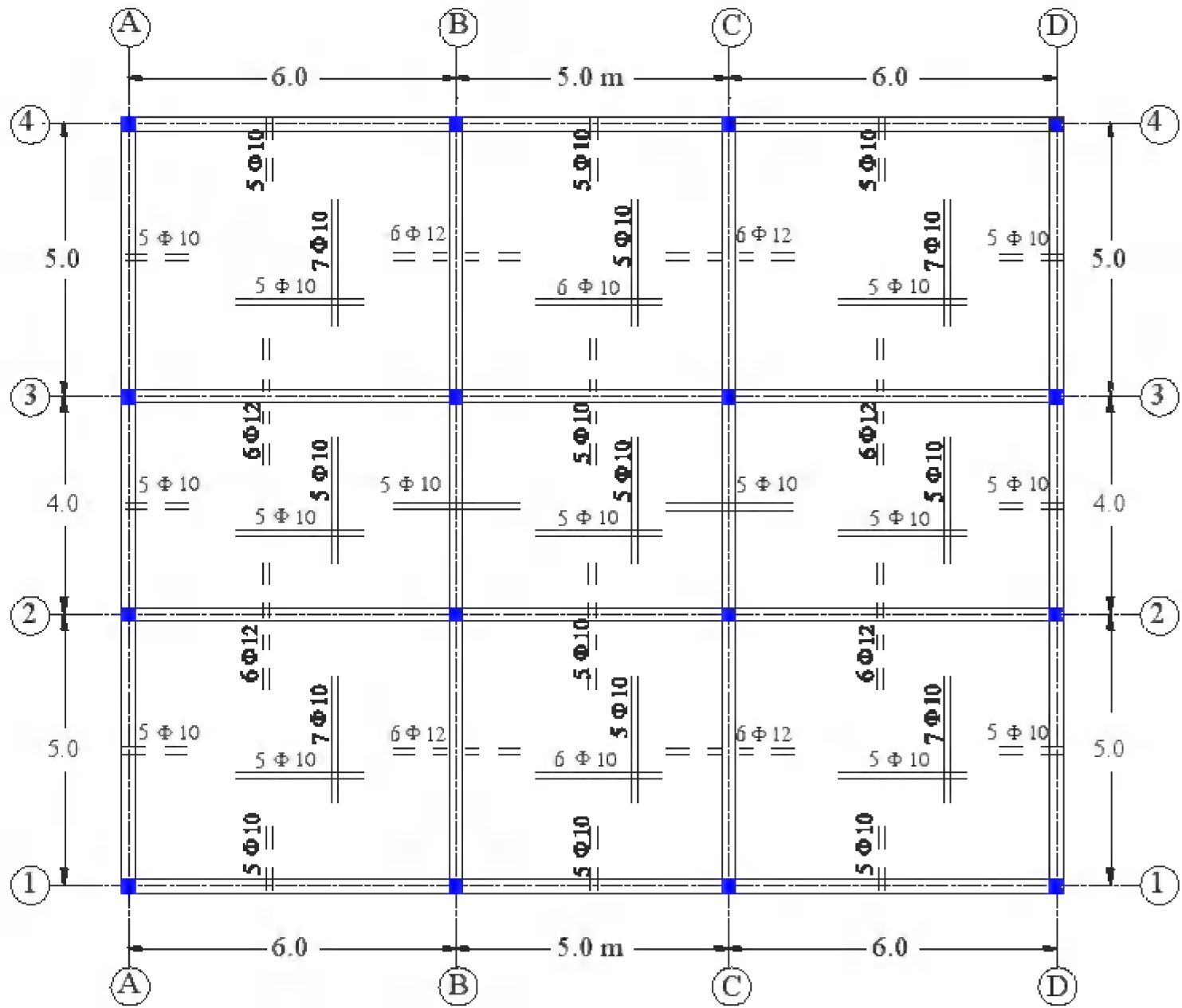


The results are accommodated in a table that can be explained as follows :

- 1- First column indicate the slab type.
- 2- Second column indicate the location of the section.
- 3- Third and fourth columns shows the slab dimensions, the shadow one is that used for calculating the moment for the corresponding section.
- 4- Fifth column shows the case of the slab in the alternative method for calculating the bending moment.
- 5- Sixth column calculates the rectangularity of the slab $= L/S$.
- 6- Seventh column shows the k factor from the table of slabs according to the slab type.
- 7- Eighth column shows the ultimate distributed load on the slab as calculated before.
- 8- Ninth column calculates the bending moment $M_u = k.w.S^2 (L^2)$.
- 9- Tenth column calculates K_u from the equation $M_u = K_u.b.d^2$ where $d=12$ cm.

Slab	Sec.	L	S	Case	R	k	w	Mu	Ku	$\mu\%$	As	Bars/m'	Chosen
S1	1	6.00	5.00	5.00	1.20	0.028	1.180	8.30	0.574	0.22	2.64	6 ϕ 8	5 ϕ 10
	2	6.00	5.00	5.00	1.20	0.075	1.180	22.10	1.536	0.54	6.48	6 ϕ 12	6 ϕ 12
	3	6.00	5.00	5.00	1.20	0.014	1.180	5.90	0.413	0.20	2.40	6 ϕ 8	5 ϕ 10
	4	6.00	5.00	5.00	1.20	0.036	1.180	15.30	1.062	0.37	4.44	6 ϕ 10	6 ϕ 12
	15	6.00	5.00	5.00	1.20	0.030	1.180	12.70	0.885	0.30	3.60	5 ϕ 10	5 ϕ 10
	16	6.00	5.00	5.00	1.20	0.061	1.180	18.00	1.250	0.44	5.28	7 ϕ 10	7 ϕ 10
S2	5	6.00	4.00	3.00	1.50	0.004	1.180	1.70	0.118	0.20	2.40	5 ϕ 10	5 ϕ 10
	6	6.00	4.00	3.00	1.50	0.091	1.180	17.20	1.193	0.41	4.92	6 ϕ 12	6 ϕ 12
	7	6.00	4.00	3.00	1.50	0.010	1.180	4.20	0.295	0.20	2.40	5 ϕ 10	5 ϕ 10
	13	6.00	4.00	3.00	1.50	0.008	1.180	3.40	0.236	0.20	2.40	5 ϕ 10	5 ϕ 10
	14	6.00	4.00	3.00	1.50	0.065	1.180	12.30	0.852	0.30	3.60	5 ϕ 10	5 ϕ 10
S3	8	5.00	5.00	3.00	1.00	0.067	1.180	19.80	1.373	0.48	5.76	6 ϕ 12	6 ϕ 12
	9	5.00	5.00	3.00	1.00	0.037	1.180	10.90	0.758	0.27	3.24	5 ϕ 10	5 ϕ 10
	10	5.00	5.00	3.00	1.00	0.014	1.180	4.10	0.287	0.20	2.40	6 ϕ 8	5 ϕ 10
	17	5.00	5.00	3.00	1.00	0.048	1.180	14.20	0.983	0.34	4.08	6 ϕ 10	6 ϕ 10
	18	5.00	5.00	3.00	1.00	0.030	1.180	8.90	0.615	0.23	2.76	6 ϕ 8	5 ϕ 10
S4	11	5.00	4.00	2.00	1.25	0.070	1.180	13.20	0.918	0.31	3.72	5 ϕ 10	5 ϕ 10
	12	5.00	4.00	2.00	1.25	0.030	1.180	8.90	0.615	0.22	2.64	5 ϕ 8	5 ϕ 10
	19	5.00	4.00	2.00	1.25	0.021	1.180	6.20	0.430	0.20	2.40	6 ϕ 8	5 ϕ 10
	20	5.00	4.00	2.00	1.25	0.050	1.180	9.40	0.656	0.23	2.76	5 ϕ 8	5 ϕ 10

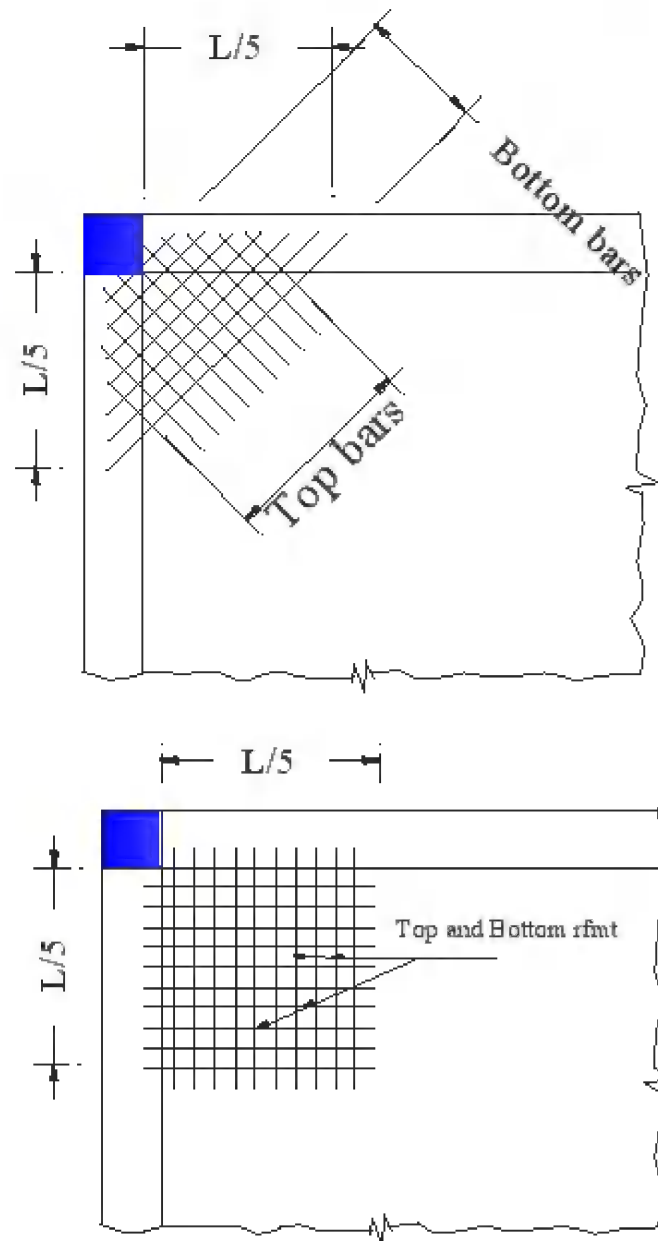
- 10- Eleventh column shows the reinforcement ratio from tables according to K_u ...
- 11- Twelfth column calculates the required area of steel $A_s = \mu \cdot b \cdot d$.
- 12- Thirteenth column shows the chosen bars for reinforcement to satisfy the required area of steel
- 13- Fourteenth column shows the actual chosen bars after arranging the reinforcement to take care of the adjacent sections that they should have the same reinforcement.



شكل (9-39) تسليح بلاطات المثال (7-9)

6-9- تسليح الأركان الخارجية في البلاطات ذات الاتجاهين : Exterior Corner Rfmt in Two Way Slabs

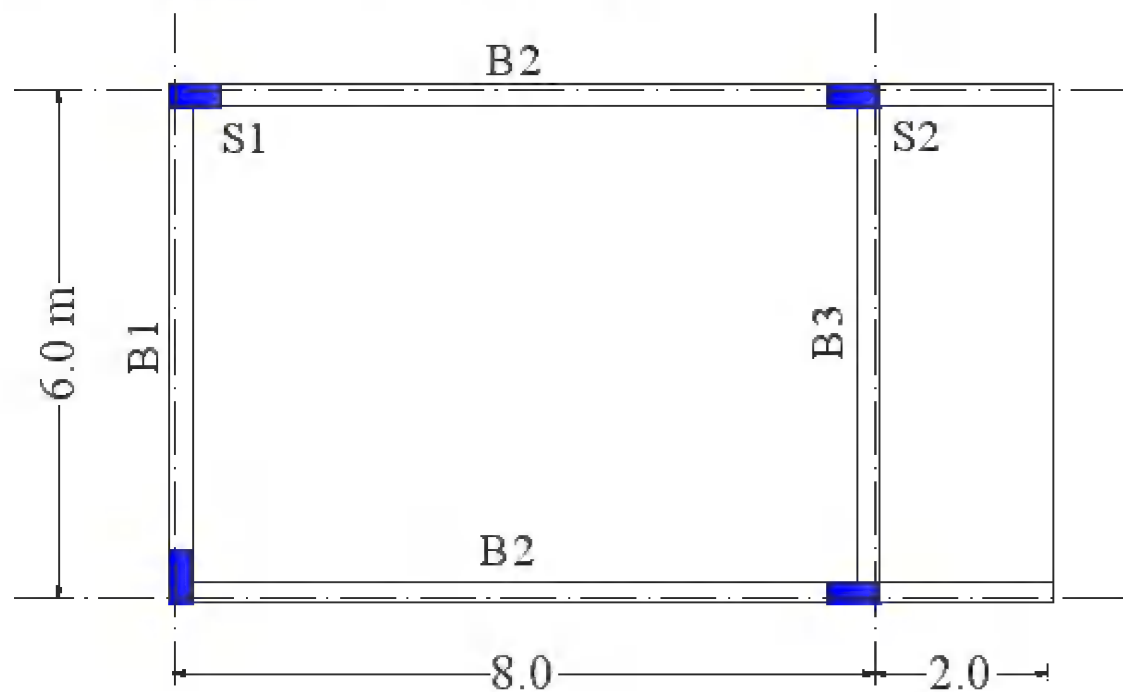
نظرا لوجود عزوم التواء (twisting moments) عند الأركان الخارجية للبلاطات ذات الاتجاهين حيث تتسبب هذه العزوم في شروخ سفلية موازية لقطر البلاطة وشروخ أخرى بالسطح العلوي عمودية على هذا القطر ، أى عمودية على الشروخ السفلية. ويتم مقاومة اللجهادات المتسببة في هذه الشروخ بتسليح علوي موازيا لقطر البلاطة ، وتسليح سفلي عمودي على قطر البلاطة كما هو موضح بالشكل. ويمتد هذا التسليح لمسافة تساوي خمس البعد الأكبر للبلاطة. ويمكن استخدام تسليح علوي وسفلي موازيا لأبعاد البلاطة ويكون هذا التسليح مساويا لتسليح أكبر عزم انحناء موجب في البلاطة.



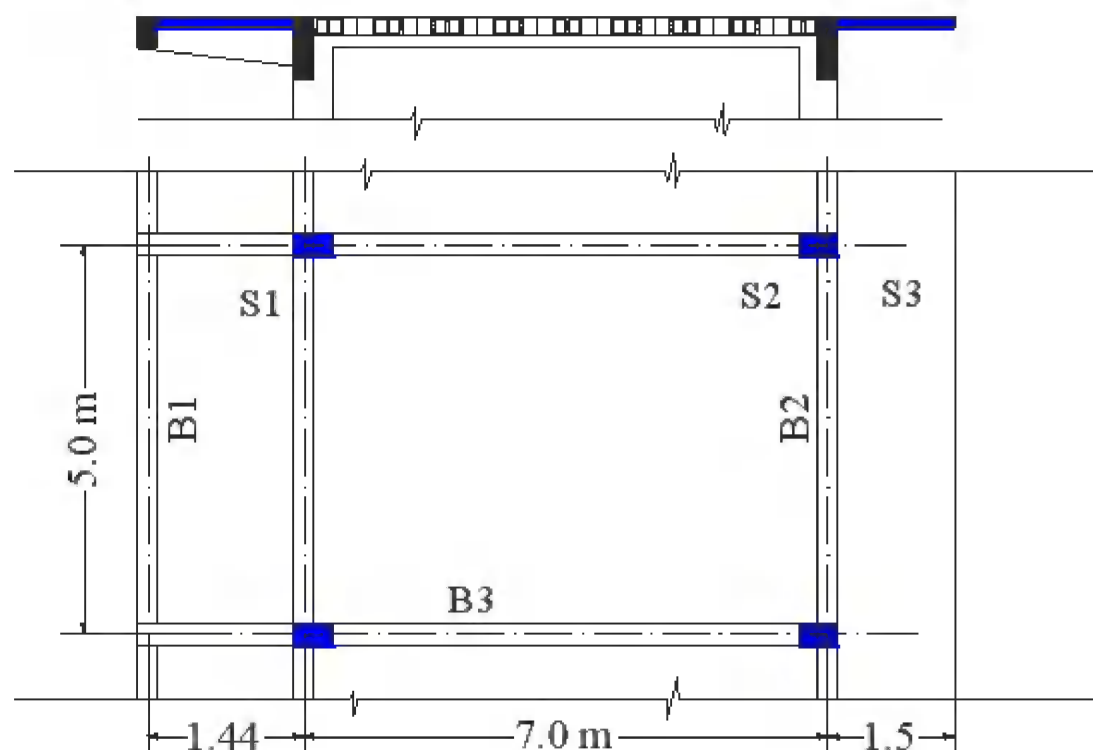
شكل (9-39) التسليح السفلي والعلوي لأركان الخارجية للبلاطات لمقاومة عزوم الالتواء

Chapter (9) – Problems

- 1- For the reinforced concrete floor shown: Live load = 3.0 kn/m^2 . Design the solid slabs S1 and S2. If it is required to use hollow blocks to get an even surface (no drop beams); Design the hollow block slabs.



- 2- For the reinforced concrete floor shown:
 a- Design the slabs S1, S3 as solid slabs.
 b- Design the slab S2 as two-way hollow block slab.

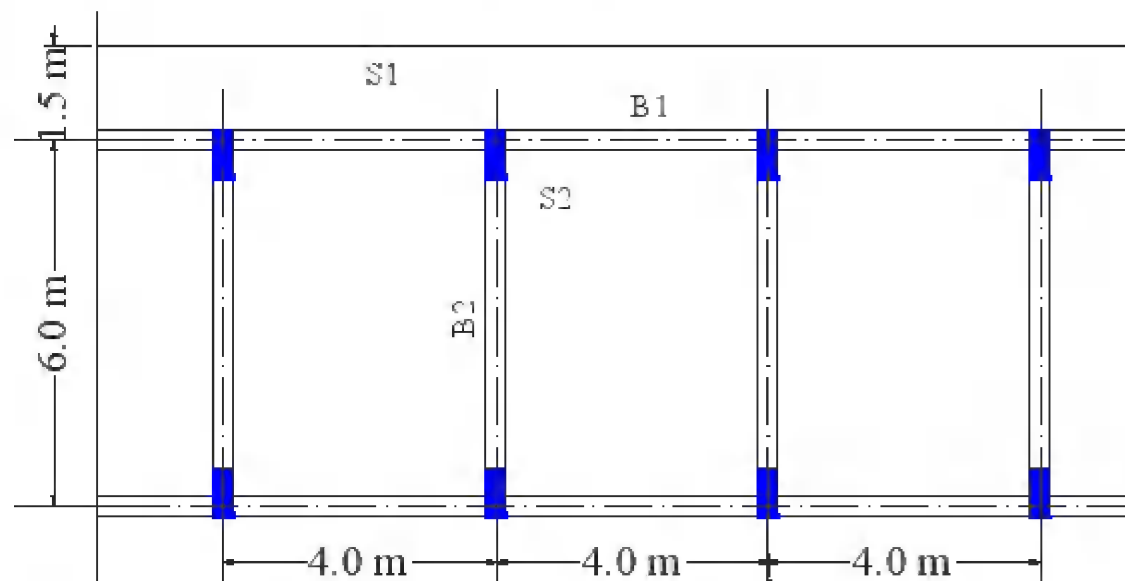


3- For the floor shown in fig., make complete design for:

a- Slabs S1 and S2 .

b- Draw the details of reinforcement for slabs .

L.L.= 2.5 kN/m^2 , $f_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



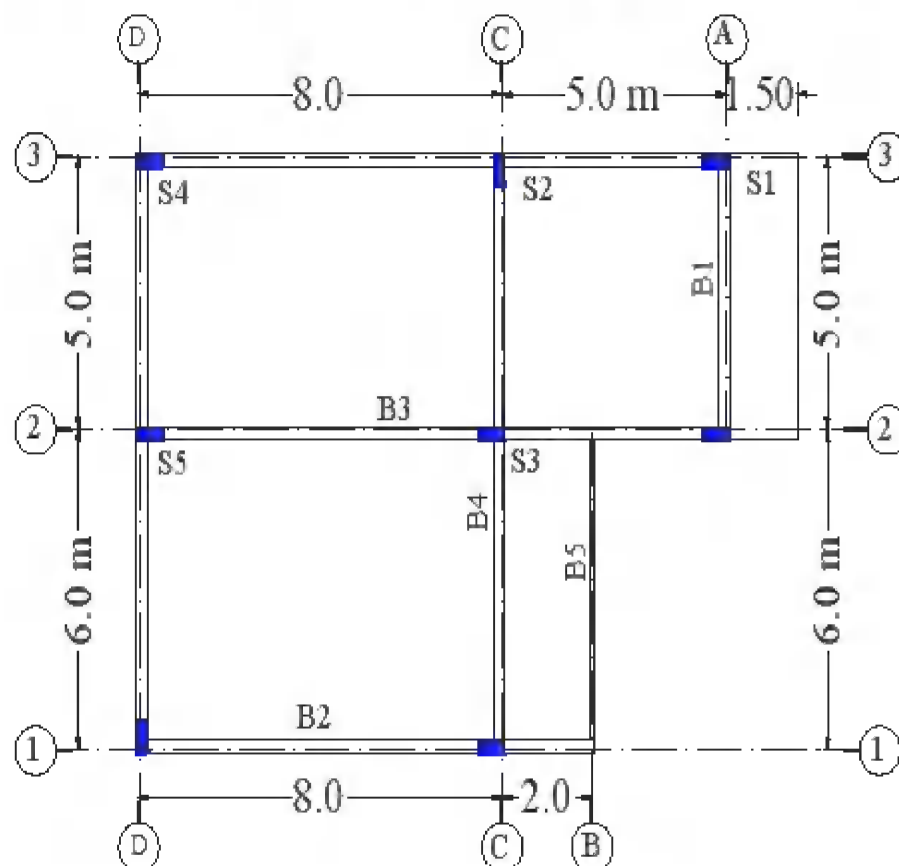
4- For the floor shown in fig., make complete design for:

a- Slabs S1 , S2 , and S3 (solid slabs).

b- S4 (one way H.B. slab).

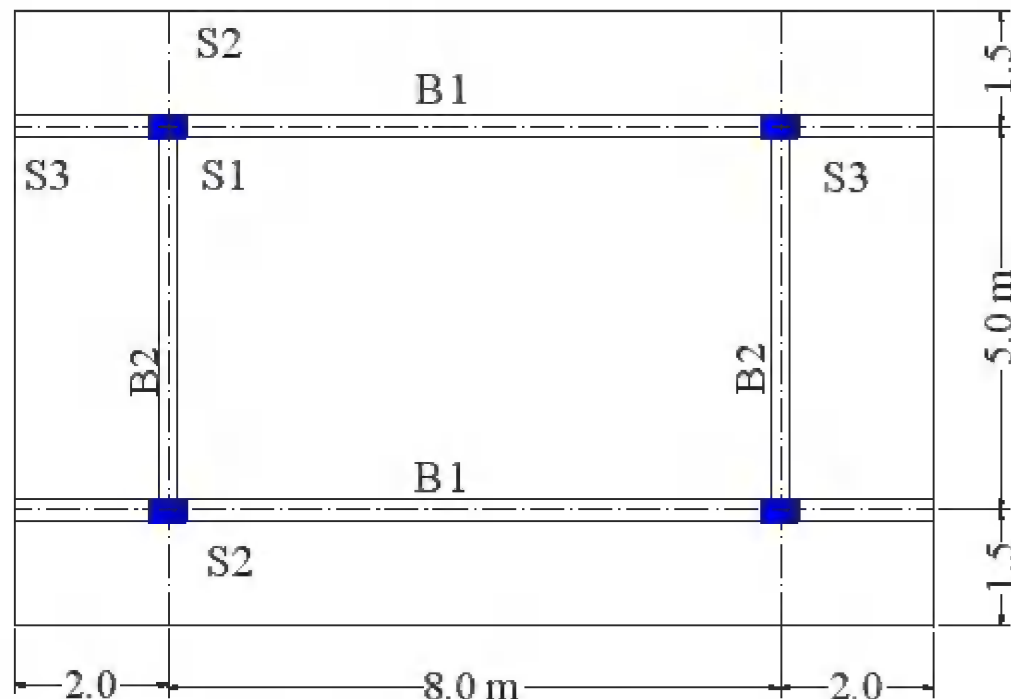
c- S5 (two way H.B. slab).

L.L.= 2.50 kN/m^2 , $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



5- For the reinforced concrete roof shown in fig. It is required to :

design slabs S1 and S2, L.L. = 2.50 kn/m^2 , $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



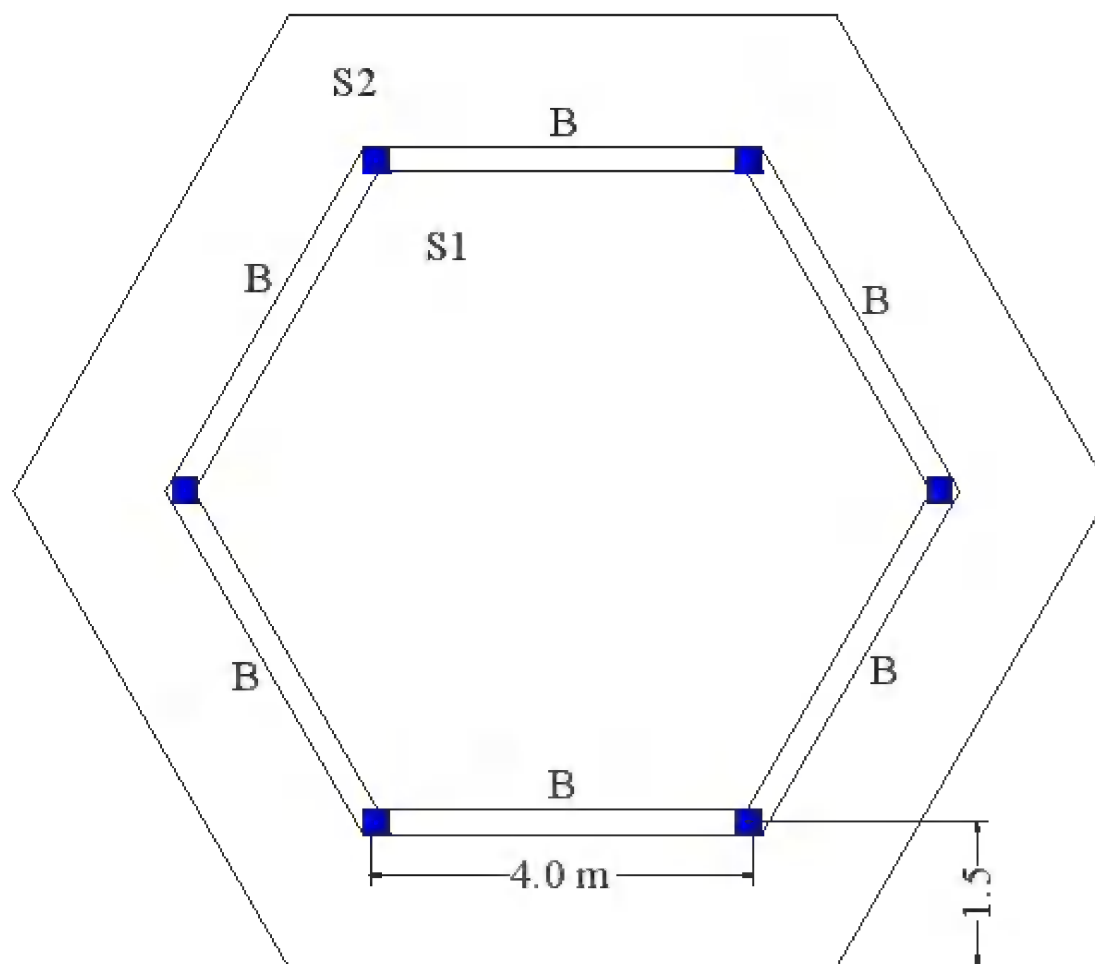
6- Design a one-way slab to carry a live load of 500 kg/m^2 , and an external dead load of 2.5 kn/m^2 . The slab is simply supported over a span of 5.0 m . Given $f_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$. choose the appropriate system.

7- Design an interior one-way slab ($L = 6.0 \text{ m}$) with both ends continuous, which carries a uniform dead load of 4.0 kn/m^2 (excluding self-weight) and live load of 7.0 kn/m^2 . $f_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$.

8- Design an interior two-way square slab ($L = 7.0 \text{ m}$) with both ends continuous, which carries a uniform dead load of 2.0 kn/m^2 (excluding self-weight) and live load of 3.0 kn/m^2 . Solve the problem in three cases; solid slab, waffle slab, and hollow block slab. $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$.

9- Design an simply supported square slab ($L = 6.0 \text{ m}$) which carries a uniform dead load of 3.0 kn/m^2 (excluding self-weight) and live load of 5.0 kn/m^2 . use ; solid slab, and hollow block slab system. $f_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.

- 10- Design the shown hexagonal roof which carries a uniform dead load of 3.0 kN/m^2 (excluding self-weight) and live load of 4.0 kN/m^2 . use ; solid slab, hollow block slab , and waffle slab systems for S1. $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



- 11- Design a one-way joist slab to carry a live load of 5.0 kN/m^2 , and an external dead load of 3.0 kN/m^2 . The slab is simply supported over a span of 6.0 m . Given $f_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$. Choose the appropriate system.
Resolve the problem using hollow block slab system.

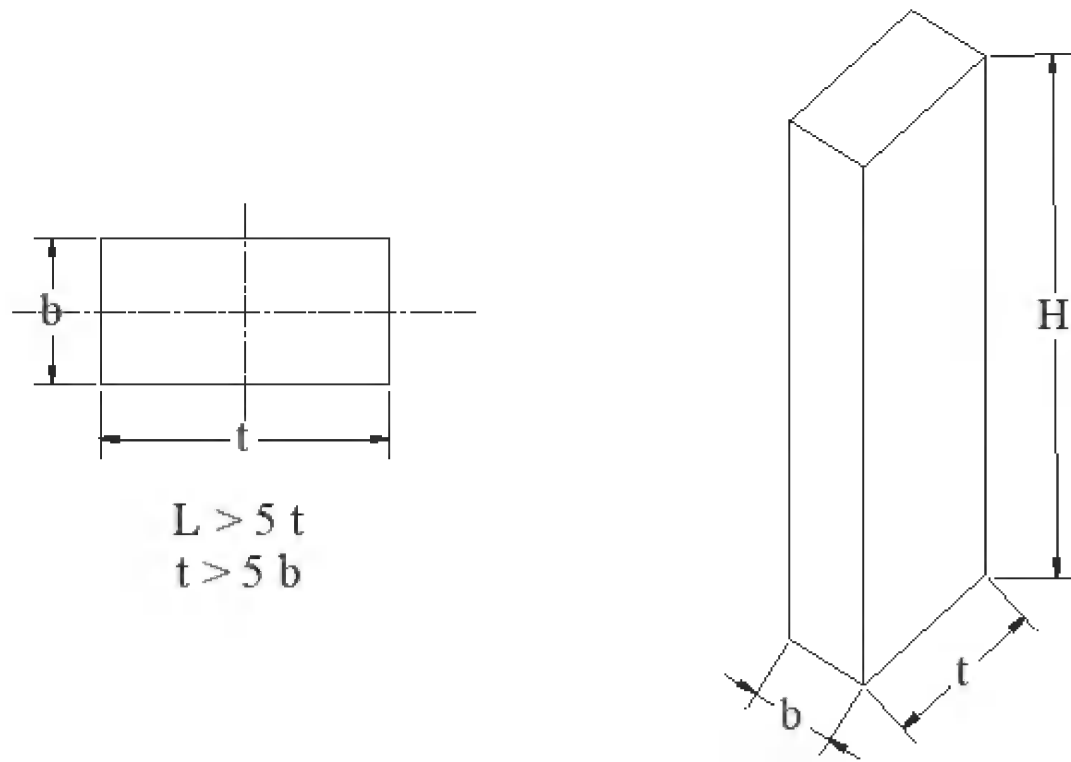
- 12- Design an interior one-way slab ($L = 7.0 \text{ m}$) with both ends continuous, which carries a uniform dead load of 4.0 kN/m^2 (excluding self-weight) and live load of 7.0 kN/m^2 . use joist slab system, and hollow block system. $f_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$.

- 13- State the names of different types of slabs used in construction.
- 14- How do the slabs primarily carry the transverse loads ?
- 15- Differentiate between one-way and two-way slabs.
- 16- State span to depth ratios of two-way slabs for different support conditions to be considered for the control of deflection.
- 17- Explain the provisions of torsional reinforcing bars in restrained type of two-way slabs.
- 18- State span to depth ratios of one-way slabs for different support conditions to be considered for the control of deflection.
- 19- State the minimum amounts of reinforcing bars to be provided in slabs?
- 20- State the maximum diameter of a bar to be used in slabs.
- 21- How do we determine the effective depth of a slab for a given factored moment?
- 22- How do we determine the area of steel to be provided for a given subjected to a factored moment ?
- 23- How do we determine the amount of steel in the longer span direction in one way slabs?

تصميم الأعمدة الخرسانية المسلحة Design of Reinforced Concrete Columns

10-1- تعريف:

يمكن تعريف العمود بأنه العضو الإنشائي المعرض أساساً لقوة ضغط ويزيد طوله (في اتجاه محور العمود) عن خمس أمثال البعد الأصغر لمقطع العمود. كما لا يزيد البعد الأكبر لمقطع العمود عن خمس أمثال البعد الأصغر وتأخذ الأعمدة أشكالاً مثل المستطيل ، و الدائري ، والمضلع ، والأعمدة المركبة من مستطيلات. ووظيفة العمود أساساً هو نقل الحمل المؤثر عليه إلى القواعد والتي تنقلها بدورها إلى الأرض.

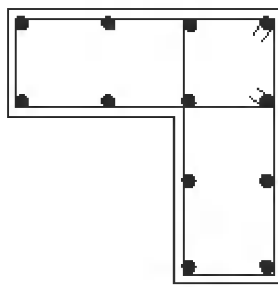


10-2- أنواع الأعمدة : Types of Columns

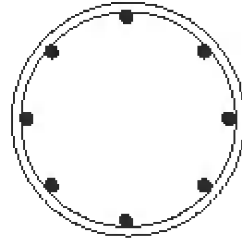
يمكن تصنيف الأعمدة الخرسانية بعده طرق مختلفة كما يلي:

- | | |
|---------------------------|---|
| 1- حسب شكل مقطع العمود. | According to Shape |
| 2- حسب مادة العمود. | According to Material |
| 3- حسب التدعيم الجانبي. | According to Side Bracing |
| 4- حسب القابلية للانبعاج. | According to Buckling |
| 5- حسب شكل الكانات. | According to shape of lateral reinforcement |

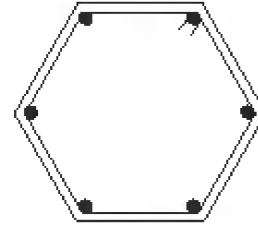
10-2-1- حسب شكل مقطع العمود : According to Shape



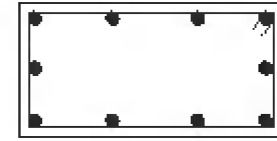
L-section



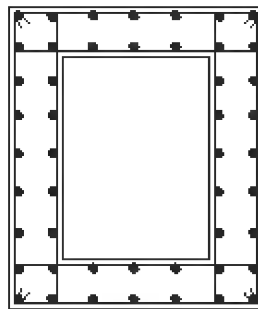
circular



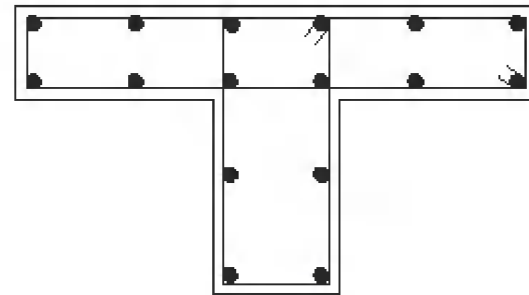
Polygon



Rectangular



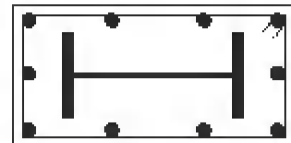
Hollow Section



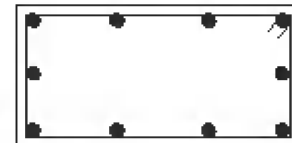
T- section

10-2-2- حسب مادة العمود : According to Material

تنقسم الأعمدة في هذه الحالة الى الأعمدة المسلحة بقضبان التسليح في الاتجاهين الطولي والعرضي والى الأعمدة المدعمة بقطاعات حديدية انشائية كما هو موضح بالشكل.



Composite Section

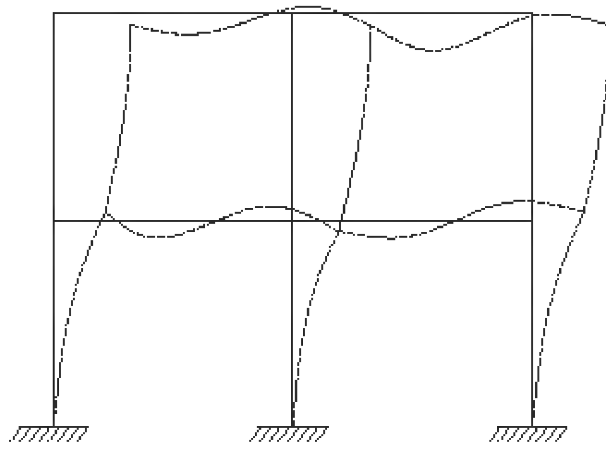


Reinforced Section

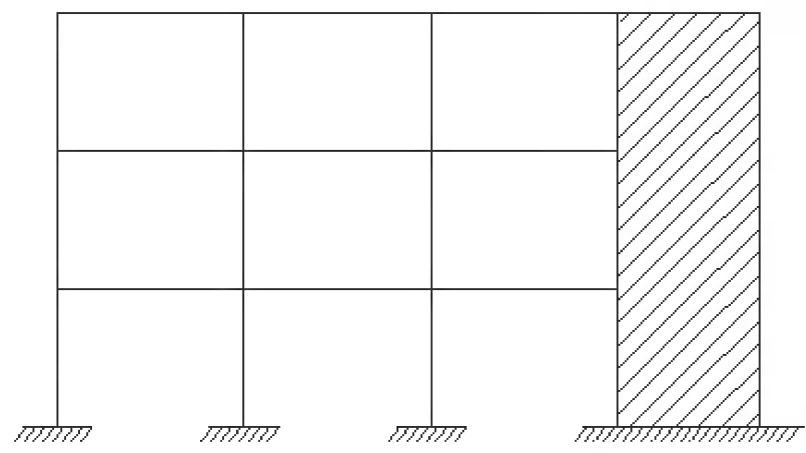
10-2-3- حسب التدعيم الجانبي : According to Side Bracing

10-3-2-1- الأعمدة المقيدة وغير المقيدة : Braced and Unbraced Columns

حدد الكود المصري لتصميم وتنفيذ المنشآت الخرسانية المسلحة الأعمدة المقيدة بأنها الأعمدة التي لا تتعرض لأحمال أفقية حيث يتم مقاومة هذه الأحمال الأفقية بواسطة أعضاء خاصة مثل حوائط القص (Shear walls) أو الأعمدة المرتبطة بشكالات (bracing system) أو إذا كانت مستندة إلى أكتاف خرسانية. وتعتبر الأعمدة غير مقيدة بخلاف ذلك.



Unbraced Columns



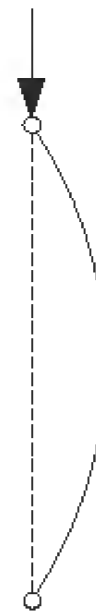
Shear wall

Braced Columns

يمكن التفريق بين الأعمدة المقيدة والأعمدة الغير مقيدة بأنه إذا كان هناك حركة عرضية نسبية بين طرفي العمود يكون غير مقيد (unbraced) وإذا لم تكن هناك حركة عرضية نسبية بين طرفي العمود فيكون العمود مقيداً (braced).



Unbraced Column



Braced Column

ولا شك أن الأعمدة المقيدة (braced) تكون أقوى وأقدر على مقاومة الأحمال وأقل عرضه للانحراف عن الأعمدة الغير مقيدة عند تعرضهما لنفس الظروف. ويعتمد تحديد كون العمود مقيد أو غير مقيد على طول العمود ومقطعه وكذلك على الحمل المؤثر عليه وعلى النظام الإنشائي الذي يرتبط مع العمود.

ويمكن اعتبار العمود مقيداً إذا استوفى أيًا من المتطلبات الآتية:

1- الأحمال الأفقية يتم مقاومتها بأعضاء معينة مثل حوائط القص shear walls

2- إذا كانت الأعمدة مدعمة عرضياً بحوامل خرسانية concrete bearings.

3- إذا حققت الأعمدة المعادلة الآتية :

بالنسبة للأعمدة التي يزيد ارتفاعها أو يساوي أربعة طوابق:

$$\alpha = H \sqrt{\frac{\sum N}{\sum EI}} \leq 0.6$$

في حالة الأعمدة التي يقل ارتفاعها عن أربعة طوابق:

$$\alpha = H \sqrt{\frac{\sum N}{\sum EI}} < (0.2 + 0.1n)$$

حيث $\sum N$: مجموع الأحمال الرأسية المؤثرة على الأعمدة.

n : عدد الطوابق.

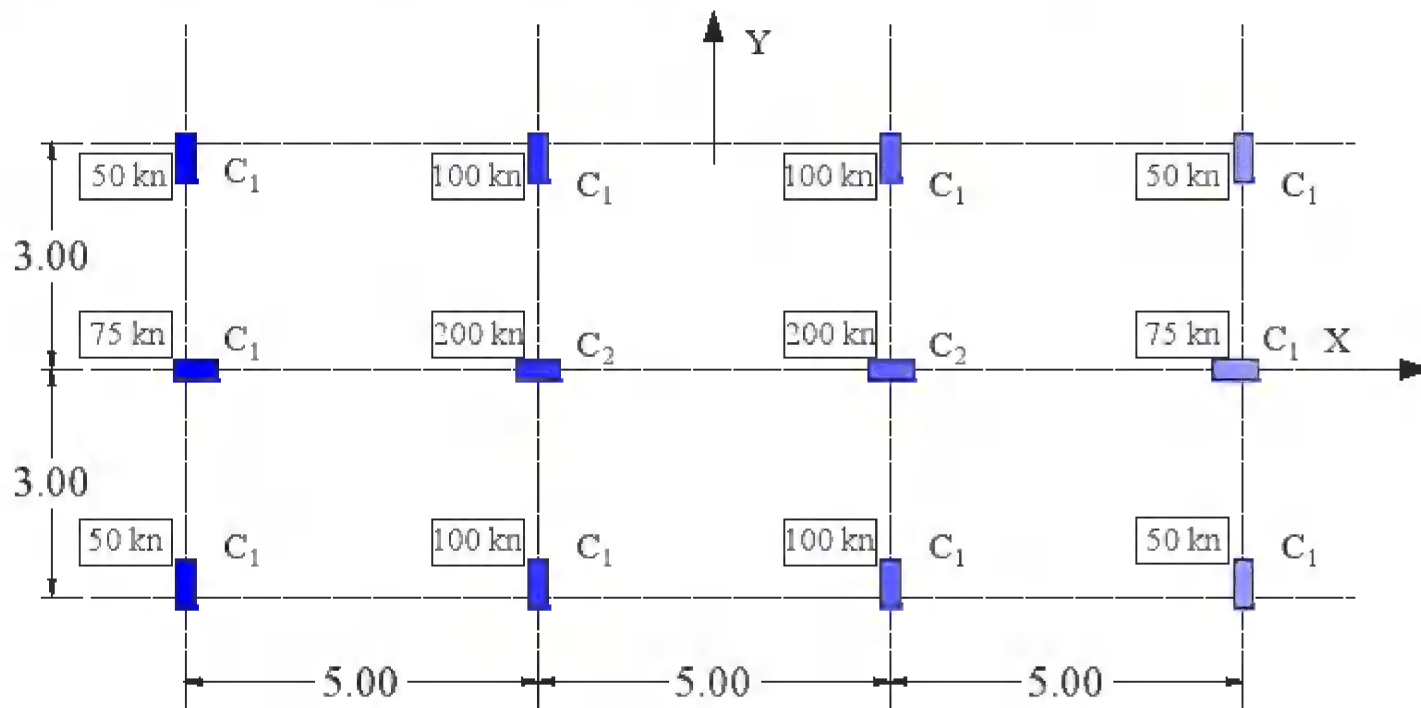
H : ارتفاع المبنى أعلى الأساسات.

$\sum EI$: مجموع جساءة الانحناء للأعمدة في الاتجاه تحت الدراسة.

Example (10-1):

The plan shown represent a floor of 6-story building, the floor height is 3.0 m the load of each column is shown. $C_1 = 250 \times 400 \text{ mm}^2$ and $C_2 = 250 \times 600 \text{ mm}^2$, $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$

Show if the columns are braced or not in X and Y directions.



Solution:

$$\text{for } C_1 \quad I_{\min} = 400 \times 250^3 / 12 = 520.8 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{\max} = 250 \times 400^3 / 12 = 1333.3 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\text{for } C_2 \quad I_{\min} = 600 \times 250^3 / 12 = 781.25 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{\max} = 250 \times 600^3 / 12 = 4500 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\text{Load per floor} = 4 \times 50 + 2 \times 75 + 4 \times 100 + 2 \times 200 = 1150 \text{ kn}$$

$$\text{Assume } E \text{ for concrete} = E_c = 4400 \sqrt{f_{cu}}$$

$$E = 4400 \sqrt{25} = 22000 \text{ N/mm}^2 = 22.0 \text{ kn/mm}^2$$

For X - direction :

$$I_y = 8 \times 520.8 \times 10^6 + 2 \times 1333.3 \times 10^6 + 2 \times 4500 \times 10^6 = 15833 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\Sigma E I_y = 22.0 \times 15833 \times 10^6 = 348 \times 10^9 \text{ kn.mm}^2$$

$$\alpha_x = H \sqrt{\frac{\sum N}{\sum E I_y}} = 18000 \sqrt{\frac{6 \times 1150}{348 \times 10^9}} = 2.53 > 0.6$$

فالأعمدة في هذه الحالة تعتبر غير مقيدة جانبياً (Unbraced) في اتجاه X

For Y - direction :

$$I_x = 8 \times 1333.3 \times 10^6 + 2 \times 520.8 \times 10^6 + 2 \times 781.25 \times 10^6 = 13270.5 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

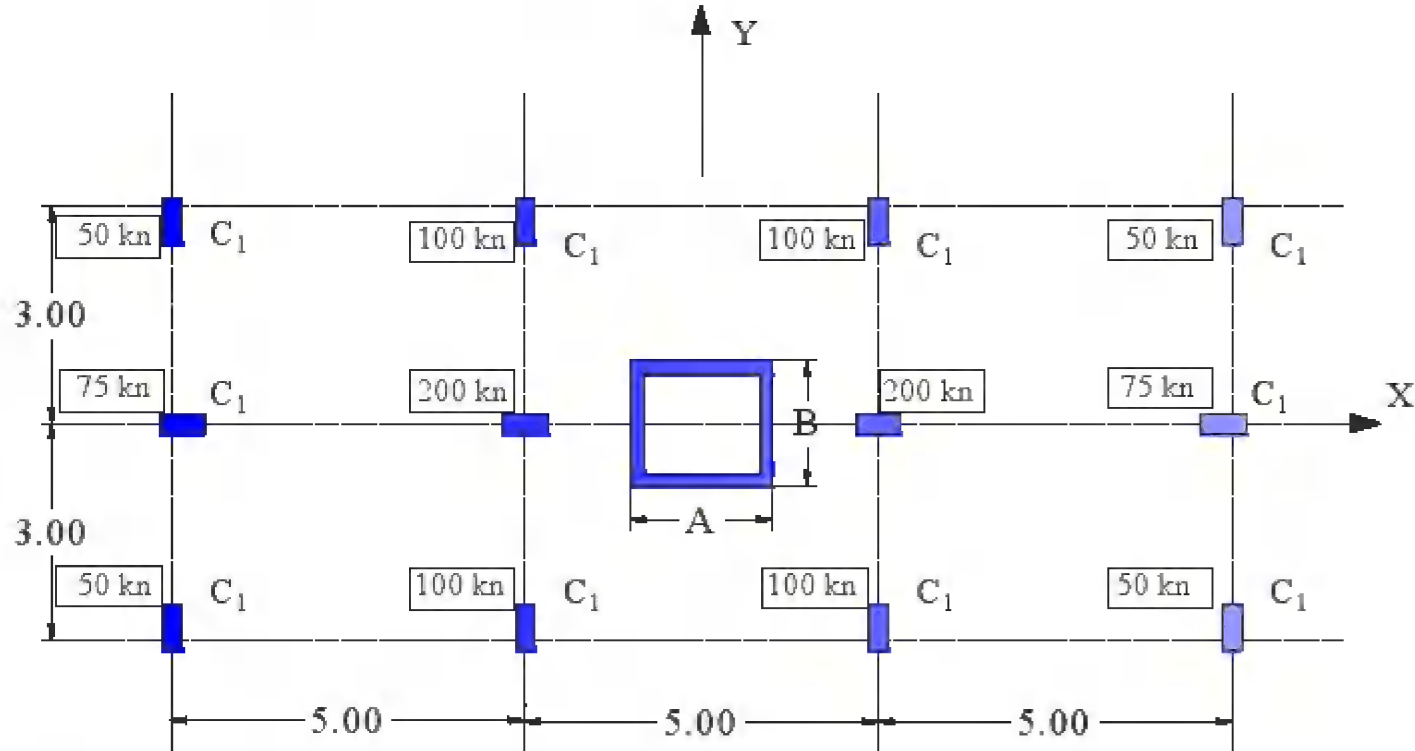
$$\Sigma E I_y = 22.0 \times 13270 \times 10^6 = 291.9 \times 10^9 \text{ kn.mm}^2$$

$$\alpha_y = H \sqrt{\frac{\sum N}{\sum E I_x}} = 18000 \sqrt{\frac{6 \times 1150}{291.9 \times 10^9}} = 2.77 > 0.6$$

فالأعمدة في هذه الحالة تعتبر غير مقيدة جانبياً (Unbraced) في اتجاه Y أيضاً.

Example (10-2):

In the previous example calculate the core dimensions A and B if placed as shown to make the columns braced. The wall thickness is 300 mm.

**Solution:**

For columns :

$$I_{xc} = 13240 \times 10^6 \text{ mm}^4 \text{ (as before)}$$

$$I_{yc} = 15820 \times 10^6 \text{ mm}^4 \text{ (as before)}$$

For shaft :

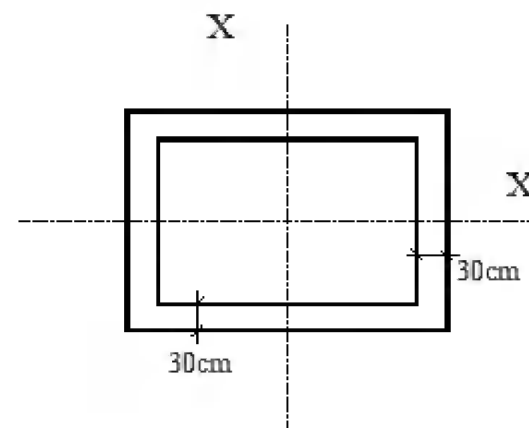
$$I_{xw} = \frac{A B^3}{12} - \frac{(A - 600)(B - 600)^3}{12}$$

$$I_{xw} = (1/12) [A B^3 - (A - 600)(B - 600)^3]$$

$$I_{yw} = (1/12) [B A^3 - (B - 600)(A - 600)^3]$$

For X - direction :

$$\alpha_x = H \sqrt{\frac{\sum N}{\sum E I_y}} = 18000 \sqrt{\frac{6 \times 1150}{22.0(I_{yc} + I_{yw})}} \leq 0.6$$



$$(18000)^2 \left(\frac{6900}{22.0(I_{yc} + I_{yw})} \right) \leq 0.36$$

$$I_{yc} + I_{yw} \geq 28.2 \times 10^{10} \text{ mm}^4$$

$$I_{yw} \geq 28.2 \times 10^{10} - 15820 \times 10^6 \geq 26.6 \times 10^{10} \text{ mm}^4$$

$$26.6 \times 10^{10} = (1/12) [B A^3 - (B-600)(A-600)^3]$$

$$B A^3 - (B-600)(A-600)^3 = 12 \times 26.6 \times 10^{10}$$

$$\text{Assume } A = 1400 \text{ mm} \quad \therefore B = 1300 \text{ mm} \quad \dots\dots\dots (1)$$

For Y - direction :

$$\alpha_y = H \sqrt{\frac{\sum N}{\sum E I_x}} = 18000 \sqrt{\frac{6 \times 1150}{221.35(I_{xc} + I_{xw})}} \leq 0.6$$

$$(18000)^2 \left(\frac{6900}{22.0(I_{xc} + I_{xw})} \right) \leq 0.36$$

$$I_{xc} + I_{xw} \geq 28.2 \times 10^{10} \text{ mm}^4$$

$$I_{xw} \geq 28.2 \times 10^{10} - 13240 \times 10^6 \geq 26.9 \times 10^{10} \text{ mm}^4$$

$$26.9 \times 10^{10} = (1/12) [A B^3 - (A-600)(B-600)^3]$$

$$A B^3 - (A-600)(B-600)^3 = 12 \times 26.9 \times 10^{10}$$

$$\text{Assume } B = 1300 \text{ mm} \quad \therefore A = 1700 \text{ mm} \quad \dots\dots\dots (2)$$

من (1) و (2) يمكن اختيار أبعاد الكور الخرساني كما يلي :

$$B = 1300 \text{ cm} \quad \therefore A = 1700 \text{ mm}$$

10-4-2- حسب القابلية للانبعاج (According to Buckling):

الاعمدة القصيرة والاعمدة الطويلة (Short and Long Columns):

إن مفهوم العمود القصير والعمود الطويل لا يرتبط فقط بطول العمود في اتجاه محور ولكن يعتمد أساسا على النسبة بين طول العمود وأبعاد مقطعة ونوع التثبيت عند طرفيه ولذلك قد يكون عمودان لهما نفس الطول ويتم تصنيف أحدهما على أنه عمود قصير ويتم تصنيف الآخر على أنه عمود طويل وذلك لاختلاف أبعاد مقطعيهما، أو اختلاف نوع الركائز عند طرفيهما.

ويعبر عن هذه العوامل مجتمعة ما يعرف بنحافة العمود (Slenderness ratio).

$$\text{Slenderness ratio} = \frac{k.H_o}{b} = \frac{H_e}{b}$$

H_o : الطول الفعلي للعمود.

H_e : الطول الفعال للعمود.

k : معامل يعتمد على نوع التثبيت عند طرفي العمود.

b : عرض العمود الذي يحدث حوله الانبعاج.

وقد حدد الكود نسبة النحافة λ_o ومعامل النحافة λ_i التي يمكن على أساسها تصنيف الأعمدة وهذه القيمة موضحة بالجدول رقم (1).

جدول رقم (1) القيمة العظمى لمعامل النحافة للأعمدة القصيرة:

حالة العمود	نسبة النحافة للأعمدة المستطيلة (λ_o)	نسبة النحافة للأعمدة الدائرية (λ_d)	معامل النحافة (λ_i)
مقيدة Braced	15	12	50
غير مقيدة Unbraced	10	8	35

$$\lambda_o = \frac{H_e}{b} , \quad \lambda_d = \frac{H_e}{D} , \quad \lambda_i = \frac{H_e}{i}$$

حيث:

λ_o : نسبة النحافة.

λ_i : معامل النحافة.

H_e : الطول الفعال للعمود.

b : بعد مقطع العمود في الاتجاه تحت الاعتبار.

D : بعد مقطع العمود في الاتجاه تحت الاعتبار.

i : نصف قطر القصور الذاتي لمقطع العمود (radius of gyration):

للعמוד المستطيل ($i = 0.3 b$)

للعמוד المستدير ($i = 0.25 D$)

10-2-4-1- Effective height (buckling length) (طول الإنبعاج)

والطول الفعال للعمود هو الطول بين نقطتي الانقلاب للعمود عند انبعاجه وهذا الطول هو الذي ينسب إلى عرض العمود لتحديد إذا ما كان هذا العمود قصيراً أم طويلاً. والطول الفعال للعمود ربما يكون أكبر من أو أقل من الطول الفعلي للعمود وذلك حسب طريقة تثبيت العمود من طرفيه وكذلك حسب إذا ما كان هذا العمود مقيداً جانبياً أم لا. ويحسب الطول الفعال كنسبة من الطول الأصلي من المعادلة الآتية:-

$$H_e = k H_o$$

حيث H_e : الطول الفعال للعمود

k : النسبة بين الطول الأصلي والطول الفعال

H_o : الطول الأصلي للعمود

و هناك طريقتان لتحديد معامل الطول k حيث تكون k القيمة الأقل لما يلي:

الأعمدة المقيدة Braced Columns

$$k = [0.7 + 0.05 (\alpha_1 + \alpha_2)] \leq 1.0$$

$$k = [0.85 + 0.05 \alpha_{\min}] \leq 1.0$$

الأعمدة الغير المقيدة Unbraced columns

$$k = [1.0 + 0.15 (\alpha_1 + \alpha_2)] \geq 1.0$$

$$k = [2.0 + 0.3 \alpha_{\min}] \geq 1.0$$

حيث α_1, α_2 معاملان يحسبان من المعادلة التالية عند الطرفين السفلي والعلوي للعمود على الترتيب

$$\alpha = \frac{\text{stiffness of columns}}{\text{stiffness of beams}} = \frac{\sum E_c I_c / H_o}{\sum E_c I_b / L_b}$$

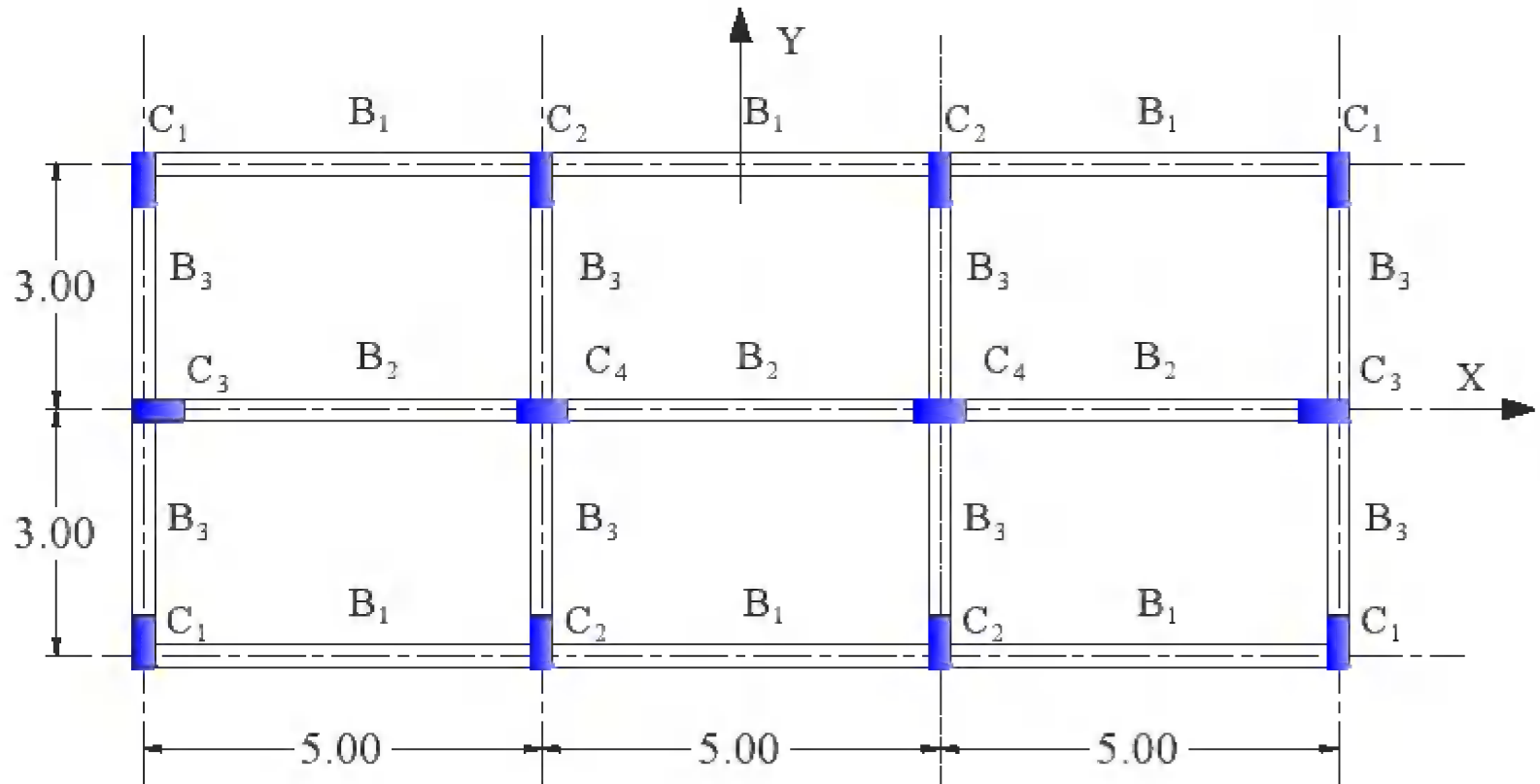
α_{\min} : الأقل من α_1, α_2

I_c, I_b : عزم القصور لكل من الكمرات والعمود حول المحور تحت الدراسة.

H_o, L_b : الطول الأصلي للعمود والكمر.

Example (10-3):

لتطبيق الطريقة المذكورة في البند السابق لتحديد الطول الفعال للعمود سوف نعتبر المبنى المتكرر السابق لدراسة عدد من الأعمدة.



المطلوب دراسة الأعمدة C_1, C_2, C_3, C_4 لتحديد الطول الفعال للعمود بين دورين متكررين حول محوري العمود باعتبار الأبعاد السابق ذكرها بالنسبة لمقطع الأعمدة والأبعاد التالية لمقطع الكمرات وذلك في حالة ستة طوابق عندما تكون (أ) الأعمدة مقيدة (ب) الأعمدة غير مقيدة.

$$B1 = 250 \times 400 \quad I_1 = 250 \times 400^3 / 12 = 1333.3 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$B2 = 250 \times 500 \quad I_2 = 250 \times 500^3 / 12 = 2604 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$B3 = 250 \times 300 \quad I_3 = 250 \times 300^3 / 12 = 562.5 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\text{for } C_1, C_2, C_3 \quad I_{\min} = 400 \times 250^3 / 12 = 520.8 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{\max} = 250 \times 400^3 / 12 = 1333.3 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\text{for } C_4 \quad I_{\min} = 600 \times 250^3 / 12 = 781.25 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{\max} = 250 \times 600^3 / 12 = 4500 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

أولاً : حالة الأعمدة جميعها مقيدة جانبياً في الاتجاهين : All columns are braced in both directions

طالماً أن قيمة المعامل سوف يتم حسابها بين طابقين متكررين ولا يوجد تغير في أبعاد أو أماكن الكمرات والأعمدة بين الأدوار في هذا المثال فإن $\alpha_1 = \alpha_2$ وسوف تعتبر خرسانة الأعمدة مثل خرسانة الكمرات أي أن E_c ثابت.

العمود C_1 :

about X-axis

$$\alpha = \frac{\text{stiffness of columns}}{\text{stiffness of beams}} = \frac{\sum E_c I_c / H_c}{\sum E_c I_b / L_b}$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{2 \times 1333.3 \times 10^6 / 3000}{562.5 \times 10^6 / 3000} = 4.74$$

$$k = [0.7 + 0.05 (\alpha_1 + \alpha_2)] \leq 1.0$$

$$k = [0.85 + 0.05 \alpha_{\min}] \leq 1.0$$

$$k_x = [0.7 + 0.05 \times 2 \times 4.74] = 1.174 = 1.0$$

$$k_x = [0.85 + 0.05 \times 4.74] = 1.087 = 1.0$$

$$\therefore k_x \text{ for } C_1 = 1.0$$

about Y-axis

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{2 \times 520.8 \times 10^6 / 3000}{1333.3 \times 10^6 / 5000} = 1.3$$

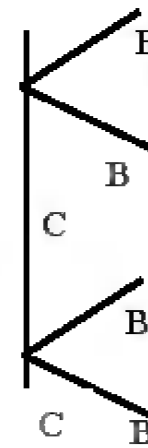
$$k_y = [0.7 + 0.05 \times 2 \times 1.3] = 0.83$$

$$k_y = [0.85 + 0.05 \times 1.3] = 0.915$$

$$\therefore k_y \text{ for } C_1 = 0.83$$

$$H_x = 1.0 \times 3000 = 3000 \text{ mm}$$

$$H_y = 0.83 \times 3000 = 2490 \text{ mm}$$



العمود C_2 :about X-axisلأنه ليس هناك فرق بين العمود C_1 ، العمود C_2 بالنسبة للمحور X $\therefore k_x$ for $C_2 = 1.0$ about Y-axis

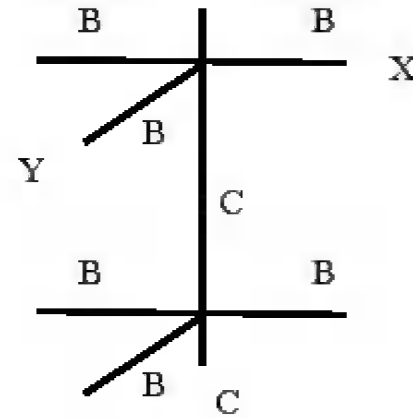
$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{2 \times 520.8 \times 10^6 / 3000}{2 \times 1333.3 \times 10^6 / 5000} = 0.651$$

$$k_y = [0.7 + 0.05 (\alpha_1 + \alpha_2)] \leq 1.0$$

$$k_y = [0.7 + 0.05 \times 2 \times 0.651] = 0.765$$

$$H_x = 1.0 \times 3000 = 3000 \text{ mm}$$

$$H_y = 0.765 \times 3000 = 2300 \text{ mm}$$

العمود C_3 about X-axis

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{2 \times 520.8 \times 10^6 / 3000}{2 \times 562.5 \times 10^6 / 3000} = 0.93$$

$$k_x = [0.7 + 0.05 \times 2 \times 0.93] = 0.793$$

about Y-axis

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{2 \times 1333.3 \times 10^6 / 3000}{2604 \times 10^6 / 5000} = 1.71$$

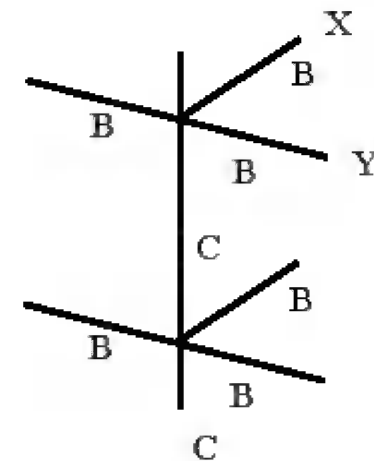
$$k_y = [0.7 + 0.05 \times 2 \times 1.71] = 0.87$$

$$k_y = [0.85 + 0.05 \times 1.71] = 0.93$$

 $\therefore k_y$ for $C_3 = 0.87$

$$H_x = 0.793 \times 3000 = 2380 \text{ mm}$$

$$H_y = 0.87 \times 3000 = 2610 \text{ mm}$$



العمود C₄about X-axis

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{2 \times 781.25 \times 10^6 / 3000}{2 \times 562.5 \times 10^6 / 3000} = 1.39$$

$$k_x = [0.7 + 0.05 \times 2 \times 1.39] = 0.84$$

about Y-axis

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{2 \times 4500 \times 10^6 / 3000}{2 \times 2604 \times 10^6 / 5000} = 2.88$$

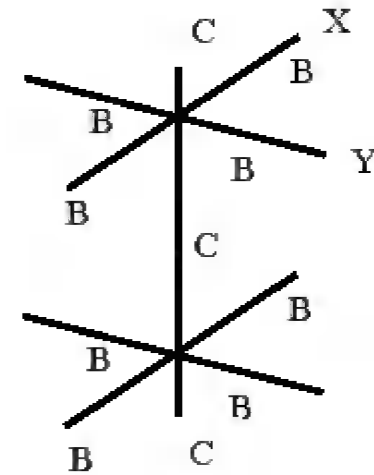
$$k_y = [0.7 + 0.05 \times 2 \times 2.88] = 0.988$$

$$k_y = [0.85 + 0.05 \times 2.88] = 0.994$$

$$\therefore k_y \text{ for } C_4 = 0.988$$

$$H_x = 0.84 \times 3000 = 2520 \text{ mm}$$

$$H_y = 0.988 \times 3000 = 2964 \text{ mm}$$



ثانياً : حالة الأعمدة غير المقيدة جانبياً: Case of unbraced Columns

about X-axisالعمود C₁

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 4.74$$

$$k = [1.0 + 0.15 (\alpha_1 + \alpha_2)] \geq 1.0$$

$$k = [2.0 + 0.3 \alpha_{\min}] \geq 1.0$$

$$k_x = [1 + 0.15 \times 2 \times 4.7] = 2.422$$

$$H_x = 2.422 \times 3000 = 7266 \text{ mm}$$

about Y-axis

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 1.3$$

$$k_y = [1 + 0.15 \times 2 \times 1.3] = 1.39$$

$$H_y = 1.39 \times 3000 = 4170 \text{ mm}$$

العمود C₂about X- axis

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 4.74$$

$$k_x = [1 + 0.15 \times 2 \times 4.74] = 2.422$$

$$H_x = 2.422 \times 3000 = 7266 \text{ mm}$$

about Y-axis

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 0.652$$

$$k_y = [1 + 0.15 \times 2 \times 0.652] = 1.20$$

$$H_y = 1.2 \times 3000 = 3600 \text{ mm}$$

العمود C₃about X- axis

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 0.93$$

$$k_x = [1 + 0.15 \times 2 \times 0.93] = 1.279$$

$$H_x = 1.279 \times 3000 = 3837 \text{ mm}$$

about Y-axis

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 1.71$$

$$k_y = [1 + 0.15 \times 2 \times 1.71] = 1.513$$

$$H_y = 1.513 \times 3000 = 4539 \text{ mm}$$

العمود C₄about X- axis

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 1.39$$

$$k_x = [1 + 0.15 \times 2 \times 1.393] = 1.417$$

$$H_x = 1.417 \times 3000 = 4251 \text{ mm}$$

About Y-axis

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 2.88$$

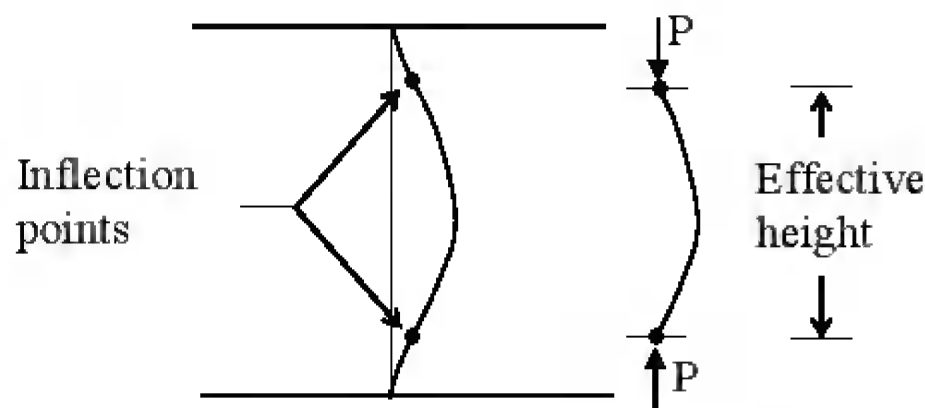
$$k_y = [1 + 0.15 \times 2 \times 2.88] = 1.864$$

$$H_y = 1.864 \times 3000 = 5592 \text{ mm}$$

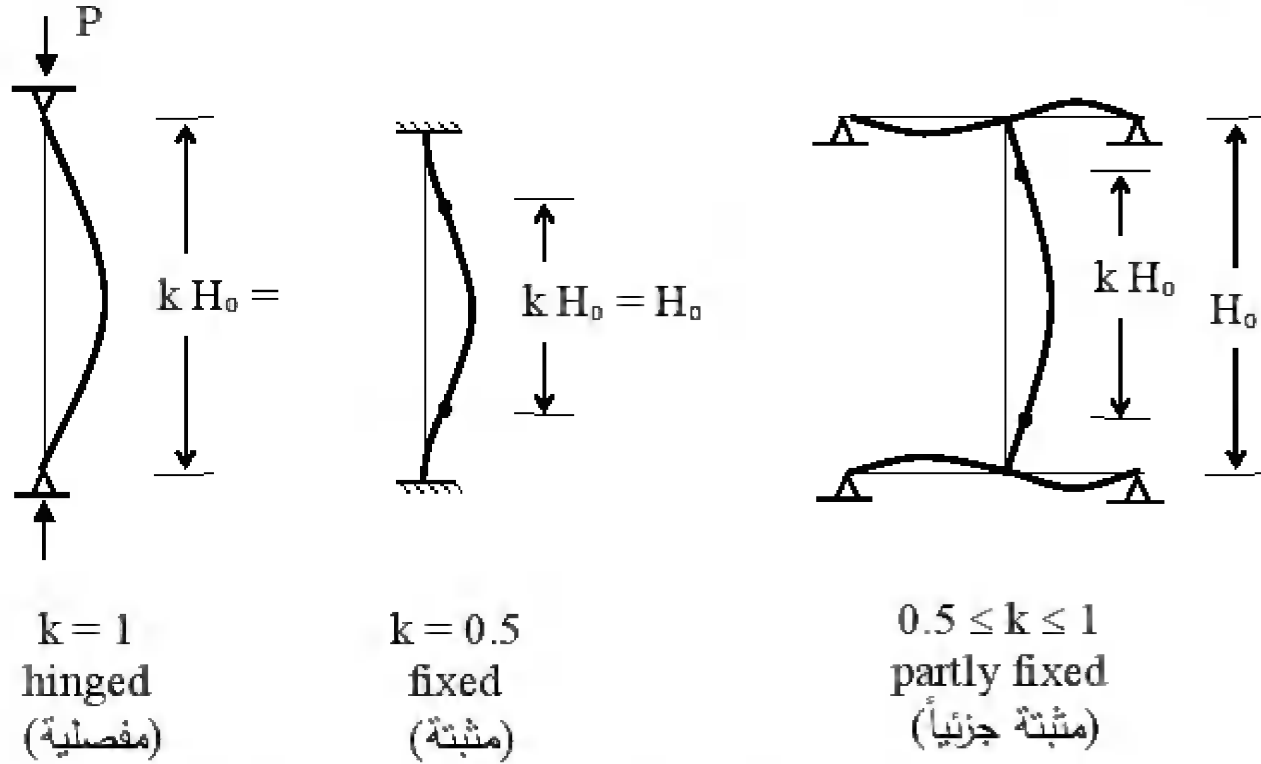
والجدول التالي يبين الطول الفعال لكل عمود حول المحورين الأساسيين X, Y في حالة الأعمدة مقيدة أو غير مقيدة جانبياً.

		C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
Braced	H _x	3000	3000	2380	2520
	H _y	2490	2300	2610	2964
Unbraced	H _x	7266	7266	3837	4251
	H _y	4170	3600	4540	5600

بالنسبة للأعمدة المقيدة جانبياً فإن نهايتي العمود تظلان على نفس المستوى الرأسي بدون حركة نسبية بينهما وذلك عكس حالة الأعمدة الغير مقيدة جانبياً والتي تحدث حركة نسبية بين طرفي العمود جانبياً.

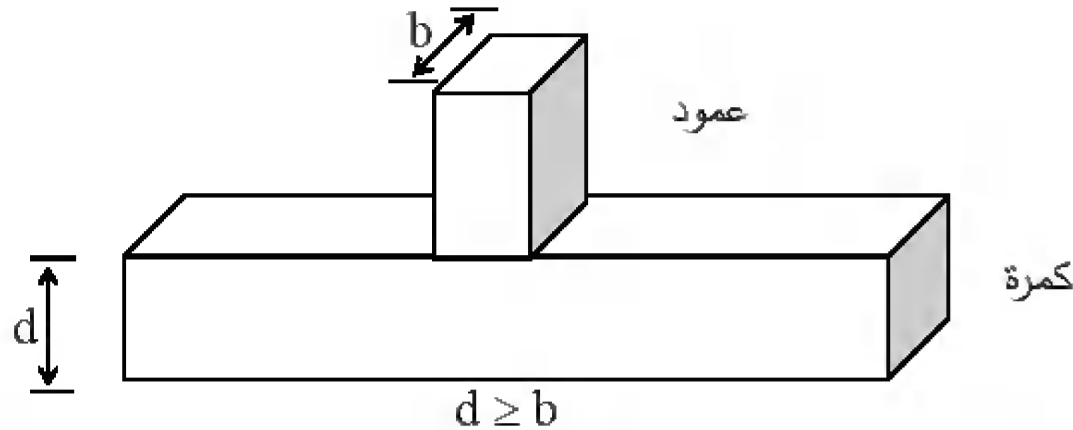


وكما تم ذكره مسبقاً فإن الطول الفعال للعمود هو المسافة بين نقطتي الانقلاب (inflection points) حيث أن هذا الجزء يتصرف كأنه عمود مرتكز ارتكازاً مفصلياً عند هذين النقطتين وبدراسة الحالات التي يمكن أن يشملها وضع العمود بالنسبة للعناصر الإنشائية المرتبطة بها يمكن تحديد الطول الفعال للعمود كما يلي:



وباعتبار حالات التثبيت لطرفي العمود مثبتة (fixed) ومثبتة جزئياً من (partly fixed) ومفصلية (hinged) أو حرة (free) وفيما يلي شرح الحالات الممكنة لتثبيت أحد طرفي العمود.

1- مثبتة fixed : وهي الحالة التي يكون فيها العمود مثبتاً مع الكمرة أو البلاطة ومصوباً معها في نفس الوقت ويشترط أن يكون سمك البلاطة أو عمق الكمرة لا يقل عن عرض العمود وفي هذه الحالة تتمكن الكمرة أو البلاطة من تثبيت العمود تماماً بحيث لا يستطيع الدوران .

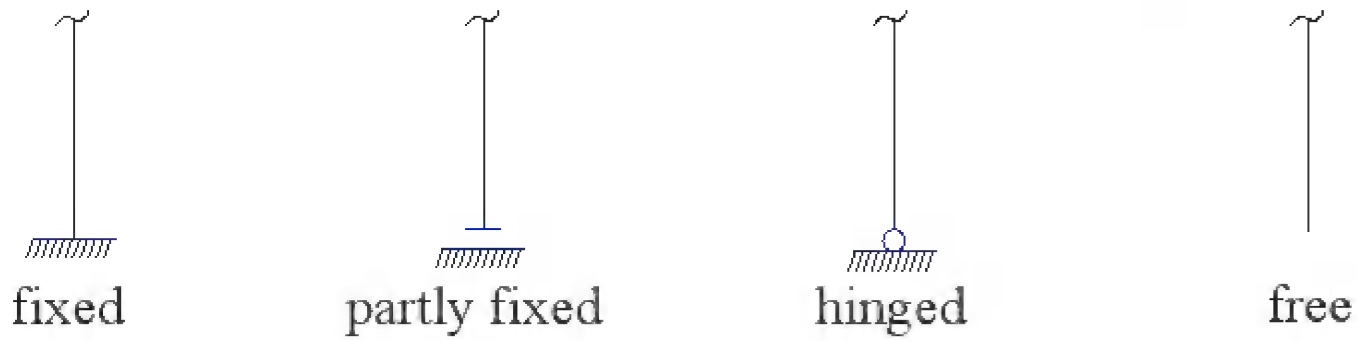


2- مثبتة جزئياً : وهي الحالة التي لا تتمكن فيها الكمرة أو البلاطة من تثبيت العمود تماماً بل يمكن له الدوران جزئياً وفي هذه الحالة تكون عمق الكمرة أقل من عرض العمود.

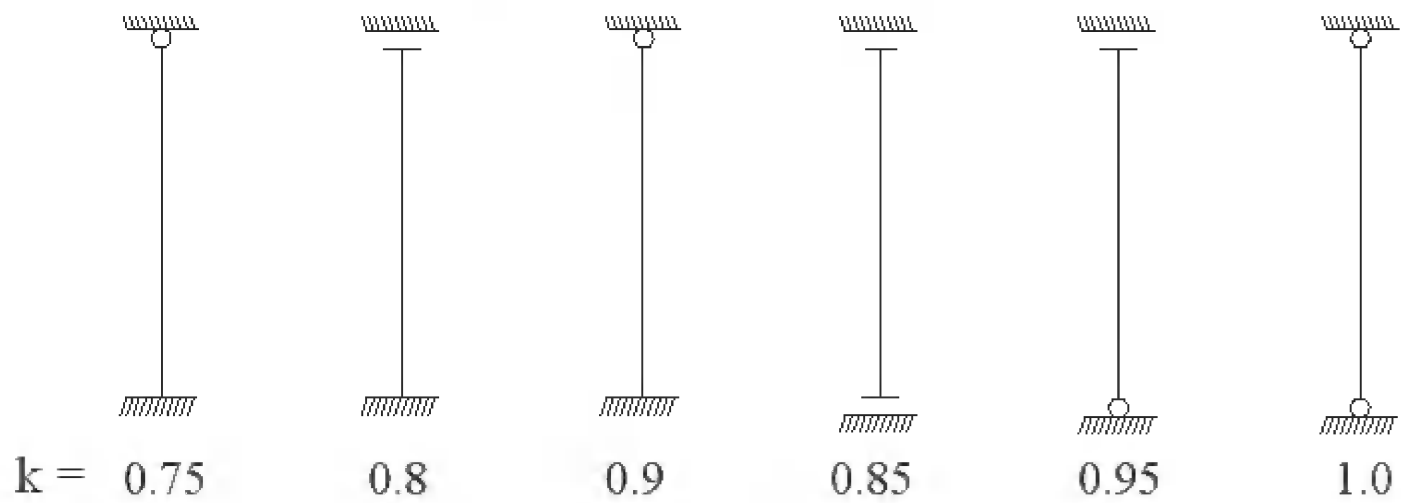
3- تثبت مفصلي : وفي هذه الحالة يمكن للعمود الدوران حول هذا الطرف ولا توجد أدنى مقاومة لهذا الدوران وذلك لأن جساءة العضو المرتبط به العمود تكون ضعيفة.

4- تثبت حر : وفي هذه الحالة يكون طرف العمود حراً وغير مثبت بأي عضو إنشائي وهذه الحالة لا تحدث إلا في حالة الأعمدة الغير مقيدة جانبياً unbraced.

ويرمز لحالات تثبيت أحد طرفي العمود كما يلي:

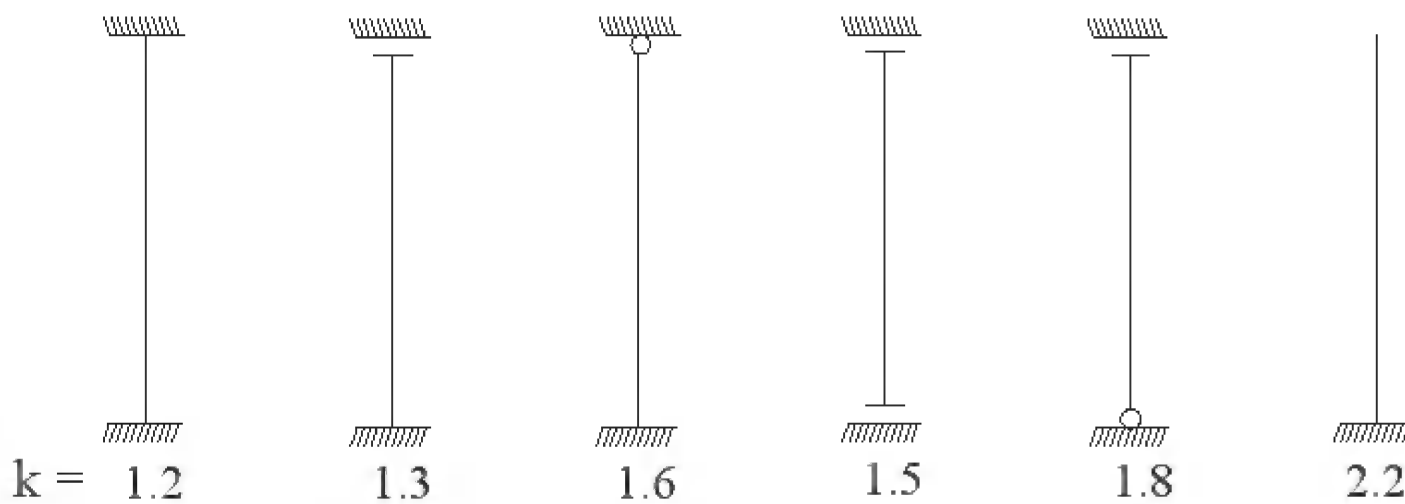


أما الحالات المختلفة لاحتتمالات تثبيت طرفي للعمود ونسبة الطول الفعال إلى الطول الكلي k لكل حالة في حالة الأعمدة المقيدة جانبياً فقد حددها كود الخرسانة المسلحة كما يلي:



k- value for Braced Columns

أما حالة الأعمدة الغير مقيدة جانبياً فقد حدد الكود نسبة الطول الفعال إلى الطول الكلي للعمود $k = H_e/H_o$ كما هو موضح بالشكل الآتي:



k- value for Unbraced Columns

ويمكن تلخيص الحالات السابقة في الجدول التالي:

Upper End Condition	Braced Column			Unbraced Column		
	Lower End Condition			Lower End Condition		
	a	b	c	a	b	c
a	0.75	0.80	0.90	1.20	1.30	1.60
b	0.80	0.85	0.95	1.30	1.50	1.80
c	0.90	0.95	1.00	1.60	1.80	-
d	-	-	-	2.20	-	-

المعادلة الخاصة بحساب الطول الفعال: $H_e = K \cdot L$ حيث:

K : معامل الطول للعمود يمثل المعامل المأخوذ من الجدول ويكون الطول الفعال للعمود.

H_e : الطول الفعال للعمود.

L : الطول الفعلي للعمود.

الأربع حالات المذكورة في الجدول كما يلي:

a- حالة طرف عمود مثبت (fixed) في القاعدة أو مدعم بكمره لها عمق لا يقل عن عرض العمود في نفس المستوي. وفي هذه الحالة يكون العمود مصمما لمقاومة عزم انحناء.

b- حالة طرف عمود مثبت جزئيا (partly fixed) حيث يكون مدعم بكرات ذات عمق أقل من عرض العمود في نفس المستوي.

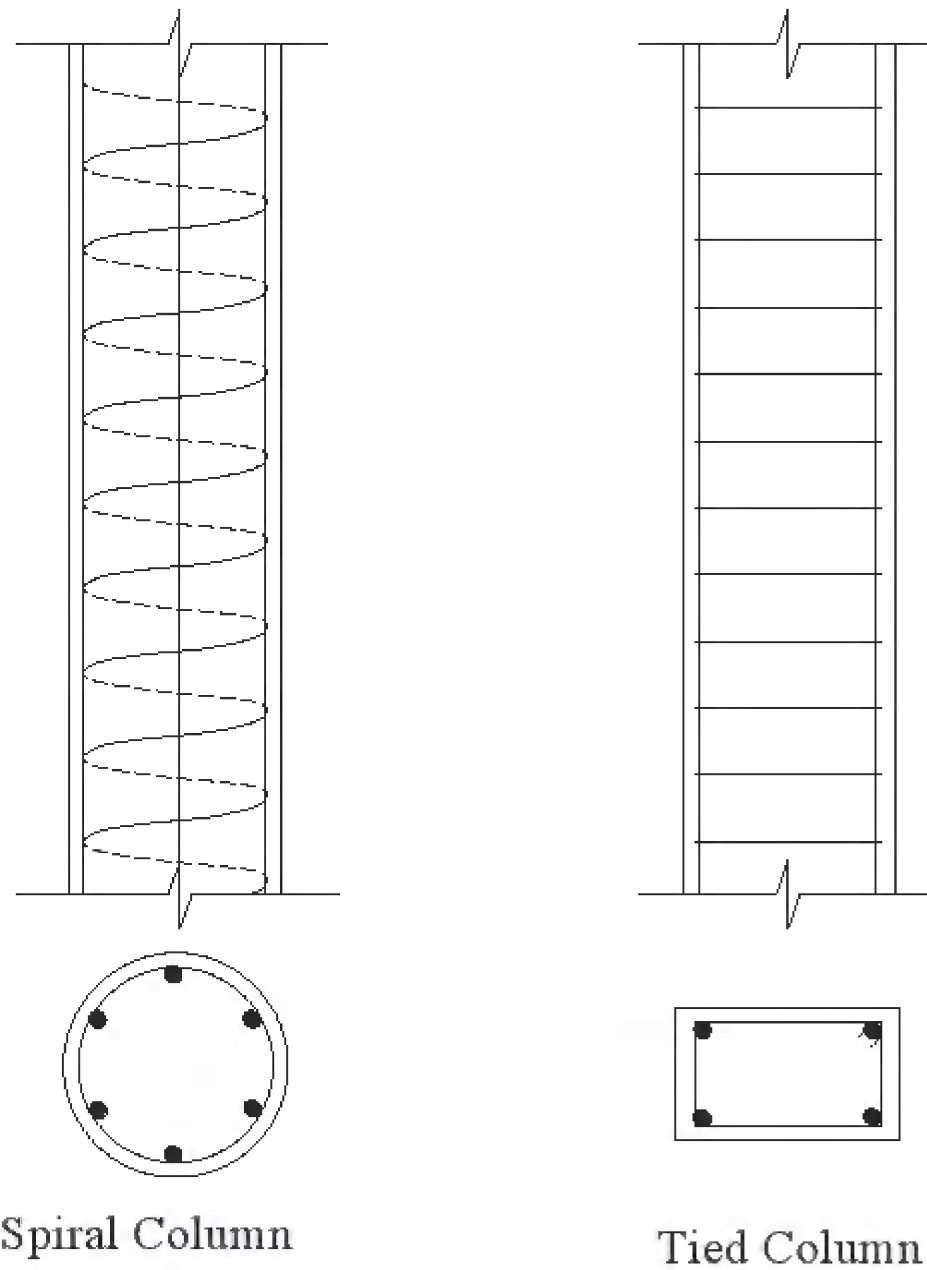
c- حالة طرف عمود متصل اتصالا مفصليا (hinged) حيث يكون مدعما بعضو خرساني يسمح له بالدوران ولا يسمح له بالحركة.

d- حالات طرف عمود حر (free) الحركة والدوران مثل حالة عمود كابوبي ذو طرف حر.

10-2-5- حسب شكل الكانات : According to shape of lateral reinforcement

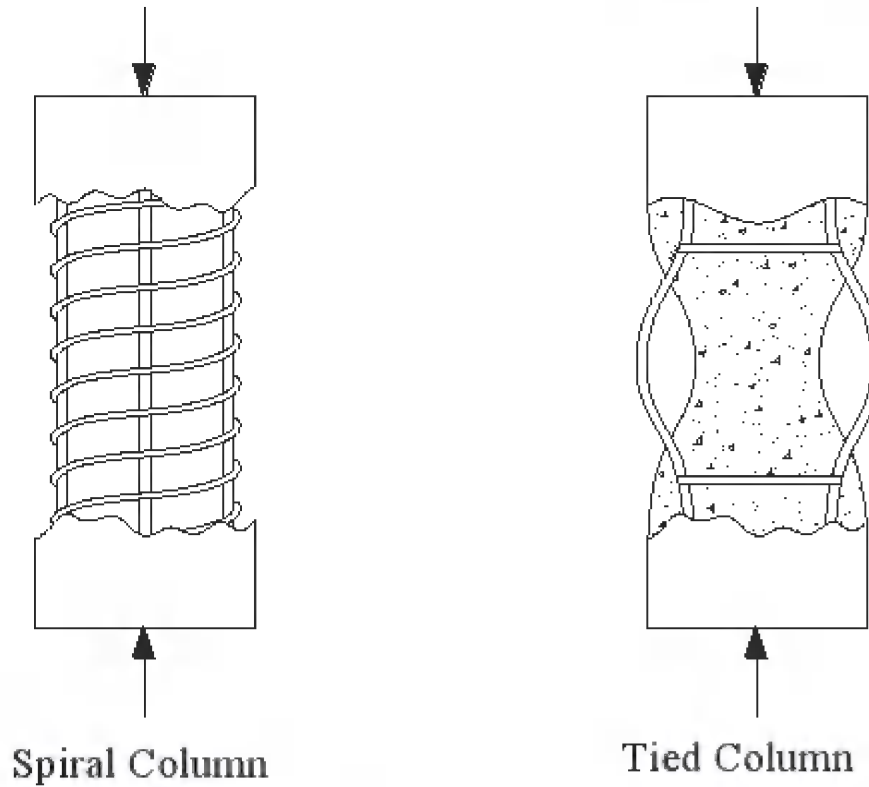
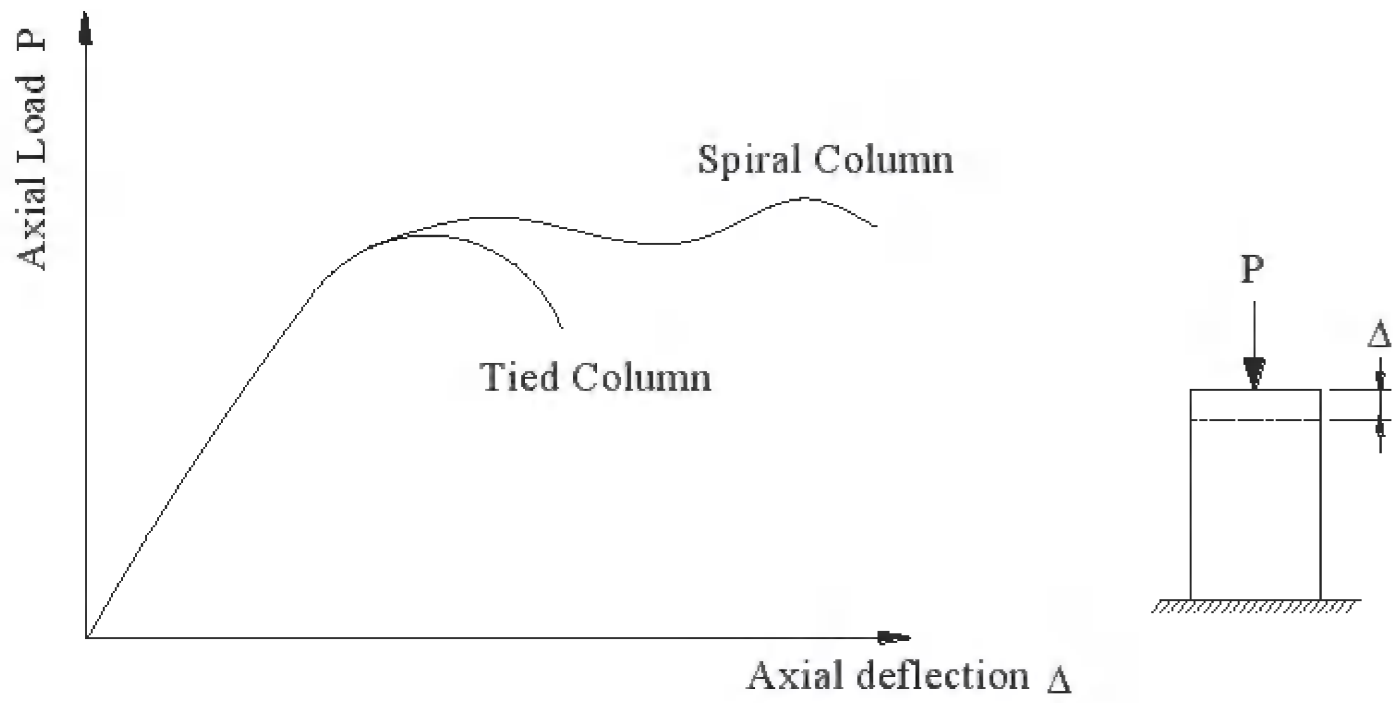
أ - الأعمدة الخرسانية المسلحة ذات التسليح الطولي والكانات العرضية (tied column).

ب - الأعمدة الخرسانية المسلحة ذات التسليح الطولي والكانات الحلزونية (spiral column).



الأعمدة ذات الكانات العادية يمكن أن تأخذ أشكالاً كثيرة مثل المستطيل والمستدير والمركب من المستطيلات أو مستطيل ونصف دائرة . أما الأعمدة الحلزونية في أغلب الأحيان فتكون دائرية ولكن في أحيان أخرى ممكن أن تكون ذات أشكال منتظمة مثل المربع أو المسدس أو المثلث . وعموماً فإن الأعمدة الحلزونية تحتاج إلى تكلفة أكثر وخبرة أكبر وفي نفس الوقت تقاوم أحمالاً أكبر مقارنة بالأعمدة ذات الكانات العادية .

والأعمدة الحلزونية spiral columns تقاوم الأحمال والعزوم أكثر من الأعمدة ذات الكانات المنفصلة tied columns نظراً لأن الكانات الحلزونية تحتوي الخرسانة وتمنعها من التمدد خارجياً وبالتالي انهيار العمود كما هو موضح بالشكل التالي . كما أنها تسلك سلوكاً أفضل في مقاومة الأحمال الديناميكية مثل أحمال الزلازل لأنها ذات ممتلوية ductility أفضل أي أنها تحدث لها إزاحة أو انفعال أكبر قبل الانهيار وهذا واضح من الشكل التالي ومن دراسة سلوك الأعمدة الخرسانية التي سبق لها التعرض لأحمال الزلازل .



Response of Tied Columns and Spiral Columns to Axial Loads

10-3 - نحافة العمود (Slenderness Ratio):

وهي نسبة الطول الفعال للعمود أو طول الانبعاج (Buckling Length) إلى الطوال العرضي لمقطع العمود. وهو الطول الأصغر للمقطع والذي من المحتمل أن يحدث حوله الانبعاج. وهذه النسبة تعبر عن نحافة العمود ففي حالة القيم الصغيرة لنحافة العمود (short columns) ينهار العمود عند زيادة الحمل بتأثير انسحاق الخرسانة (Crushing) بينما تنهار الأعمدة ذات نسبة النحافة (slender columns) العالية بتأثير الانبعاج (Buckling) والذي ينتج عنه عزم انحناء يزداد حتي انهيار العمود.

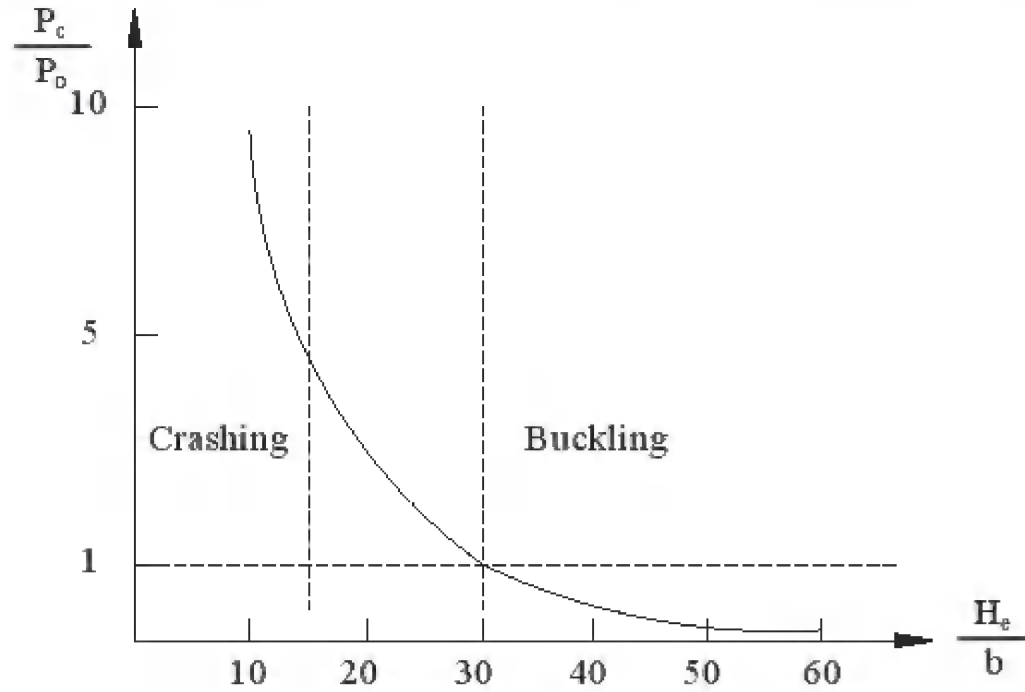
10-4 - حالات انهيار الأعمدة الخرسانية (Failure Modes):

توجد حالتان لانهيار الأعمدة إما بالانسحاق (Crushing) تحت حمل الضغط من حالة الأعمدة ذات الطول الفعال القصير أو تنهار بتأثير (Buckling) في حالة الأعمدة ذات الطول الفعال الكبير. وتوجد قيمتان للحمل الذي يمكن للعمود مقاومته أحدهما P_o وهو الحمل الأقصى الذي يمكن للعمود مقاومته بدون انبعاج. والآخر P_c وهو الحمل الأقصى الذي يمكن للعمود مقاومته قبل حدوث الانبعاج مباشرة ويكون المعامل H_e / b هو العامل الحاسم في مقدرة العمود على مقاومة الحمل.

P_o : Crushing Load of axially Loaded Column.

P_c : Buckling Load of the Column.

الشكل التالي هو شكل يعطي في حلة عمود مدعم جانبيا (Braced) يوضح كيف تتحكم نحافة العمود (Slenderness) - نسبة الطول الفعال الى العرض - في نوع الانهيار الذي يمكن أن يحدث للعمود.



Effect of Column's Slenderness on their Failure Type

وفي هذا الشكل يمكن ملاحظة ما يلي:

- 1- في حالة $H_e/b > 30$ تكون مقاومة العمود للانبعاج (Buckling) أقل بكثير من مقاومته للانسحاق (Crushing) لأنه $P_c/P_o > 1$ وفي هذه الحالة يحدث انبعاج للعمود وينهار بسبب عزم الانحناء الناتج عن الانبعاج وهذه النسبة غير مسموح بها إطلاقاً في الأعمدة الخرسانية.
- 2- في حالة $H_e/b < 15$ تكون مقاومة العمود للانسحاق (Crushing) أقل بكثير من مقاومته للانبعاج (Buckling) لأنه $P_c/P_o \geq 5$ ولذلك تنهار الأعمدة في هذه الحالة بالانسحاق (Crushing).

3- في حالة H_e/b بين الحالتين السابقتين يكون انهيار العمود الخرساني بتأثير الانسحاق بالإضافة الي الاجهادات الناتجة عن عزوم الانحناء بسبب الانبعاج.

ولذلك فرق الكود بين الحالتين 2 , 3 كالآتي:

أ- الأعمدة القصيرة Short Columns :

$$\lambda = H_e/b \leq 15 \leftarrow \text{(Braced) الأعمدة المدعمة جانبيا}$$

$$\lambda = H_e/b \leq 10 \leftarrow \text{(Unbraced) الأعمدة غير المدعمة جانبيا}$$

حيث λ تمثل نحافة العمود.

ب- الأعمدة الطويلة Long Columns :

وهي الأعمدة التي لا تستوفي الشروط السابقة بشرط أن يكون $H_e/b < 30$ وكما هو موضح بالجدول رقم (1).

ولا يعتبر طول العمود هو العامل الحاسم في تحديد نوع العمود كما يدل الاسم ولكن عرض العمود وطريقة تثبيته بالإضافة إلى طول العمود ؛ كل هذه العوامل تحدد إذا ما كان العمود طويلا أم قصيرا.

فمثلا إذا كان لدينا عمود (a) طوله 5 m مثبت من طرفيه وعرضه = 300 مم

وعمود (b) طوله 4 m مثبت مفصليا من طرفيه وعرضه = 250 مم

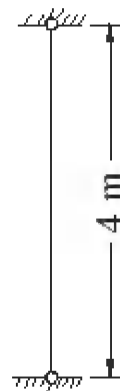
والعمودين مدعمين جانبيا (braced) .

بحساب نحافة العمودين :

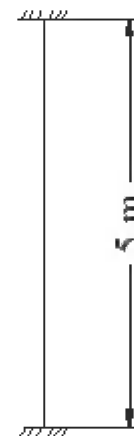
$$\lambda (a) = 0.75 \times 500/30 = 12.5$$

$$\lambda (b) = 1.00 \times 400/25 = 16.0$$

ومن هذا المثال يتضح أن العمود (a) الأطول يصنف على أنه عمود قصير لأن $\lambda < 15$ ، أما العمود (b) الأقصر يصنف على أنه عمود طويل لأن $\lambda > 15$.



short column $\lambda = 12.5$



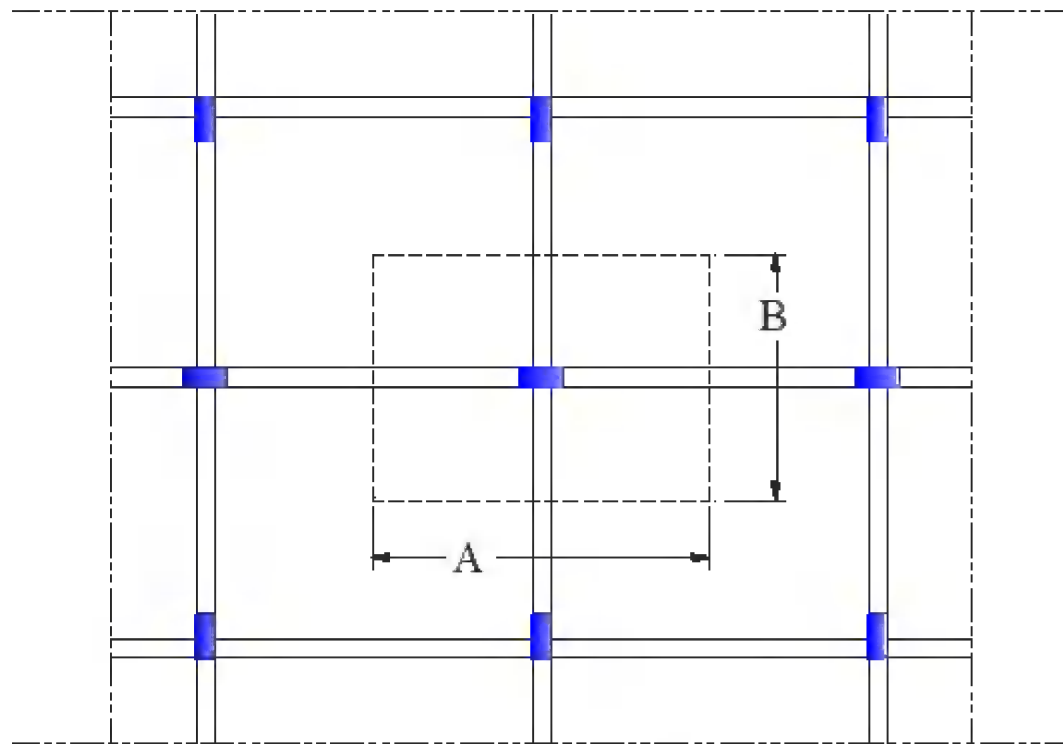
long column $\lambda = 16.0$

4-10- حساب الأحمال المؤثرة علي الأعمدة (Calculation of Column Loads):

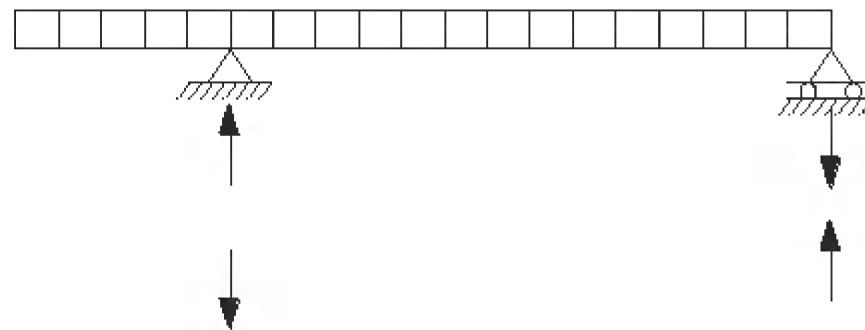
يتم حساب الحمل المؤثر علي العمود بإحدى الطريقتين التاليتين :

1-4-10- طريق المساحة المكافئة Equivalent area method :

وفي هذه الطريقة يتم حساب المساحة من السقف التي من المفترض أن يقاوم العمود حملها وتتحدد هذه المساحة برسم خطوط موازيه للمحاور المحيطة بالعمود وفي منتصف المسافة بينها وذلك من الأربع جهات المحيطة بالعمود . ثم تضرب هذه المساحة في كثافة الحمل ينتج الحمل المؤثر علي العمود من هذا السقف . ولكن هذه الطريقة تقريبية ولا تصلح للأعمدة الطرفية والتي تليها من الداخل بسبب وجود عزوم انحناء بالمناطق الكابولية تزيد الحمل علي العمود الخارجي وتقلل عن العمود الذي يليه . كما هو موضح بالشكل . لكن هذه الطريقة مفيدة في عمل تقدير أولي لحمل العمود ومن ثم حساب قيمة تقريبية لأبعاد العمود .

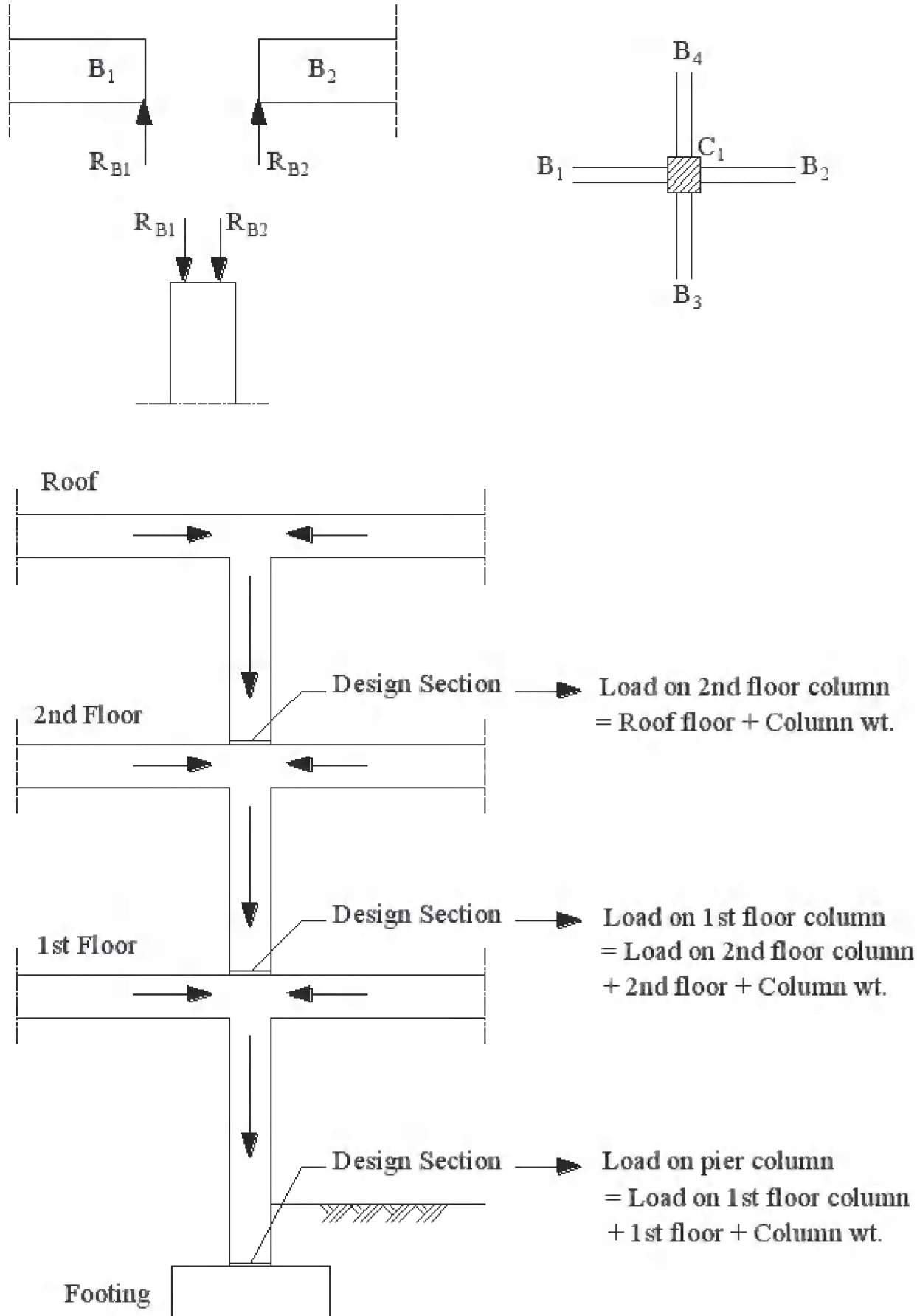


$$\text{Load} = w \times A \times B$$



2-4-10- طريقة ردود أفعال الكمرات : Method Reactions

وهذه الطريقة أدق حيث يتم حساب ردود الأفعال لجميع الكمرات المرتكزة على العمود ثم إضافة وزن العمود الذاتي وبذلك يتم حساب الحمل الناتج عن هذا السقف .



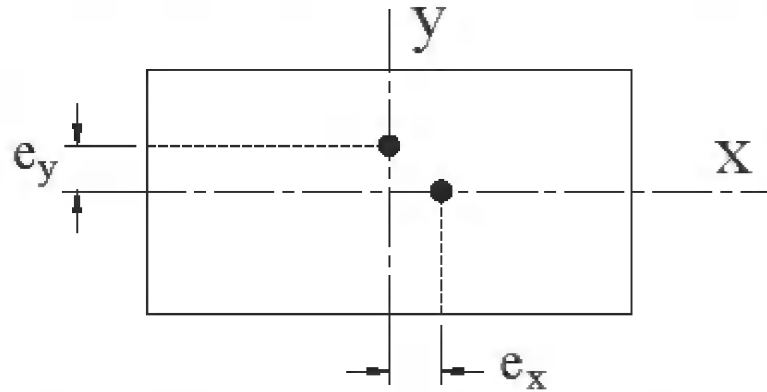
Calculation of Columns' Load for Different Floors

5-10- الأعمدة القصيرة المعرضة لحمل محوري والمدعمة جانبياً:

Short Braced Axially Load Columns:

يُعتبر الكود أن جميع الأعمدة لابد أن تتعرض لحد أدنى من عدم المركزية (eccentricity).

1-5-10- الحد الأدنى لمقدار لا مركزية الحمل المؤثر على العمود (Minimum eccentricity).



عندما ينطبق خط عمل قوة الضغط المؤثرة على العمود مع محور العمود الذي يمر بمركز القطاع ففي هذه الحالة يكون العمود محملاً تحملاً محورياً . ونظراً لأسباب كثيرة فإنه من الصعب أن يكون العمود محملاً تحملاً محورياً نظراً لتغير قيمته ومكان الأحمال الحية وعدم ثبات مقطع العمود بكامل ارتفاع المبنى وكذلك لأسباب أخرى تتعلق بالتنفيذ. وبناء على ذلك فقد حدد الكود قيمة دنيا لعدم مركزية الأحمال يجب أخذها في الاعتبار في جميع الأحوال وتؤخذ الأكبر من القيمتين التاليتين:

أ - 0.05 من بعد القطاع تحت الاعتبار وفي اتجاه هذا البعد.

ب - 20 مم.

ويراعى أخذ هذا المقدار في الاتجاه الذي يعطى مقطعا أكبر للعمود.

2-5-10- طريقة إجهاد التشغيل (Working Stress Method):

حتى وقت قريب كانت طريقة إجهاد التشغيل هي السائدة في تصميم القطاعات الخرسانية بافتراض الخرسانة مادة مرنة ومتماسكة مع حديد التسليح وأن الانفعال الحادث بالخرسانة وحديد التسليح يكون متساوياً. وفي السنوات الأخيرة بدأت طريقة المقاومة القصوى (Ultimate Strength) تأخذ مكانها وأصبحت هي الأكثر شيوعاً واستخداماً في تصميم القطاعات الخرسانية وخاصة الأعمدة الخرسانية المسلحة. وفيما يلي طريقة تصميم الأعمدة الخرسانية المعرضة لأحمال محورية بطريقة إجهاد التشغيل. أما الأعمدة المعرضة لأحمال لا محورية فسوف تناقش بتوسع في الأبواب التالية:

أ - الأعمدة ذات الكانات المنفصلة : Tied Columns

في هذه الحالة يتم تحديد الحمل المحوري الأقصى المسموح به عند مستوى أحمال التشغيل من المعادلة الآتية:-

$$P = f_{co} A_c + 0.44 f_y A_s$$

حيث P : الحمل الأقصى المسموح به.

f_{co} : الإجهاد الأقصى للضغط المحوري وتحسب من المعادلة التالية.

A_c : مساحة المقطع الخرساني.

f_y : إجهاد الخضوع لحديد التسليح.

A_s : مساحة حديد التسليح المستخدم في تسليح العمود.

f_{co} : تحسب من المعادلة التالية.

$$f_{co} = \frac{f_{cu}}{5} + 1.0 \quad (N/mm^2)$$

حيث f_{cu} هي المقاومة المميزة للخرسانة وهي إجهاد كسر المكعبات القياسية بعد 28 يوم.

ب - الأعمدة ذات الكانات الحلزونية : Spiral Columns

في حالة الأعمدة ذات الكانات الحلزونية يتم تحديد الحمل المحوري الأقصى المسموح به عند مستوى أحمال

التشغيل من القيمة الصغرى الناتجة من المعادلتين الآتيتين:-

$$P = 1.14 f_{co} A_c + 0.51 f_y A_{sc}$$

$$P = f_{co} A_k + 0.44 f_y A_{sc} + 0.92 f_{yp} V_{sp}$$

حيث f_{co} : إجهاد الضغط المحوري للخرسانة

A_c : مساحة مقطع العمود الخرساني

A_k : مساحة قلب المقطع الخرساني المحدد داخل الكانة الحلزونية

f_y : إجهاد الخضوع لحديد التسليح الطولي

A_{sp} : مساحة مقطع سبيخ الكانة الحلزونية

f_{yp} : إجهاد الخضوع للكافة الحلزونية

ويشترط ألا تقل نسبة حجم حديد التسليح للكانات الحلزونية μ_{sp} إلى حجم قلب القطاع الخرساني المحدد داخل الكانة الحلزونية عن القيمة التالية :

$$\mu_{sp} \geq 0.36 \frac{f_{cu}}{f_{yp}} \left(\frac{A_c}{A_k} - 1 \right)$$

$$\mu_{sp} = \frac{V_{sp}}{A_k}$$

حيث V_{sp} : حجم حديد التسليح الحلزوني للدورة الواحدة للكانات وتساوى:

$$V_{sp} = (\pi A_{sp} D_k / p)$$

p : خطوة الكانة الحلزونية (تتراوح من 30-80 mm)

3-5-10 ملاحظات هامة عند تصميم الأعمدة Important Precautions

- 1- أقل بعد للعمود المستطيل أو الدائري هو 20 مم.
- 2- أقل قطر لحديد التسليح الدائري هو 13 مم.
- 3- في جميع الحالات لابد من وجود حديد التسليح بكافة أركان (زوايا) العمود.
- 4- أكبر بعد للعمود به تسليح بالأركان فقط هو 300 مم.
- 5- أكبر بعد بين حديد التسليح الطولي للعمود الدائري هو 250 مم.
- 6- أقل عدد لحديد التسليح الدائري بالعمود الدائري هو 6 أسياخ.
- 7- أقل نسبة تسليح بالأعمدة هي 0.8 % من مساحة المقطع المطلوبه كما أنها لا تقل عن 0.6 % من مساحة المقطع المختارة.
- 8- أكبر نسبة تسليح للحديد الدائري بالأعمدة هي
 - للأعمدة الداخلية للمبنى 4 %
 - للأعمدة على الطرفية للمبنى 5 %
 - للأعمدة الركنية للمبنى 6 %
- 9 - أقل قطر للكانات المنفصلة تكون الأكبر مما يلي:
 - i - 1/4 القطر الأكبر للتسليح الدائري - قطر 8 مم.
- 10 - لا يزيد البعد بين الكانات المنفصلة عن 200 مم.

Example (10-5):

Design a short column to resist a working load of 1000 kn .

$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2 \text{ and } f_y = 240 \text{ N/mm}^2.$$

Solution:

بفرض نسبة التسليح $(A_s/A_c = 1\%)$.

$$P = f_{co} A_c + 0.44 f_y A_s$$

$$f_{co} = \frac{f_{cu}}{5} + 1.0 = 6.0 \text{ N/mm}^2$$

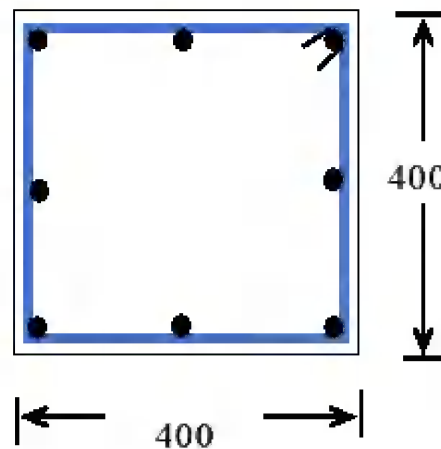
$$1000 \times 10^3 = 6.0 A_c + 0.44 \times 240 \times (0.01 A_c)$$

$$A_c = 141723.4 \text{ mm}^2$$

بفرض أن مقطع العمود مربع $b = 400 \text{ mm}$

$$A_s = 0.01 \times 141723.4 = 1417.23 \text{ mm}^2 \quad (8 \text{ } \varnothing 16)$$

وبالرجوع إلى الملاحظات السابقة نجد أن الكانات قطر 8 مم كل 002 مم ($5\varnothing 8 / \text{m}^2$) تكون كافية والشكل التالي يوضح قطاع العمود وتسليحه.

**Example (10-6):**

If the column in the previous example is an interior column. Design the column with maximum reinforcement ratio.

Solution:

Maximum reinforcement ratio = 4 %

$$P = f_{co} A_c + 0.44 (0.04 A_c) f_y$$

$$= 6.0 A_c + 0.044 (0.04) \times 240 A_c$$

$$1000 \times 10^3 = 10.224 A_c$$

$$A_c = 97809.1 \text{ mm}^2$$

Consider a square column

$$b = t = 350 \text{ mm}$$

$$A_s = 0.04 \times 97809.1 = 3912.4 \text{ mm}^2$$

Choose 8 Ø 25

Example (10-7):

Calculate the maximum working load that a column with a section shown can resist if $f_{cu} = 22.5 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$.

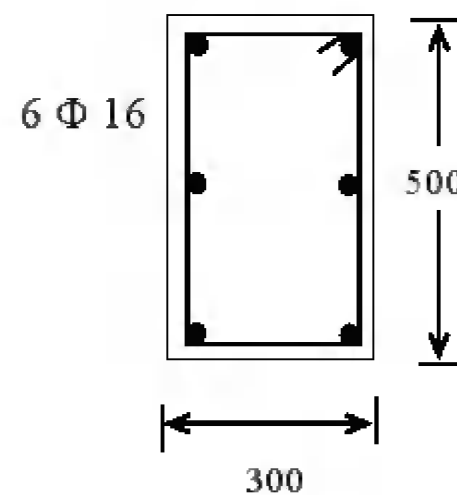
Solution:

$$P = f_{co} A_c + 0.44 f_y A_s$$

$$f_{co} = \frac{f_{cu}}{5} + 1.0 = 5.5 \text{ N/mm}^2$$

$$A_s = 1207 \text{ mm}^2$$

$$\begin{aligned} P &= 5.5 \times 300 \times 500 + 0.44 \times 240 \times 1207 \\ &= 952.5 \text{ kn} \end{aligned}$$



Example (10-8):

Design a spiral circular column to resist a working load of 1500 kn.

$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$.

Solution:

$$P = f_{co} A_k + 0.44 f_y A_{sc} + 0.92 f_{yp} V_{sp}$$

$$f_{co} = \frac{f_{cu}}{5} + 1.0 = 6.0 \text{ N/mm}^2$$

بفرض نسبة التسليح ($A_{sc}/A_k = 1.5\%$) وبفرض الكانات 10 مم .

$$1500 \times 10^3 = 6.0 A_k + 0.44 \times 240 (0.015 A_k) + 0.92 \times 240 \times 78.5$$

$$1500 \times 10^3 = 7.584 A_k + 17332.8$$

$$A_k = 195499.4 \text{ mm}^2$$

$$A_k = \frac{\pi D_k^2}{4} \quad \therefore D_k = 498.9 \approx 500 \text{ mm}$$

$$D_c = 550 \text{ mm} \quad A_c = 237582.9 \text{ mm}^2$$

$$A_{sc} = 0.015 \times 195499.4 = 2932.5 \text{ mm}^2 \quad (8 \text{ } \varnothing 22)$$

$$\mu_{sp} \geq 0.36 \frac{f_{cu}}{f_{yp}} \left(\frac{A_c}{A_k} - 1 \right)$$

$$0.36 \frac{25}{240} \left(\frac{237582.9}{195499.4} - 1 \right) = 0.008$$

$$\mu_{sp} = \frac{V_{sp}}{A_k} \geq 0.008$$

$$\frac{V_{sp}}{195499.4} \geq 0.008 \quad V_{sp} \geq 1564$$

$$V_{sp} = \pi A_{sp} D_k / p = \pi \times 78.5 \times 500 / p > 1564$$

$$p \leq \pi \times 78.5 \times 500 / 1564 \leq 78.8 \text{ mm}$$

$$\therefore p = 75 \text{ mm}$$

$$\text{check} \quad P = 1.14 f_{co} A_c + 0.51 f_y A_{sc}$$

$$P = 1.14 \times 6.0 \times 237582.9 + 0.51 \times 240 \times 3042 = 1997.4 \text{ kn} > 1500 \quad \text{o.k.}$$

Example (10-9):

Design a spiral circular column to resist a working load of 150 ton $f_{cu} = 22.5 \text{ N/mm}^2$, f_y for longitudinal reinforcement = 400 N/mm^2 , f_y for lateral reinforcement 240 N/mm^2 .

Solution:

$$P = 1.14 f_{co} A_c + 0.51 f_y A_{sc}$$

$$f_{co} = 6.0 \text{ N/mm}^2$$

بفرض نسبة التسليح 1%

$$1500 \times 10^3 = 1.14 \times 6.0 A_c + 0.51 \times 400 (0.01 A_c)$$

$$A_c = 168918.9 \text{ mm}^2$$

$$D_c = 463.7 = 500 \text{ mm} \quad \therefore A_c = 196349.5 \text{ mm}^2$$

$$D_k = D_c - 5 = 450 \text{ mm}$$

$$A_k = \pi (450)^2 / 4 = 159043.1 \text{ mm}^2$$

$$A_{sc} = 0.01 \times 168918.9 = 1689.2 \text{ mm}^2 \quad (\text{choose } 9 \Phi 16 = 1810 \text{ mm}^2)$$

$$\mu_{sp} \geq 0.36 \frac{f_{cu}}{f_{yp}} \left(\frac{A_c}{A_k} - 1 \right)$$

$$0.36 \left(\frac{25}{240} \right) \left(\frac{196349.5}{159043.1} - 1 \right) = 0.0088$$

$$\mu_{sp} = \frac{V_{sp}}{A_k} \geq 0.0088$$

$$\frac{V_{sp}}{159043.1} \geq 0.0088 \quad \therefore V_{sp} \geq 1399.6$$

$$V_{sp} = \pi A_{sp} D_k / p = \pi \times 50 \times 450 / p > 1399.6$$

assume 8 mm Spiral

$$p \leq \pi \times 50 \times 450 / 1399.6 \leq 50.5 \text{ mm}$$

choose $p = 50 \text{ mm}$ (تتراوح الخطوة بين 30-80 مم)

$$\therefore V_{sp} = \pi A_{sp} D_k / p = \pi \times 50 \times 450 / 50 = 1413.7$$

وبالتعويض في المعادلة الثانية (حيث أن الناتج الأقل من المعادلتين هو الذي يحكم التصميم)

$$P = f_{co} A_k + 0.44 f_y A_{sc} + 0.92 f_{yp} V_{sp}$$

$$= 6.0 \times 159043.1 + 0.44 \times 400 \times 1810 + 0.92 \times 240 \times 1413.7 = 1585 \text{ kn} \quad (\text{o.k.})$$

10-5-4- طريقة المقاومة القصوى (Ultimate Strength Design Method):

في طريقة المقاومة القصوى يتم التعامل مع العضو أو المقطع الخرساني عند أقصى تحمل له حيث أثبتت التجارب العملية أن هذه الطريقة للتصميم تعطي نتائج أقرب من الواقع من طريقة إجهاد التشغيل أو طريقة المرونة والتي كانت مستخدمة إلى وقت قريب بالمعادلة التالية :

$$P = f_{co} A_c + n f_{co} A_s$$

وكانت النتائج المحسوبة بالمعادلة السابقة بعيدة عن النتائج العملية. لذلك اتجهت معظم المواصفات إلى استخدام طريقة المقاومة القصوى في التصميم. ولقد أثبتت التجارب أن الحمل الأقصى P_u في الأعمدة المحملة محورياً مع كانات يمكن حسابه على وجه التقريب من المعادلة التالية.

$$P_u = f_{cu} A_c + f_y A_s$$

ويحدث الانهيار عندما تنهار الخرسانة في الضغط ويصل الإجهاد في حديد التسليح إلى إجهاد الخضوع (yield Stress). لذلك كان من الأوفق حساب الحمل الأقصى الذي يتحمله عمود بطريقة المقاومة القصوى. وكما هو شائع من مختلف طرق التصميم لابد من اعتبار معامل الأمان. وفي طريقة المقاومة القصوى يتم إدخال عامل الأمان جزئياً عن طريقة الأحمال المؤثرة مع المقطع وكذلك عن طريق المواد المستخدمة في التصميم.

وبالنسبة للأعمدة أو القطاعات المعرضة لعزم انحناء مصحوب بقوى ضغط محورية يتم حساب معامل خفضه المقاومة من المعادلة الآتية:

$$\gamma_c = 1.75 - 0.5 \frac{e}{t} \geq 1.5$$

$$\gamma_s = 1.36 - 0.43 \frac{e}{t} \geq 1.5$$

$$\frac{e}{t} \geq 0.05 \quad \text{حيث}$$

يمكن حساب الحمل الأقصر وبالتالي تصميم الأعمدة القصيرة المحملة تمثيلاً محورياً.

أ - أعمدة ذات كانات منفصلة (tied columns) :

$$P_u = A_c \frac{0.67 f_{cu}}{\gamma_c} + A_s \frac{f_y}{\gamma_s}$$

وبحساب γ_c ، γ_s من المعادلات السابقة مع الأخذ في الاعتبار أقل قيمة لا مركزية نحصل على المعادلة التالية:

$$P_u = 0.35 f_{cu} A_c + 0.67 A_s f_y$$

ب - أعمدة ذات كانات حلزونية (spiral columns) :

يؤخذ الحمل الأقل من المعادلتين التاليتين :

$$P_u = 0.35 f_{cu} A_k + 0.67 A_{sc} f_y + 1.38 V_{sp} f_{yp}$$

$$P_u = 0.4 f_{cu} A_c + 0.76 A_{sc} f_y$$

حيث تم تعريف مدلول الرموز المذكورة في العادلات السابقة وبشرط تحقيق العلاقة:

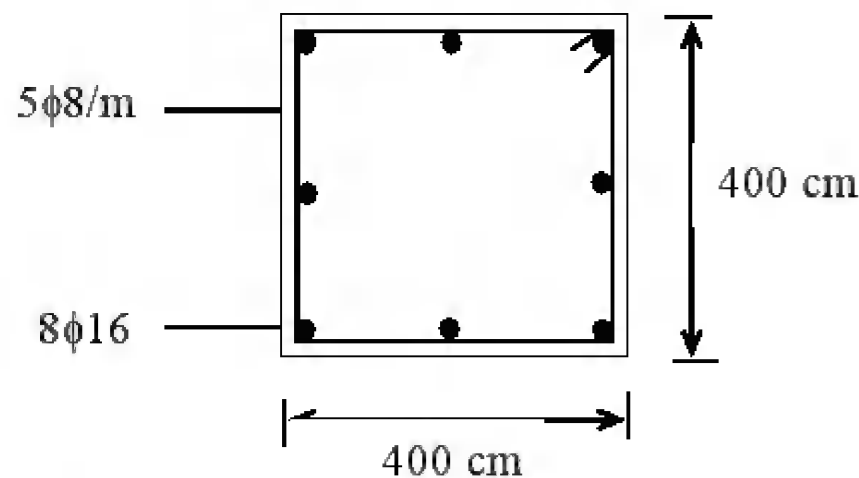
$$\mu_{sp} \geq 0.36 \frac{f_{cu}}{f_{yp}} \left(\frac{A_c}{A_k} - 1 \right)$$

Example (10-10):

Calculate the ultimate load for the short column with the shown section can be resist

$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$.

Solution:



$$P_u = 0.35 f_{cu} A_c + 0.67 A_s f_y$$

$$A_c = 400 \times 400 = 160000 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 1609 \text{ mm}^2$$

$$P_u = 0.35 \times 25 \times 160000 + 0.67 \times 1609 \times 240 = 1658.7 \text{ kn}$$

ويلاحظ أن هذا الحمل يزيد على الحمل المذكور في مثال (1) بمقدار 65% وذلك يرجع إلى معامل الأحمال

Load factor γ_f ومعامل المواد γ_m .

Example (10-11):

Design a tied short column to carry a dead load of 1200 kn and live load of 800 kn

using the ultimate method. $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$

Solution:

$$P_u = 1.4 D + 1.6 L$$

$$= 1.4 \times 1200 + 1.6 \times 800 = 2960 \text{ kN}$$

$$P_u = 0.35 f_{cu} A_c + 0.67 A_s f_y$$

Assume $\mu = 0.02$

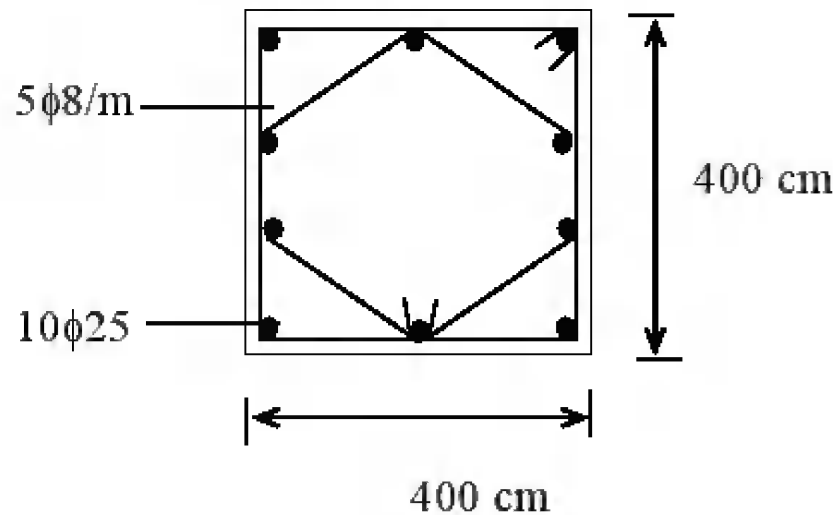
$$2960 \times 10^3 = 0.35 \times 25 A_c + 0.67 \times 240 (0.02 A_c)$$

$$A_c = 247367.5 \text{ mm}^2$$

Assume a square column:

$$500 \times 500 \text{ mm}$$

$$A_s = 0.02 \times 247367.5 = 4947.4 \text{ mm}^2 = 10 \Phi 25$$



Example (10-12):

Calculate the reinforcement area for a $300 \times 500 \text{ mm}^2$ short column to carry ultimate load of 150 kN. $f_{cu} = 22.5 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$.

Solution:

$$P_u = 0.35 f_{cu} A_c + 0.67 A_s f_y$$

$$1500 \times 10^3 = 0.35 \times 22.5 \times 300 \times 500 + 0.67 \times 400 A_s$$

$$A_s = 1189.4 \text{ mm}^2$$

يلاحظ هنا أن نسبة التسليح $\mu = \frac{A_s}{A_c} = 0.0079$ وهي أقل من 0.008 ولذلك يجب زيادتها لتحقيق

متطلب الكود A_{smin}

$$A_s = \frac{0.8}{100} \times 500 \times 300 = 1200 \text{ mm}^2$$

choose 6 Φ 16

Example (10-13):

Design a tied circular column to resist an ultimate load of 120 ton. $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$.

Solution:

$$\text{Assume } \mu = \frac{A_s}{A_c} = 1.5 \%$$

$$P_u = 0.35 f_{cu} A_c + 0.67 A_s f_y$$

$$1200 \times 10^3 = 0.35 \times 25 A_c + 0.67 \times 240 (0.015 A_c)$$

$$A_c = 107507.6 \text{ mm}^2$$

$$D = 370 \text{ mm}$$

يفضل اختيار أبعاد الأعمدة مضاعفات الرقم 5 لسهولة التنفيذ وفي هذه الحالة يمكن زيادة القطر إلى 400 mm وزيادة مساحة حديد التسليح.

assume $D = 400 \text{ mm}$

$$A_c = 125663.7$$

$$1200 \times 10^3 = 0.35 \times 25 \times 125663.7 + 0.67 \times 240 A_s$$

$$A_s = 624.6 \text{ mm}^2$$

نلاحظ هنا أن نسبة التسليح المطلوبة حوالي 0.5 % ولذلك فإما أن نزيدها إلى 0.8 % أو نقلل القطر إلى 350 مم.

If $D = 350 \text{ mm}$

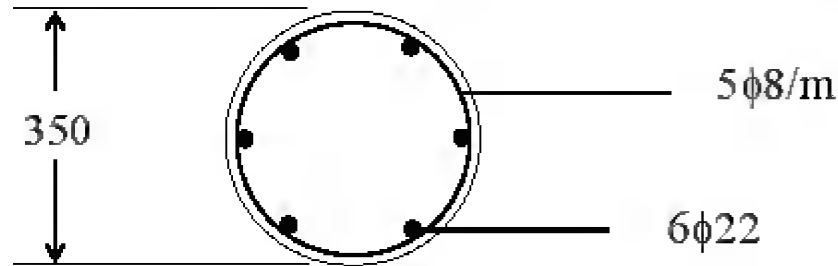
$$A_c = 96211.3 \text{ mm}^2$$

$$1200 \times 10^3 = 0.35 \times 25 \times 96211.3 + 0.67 \times 240 A_s$$

$$A_s = 2227.3 \text{ mm}^2$$

$$\mu = \frac{A_s}{A_c} = \frac{2227.3}{96211.3} = 2.3 \%$$

وهذه النسبة في حدود المسموح ويمكن اختيار الحديد $6 \Phi 22$



Example (10-14):

Design the column of the previous example if spiral ties are used.

Solution:

بفرض نسبة التسليح 2% وبالتعويض في المعادلة الثانية

$$P_u = 0.4 f_{cu} A_c + 0.76 A_{sc} f_y$$

$$1200 \times 10^3 = 0.4 \times 25 A_c + 0.76 \times 240 (0.02 A_c)$$

$$A_c = 87925 \text{ mm}^2 \rightarrow D = 334.6 \text{ mm}$$

Assume $D = 350 \text{ mm}$

$$A_c = 96211.3 \text{ mm}^2$$

$$1200 \times 10^3 = 0.4 \times 25 \times 96211.3 + 0.67 \times 240 A_s$$

$$A_s = 1479.4 \text{ mm}^2 \quad \mu = 1479.4/96211.3 = 1.53 \% > \mu_{\min}$$

$$A_s = 7 \Phi 18$$

$$D_k = D_c - 50 = 300 \text{ mm} \quad \therefore A_k = 70685.8 \text{ mm}^2$$

بالتعويض في المعادلة الأولى وبفرض قطر الكانات 8 مم

$$P_u = 0.35 f_{cu} A_k + 0.67 A_{sc} f_y + 1.38 V_{sp} f_y$$

$$1200 \times 10^3 = 0.35 \times 25 \times 70685.8 + 0.67 \times 1479.4 \times 240 + 1.38 \times 240 V_{sp}$$

$$V_{sp} = 1037.5$$

$$V_{sp} = \pi A_{sp} D_k / p$$

$$1037.5 = \pi \times 50 \times 300 / P \quad \therefore p = 45.4 \text{ mm}$$

$$\mu_{sp} = \frac{V_{sp}}{A_k} \geq 0.36 \frac{f_{cu}}{f_{yp}} \left(\frac{A_c}{A_k} - 1 \right)$$

$$\frac{V_{sp}}{70685.8} \geq 0.36 \frac{25}{240} \left(\frac{96211.3}{70685.8} - 1 \right)$$

$$\therefore V_{sp} \geq 957.2 \quad \text{o.k.}$$

يمكن استخدام التسليح المذكور على أن تكون الخطوة (pitch) المسافة بين الكانات الحلزونية 40 مم. أو يمكن استخدام قطر أكبر للكانات الحلزونية (10 مم مثلاً) واستخدام خطوة أكبر.

Example (10-15):

Calculate the maximum ultimate load that a spiral short column of 500 mm diameter and main reinforcement is 8 Φ 16 the lateral reinforcement is Φ 10 @ 60 mm.

$$f_{cu} = 22.5 \text{ N/mm}^2 \text{ and } f_y = 400 \text{ N/mm}^2.$$

Solution:

بالتعويض في المعادلة الثانية

$$A_c = 196349.5 \text{ mm}^2$$

$$P_u = 0.4 f_{cu} A_c + 0.76 A_s f_y$$

$$= 0.4 \times 30 \times 196349.5 + 0.76 \times 1609 \times 240 = 2649.7 \text{ kn}$$

$$D_k = 500 - 50 = 450 \text{ mm}$$

$$A_k = 159043.1 \text{ mm}^2$$

$$V_{sp} = \pi A_{sp} D_k / P$$

$$= \pi \times 78.5 \times 450 / 60 = 1849.6$$

$$\mu_{sp} = V_{sp} / A_k = 1849.6 / 159043.1 = 0.011 \quad (1)$$

$$0.36 \frac{f_{cu}}{f_{yp}} \left(\frac{A_c}{A_k} - 1 \right)$$

$$0.36 \left(\frac{30}{240} \right) \left(\frac{196349.5}{159043.1} - 1 \right) = 0.01 \quad (2)$$

$$\text{from (1) and (2)} \quad \mu_{sp} \geq 0.36 \frac{f_{cu}}{f_{yp}} \left(\frac{A_c}{A_k} - 1 \right)$$

بالتعويض في المعادلة الأولى:

$$P_u = 0.35 f_{cu} A_k + 0.67 A_{sc} f_y + 1.38 V_{sp} f_{yp}$$

$$= 0.35 \times 30 \times 159043.1 + 0.67 \times 1609 \times 240 + 1.38 \times 1849.6 \times 240 = 2545.7 \text{ kn.}$$

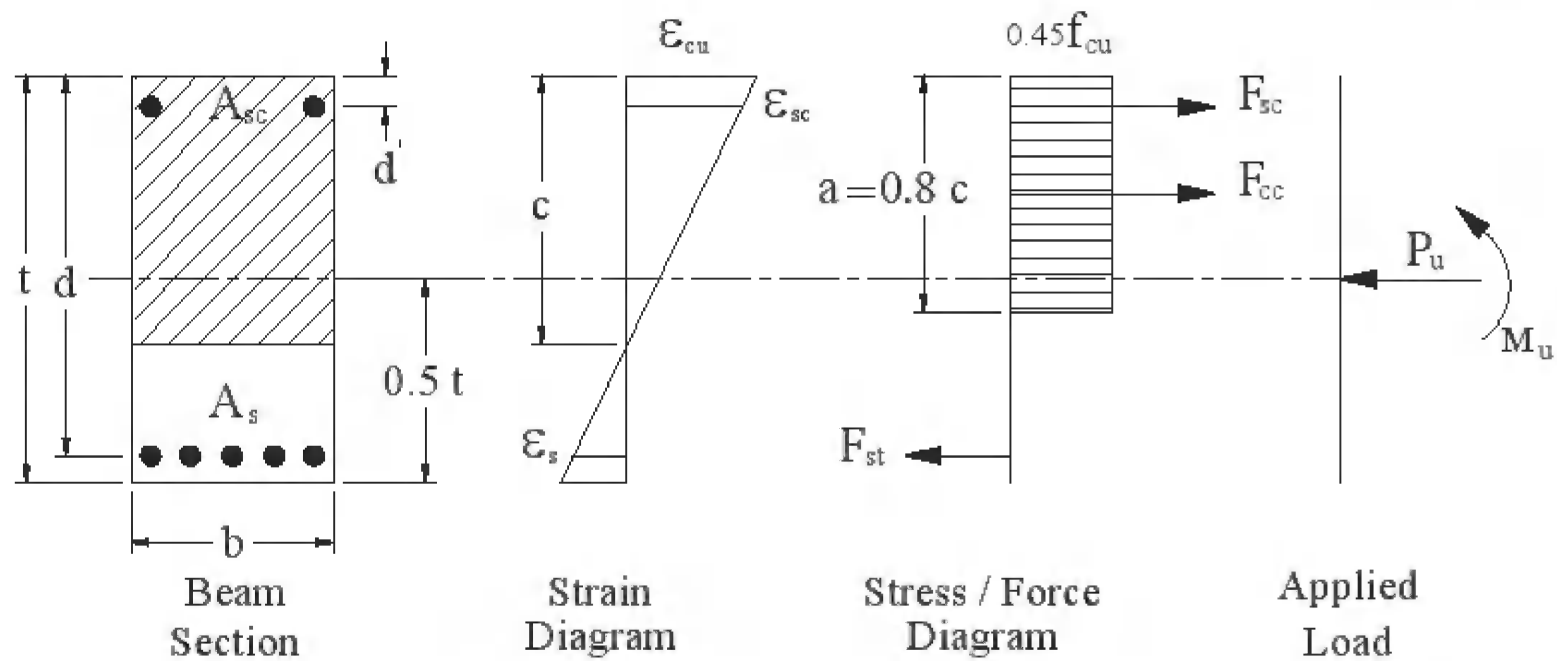
6-10- الأعمدة القصيرة المدعمة عرضيا والمعرضة لحمل محوري وعزم انحناء:

Short braced columns resisting axial load and moment:

هذه الحالة لا يمكن حلها مباشرة مثل حالة الحمل المحوري فقط لأنه لابد من الأخذ في الاعتبار مكان محور التعادل (neutral axis) والذي يعتمد أساسا على قيمة كل من عزم الانحناء M_u والحمل الاقصى P_u .

1- الحالة الأولى : $t \leq 0.80 c$ or $t \leq a$

في هذه الحالة يكون المستطيل المكافئ لقوة الضغط يقع داخل مقطع العمود وفي هذه الحالة يكون جزءا من المقطع معرض لضغط والجزء الآخر معرض لشد. ويحدث هذا عندما يكون المحور P_u صغير نسبيا والعزم المؤثر على العمود كبير.



بأخذ مجموع القوي في اتجاه (X)

$$\Sigma F_x = 0.0$$

$$P_u = F_{cc} + F_{sc} + F_{st}$$

حيث:

F_{cc} : قوة الضغط في الخرسانة.

F_{sc} : قوة الضغط في حديد التسليح المعرض لضغط.

F_{st} : قوة الشد في حديد التسليح المعرض لشد.

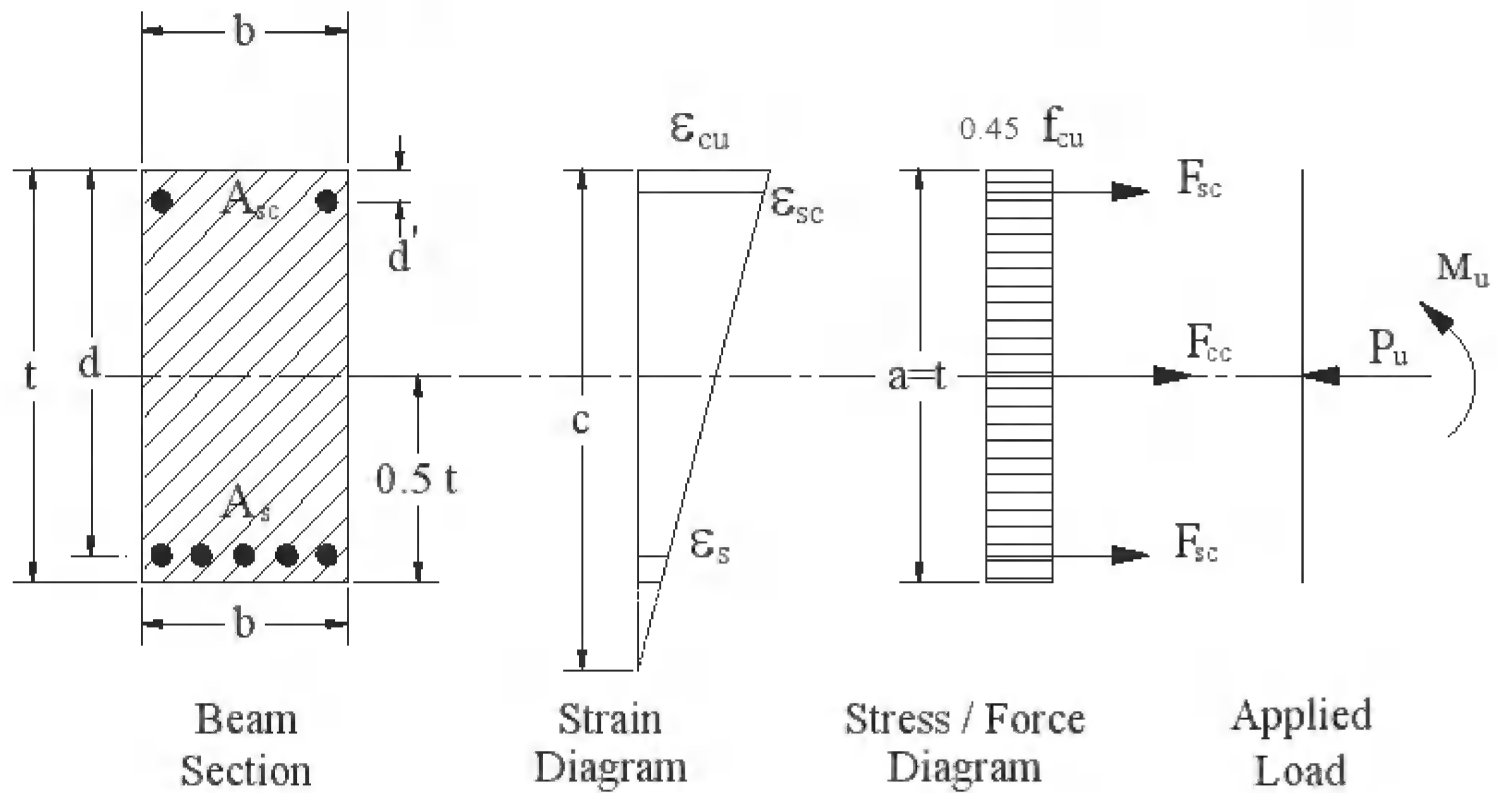
وبالتوازن العزوم حول محور التعادل :

$$\Sigma M \text{ about center line} = 0.0$$

$$M_u = F_{cc} \left(\frac{t}{2} - \frac{a}{2} \right) + F_{sc} \left(\frac{t}{2} - d' \right) + F_{st} \left(d - \frac{t}{2} \right)$$

2- الحالة الثانية : $0.80 c > t$ or $a > t$:

في هذه الحالة يكون المستطيل المكافئ لقوة الضغط يقع خارج حدود القطاع وهكذا يكون القطاع بأكمله معرض لقوة ضغط. ويحدث ذلك عندما يكون الحمل المحوري P_u كبير نسبيا والعزم المؤثر M_u صغير.



بأخذ مجموع القوي في اتجاه (X)

$$\Sigma F_x = 0.0$$

$$P_u = F_{cc} + F_{sc} + F_{st}$$

وبأخذ العزوم حول محور التعادل :

$$\Sigma M \text{ about center line} = 0.0$$

$$M_u = F_{sc} \left(\frac{t}{2} - d' \right) - F_{st} \left(d - \frac{t}{2} \right)$$

3- ادماج الحالتين:

يلاحظ أن اتجاه القوة F_{st} يتغير في الحالتين السابقتين وبأخذ قوة الضغط موجبة يمكن الحصول على المعادلتين الآتيتين:

$$P_u = F_{cc} + F_{sc} - F_{st}$$

$$M_u = F_{cc} \left(\frac{t}{2} - \frac{a}{2} \right) + F_{sc} \left(\frac{t}{2} - d' \right) + F_{st} \left(d - \frac{t}{2} \right)$$

وهكذا عندما يكون F_{st} شد يكون سالبا. تحصل على معادلات الحالة الاولى وعندما يكون موجبا و $\frac{t}{2} = \frac{a}{2}$

نحصل على المعادلة في الحالة الثانية.

10-6-1 Forces Affecting the Column Section: القوى المؤثرة على القطاع

القوى المؤثرة على القطاع يتم حسابها بضرب الاجهاد \times المساحة

$$F_{cc} = 0.45 f_{cu} .b. a$$

$$F_{sc} = (f_{sc} - 0.45 f_{cu}) A_{sc}$$

$$F_{st} = (f_s - 0.45 f_{cu}) A_s$$

وفي هذه المعادلات تم اخذ المساحة المنقوصة بحديد التسليح في الاعتبار بتخفيض الاجهاد في حديد التسليح.

الانفعال Strain عند أي مستوي z يمكن حساب كما يلي:

$$\epsilon_z = 0.003 \left(\frac{c - z}{c} \right)$$

ويكون الانفعال في حديد التسليح المعرض لأكبر اجهاد ضغط

$$\epsilon_{sc} = 0.003 \left(\frac{c - d'}{c} \right) = 0.003 \left(1 - \frac{d'}{c} \right)$$

والانفعال في حديد التسليح المعرض لأقل اجهاد ضغط.

$$\epsilon_s = 0.003 \left(\frac{c - d'}{c} \right) = 0.003 \left(1 - \frac{d'}{c} \right)$$

يلاحظ أن الانفعال في حديد التسليح محدد بالقيمة الثانية ولا يمكن أن يتعداها:

$$\frac{f_y / \gamma_s}{E_s} = \frac{400 / 1.15}{2 \times 10^5} = 0.0017$$

وعند هذا الانفعال يكون الاجهاد في حديد التسليح مساويا لاجهاد الخضوع f_y

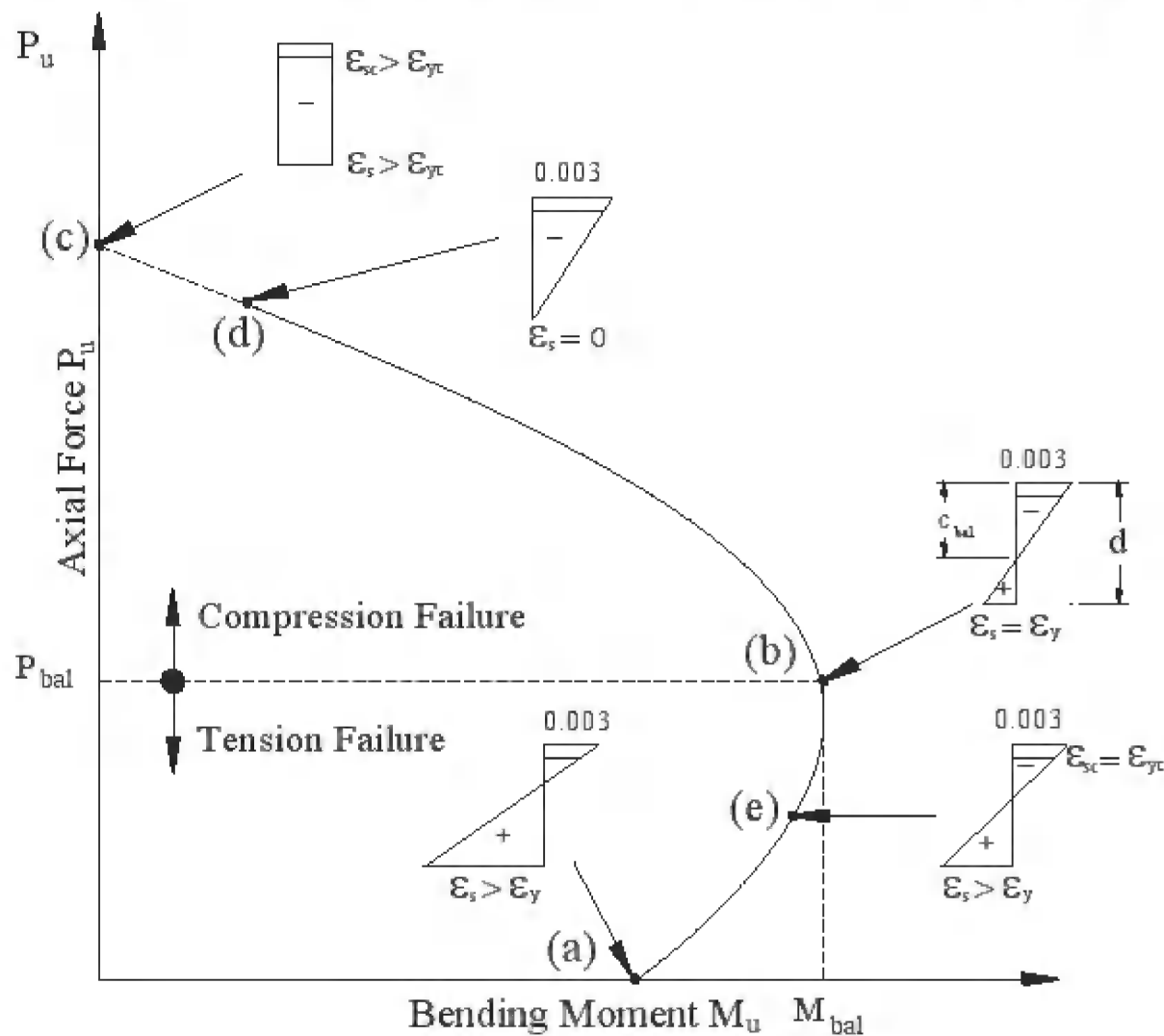
$$f_s = E_s \epsilon_s \quad \epsilon_s < 0.0017$$

$$f_s = f_y \quad \epsilon_s \geq 0.0017$$

ولذلك فمن المعادلات السابقة ولقيمة معينة من c ينتج زوجا من M_u , P_u . ولمدي معين من c يمكن رسم ما يطلق عليه بياني التفاعل (Interaction Diagram).

2-6-10- شرح بياني التفاعل للأعمدة Interaction Diagram :

لمدي معين من قيمة $\frac{c}{t}$ يمكن تحديد مجموعة من النقاط كل واحدة تمثل زوجا من الحمل المحوري وعزم الانحناء المصاحب له. وأي زوج من عزم انحناء وحمل محوري يقع داخل هذا المنحني يكون آمنا علي القطاع ولا يحدث بسببهما أي انهيار. وهناك نقاط هامة يمكن الإشارة إليها في بيان التفاعل للأعمدة كما يلي:



a- انحناء فقط : Pure Bending

هذه النقطة تمثل حالة مقطع كمره معرضة لعزم انحناء. يلاحظ أن وجود حمل محوري ولو بقيمة صغيرة يزيد مقاومة الكمره للانحناء.

b- نقطة التوازن : Balance Point

وعند هذه النقطة تصل الخرسانة لأقصى قيمة انفعال في نفس الوقت الذي يصل فيه حديد التسليح في الشد الي أقصى انفعال أي انفعال الخضوع. أي قيم من الحمل المحوري P_u وعزم الانحناء M_u أقل من القيمة السابقة يكون انهيار العمود انهيارا لدنا (ductile failure). حيث يصل حديد التسليح الي اجهاد الخضوع قبل أن تصل الخرسانة الي الاجهاد الاقصى. وفي الحالة الاخرى أي عندما يكون انهيار العمود انهيار قصفا (brittle failure) أي أن الخرسانة تنسحق بدون حدوث خضوع (yielding) لحديد التسليح. ويلاحظ أنه لا يمكن التحكم في نوع الانهيار بالتحكم في مساحة حديد التسليح كما يحدث بالكمرات.

c- اجهاد ضغط فقط : Pure Axial Compression

عند هذه النقطة يكون العمود معرضا لقوة ضغط فقط ولا يوجد عزم انحناء. وتكون مقدرة العمود لمقاومة الاحمال المحورية مساوية لـ P_0 . يلاحظ أن حديد التسليح للشد يحدث له خضوع في الضغط لأن القطاع كله معرض لاجهادات ضغط.

d- عدم انفعال حديد التسليح في الشد : Zero Strain in The Tension Reinforcement

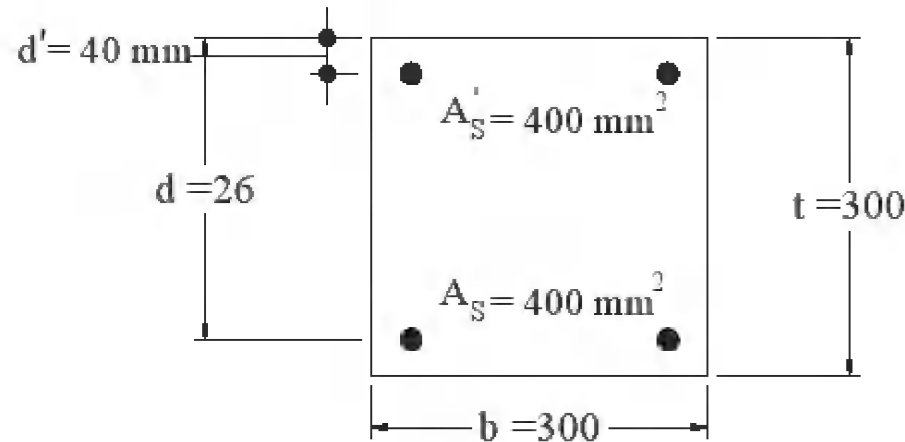
عند التحرك من النقطة (b) الي النقطة (c) يلاحظ أن عمق محور التعادل يزداد من c_{bal} الي ما لا نهاية مع زيادة P_u . والانفعال في حديد تسليح الشد يتغير من الخضوع في الشد الي الخضوع في الضغط كما هو موضح بالشكل مارا بنقطة الصفر عند (d). وبالتحرك من (d) الي النقطة (c) فإن محور التعادل يقع خارج المقطع ويتحول توزيع الانفعال من شكل مثلثي الي شكل منتظم بين النقطتين (a) , (c) فإن الزيادة في الحمل المحوري P_u سوف تؤدي الي عزم انحناء M_u أقل للوصول الي حالة الانهيار. وبالعكس أسفل نقطة التوازن فإن الزيادة في الحمل المحوري P_u سوف تكون مصحوبة بزيادة قدرة المقطع علي مقاومة عزم الانحناء M_u .

e- خضوع حديد التسليح في الضغط : Yielding of The Compression Reinforcement

بزيادة الحمل المحوري P_u وزيادة عمق محور التعادل (neutral Axis) فإن الانفعال في تسليح الضغط سوف يتغير من انفعال مرن الي انفعال الخضوع. وسوف يتأثر ذلك بمقاومة التسليح وموضعه بالنسبة لمقطع العمود.

Example (10-16):

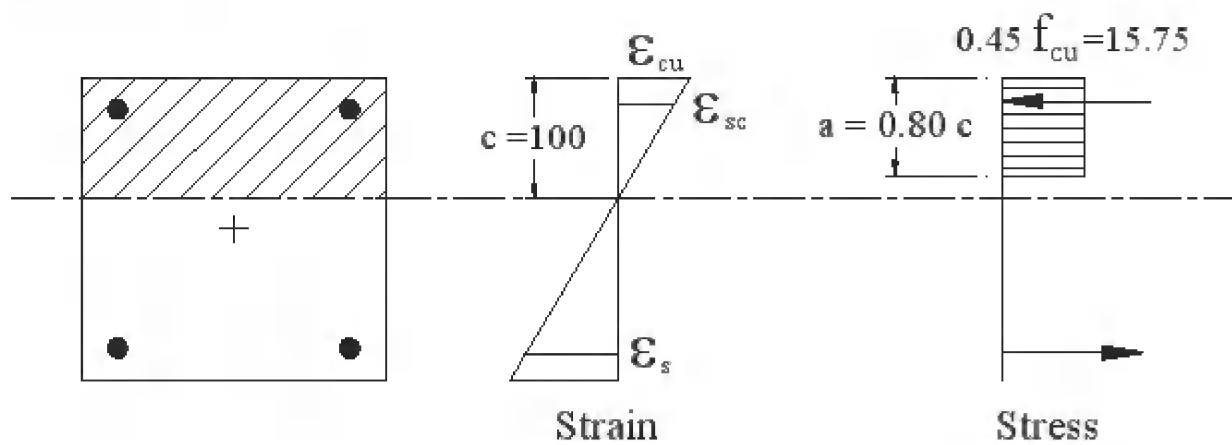
Derive points on the Interaction Diagram for the column illustrated. The concrete cube strength is $f_{cu} = 35 \text{ N/mm}^2$.



Solution:

نبدأ الحل باعتبار عدة مواضع لمكان محور التعادل (Neutral Axis)

Point (1): Let $c = 100 \text{ mm}$



يحدث الانهيار في هذه الحالة عندما يصل الانفعال الي اقصى قيمة

$$\epsilon_{cu} = 0.003$$

$$\begin{aligned} \text{Force in concrete} &= (15.75 \text{ N/mm}^2) (300 \times 80) \\ &= 378000 \text{ N} \\ &= 378 \text{ kn} \end{aligned}$$

$$\text{Force in displaced concrete} = 15.75 \times 400 = 6.3 \text{ kn}$$

Strain in compression reinforcement

$$\frac{\epsilon'_s}{60} = \frac{\epsilon_{cu}}{100} \rightarrow \epsilon'_s = 0.0018$$

The yield Strain of steel is $\frac{0.87f_y}{E_s} = \frac{0.87 \times 400}{2 \times 10^5} = 0.0017$

Hence the compression steel has yielded. The force in the compression reinforcement is therefore

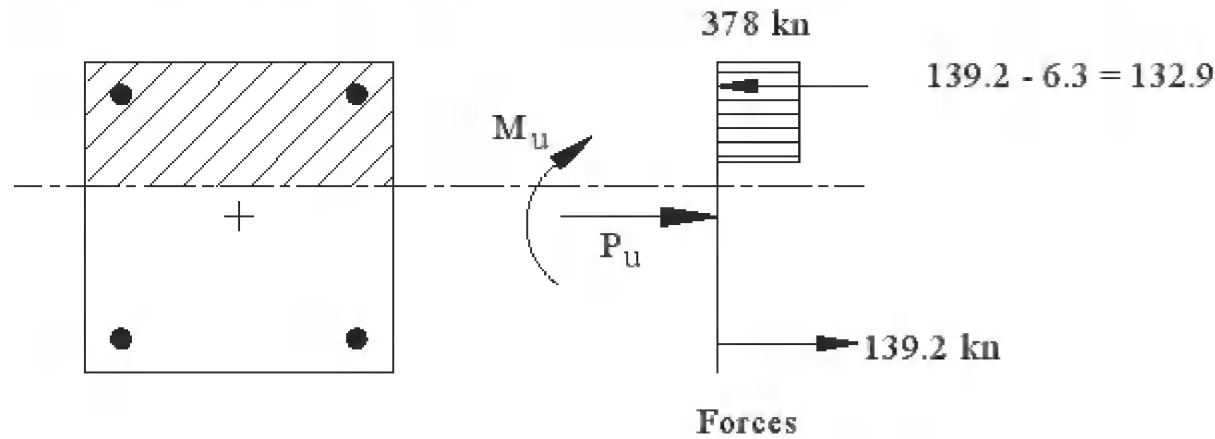
$$f'_s = 0.87 f_y \times 400 = 139200 \text{ N} = 139.2 \text{ kn}$$

The strain in the tension steel is also found

$$\frac{\epsilon_s}{160} = \frac{\epsilon_{cu}}{1000} \rightarrow \epsilon_s = 0.0056$$

Therefore this steel has also yielded. Hence force in tension steel

$$f_{st} = 0.87 f_y A_s = 0.87 \times 400 \times 400 = 139200 \text{ kn}$$



والان بتطبيق الاتزان للقوي المحورية يجب أن تكون هناك قوي محورية تساوي:

$$P_u = 132.9 + 378 - 139.2 = 371.7 \text{ kn}$$

وكذلك لاتزان العزوم يجب أن يكون هناك عزم انحناء يتزن مع العزم الناتج عن القوي السابقة.

$$\begin{aligned} M_u &= 378 \times 10^3 (150 - 80/2) + 132.9 \times 10^3 (150 - 40) + 139.2 \times 10^3 (260 - 150) \\ &= 71511000 \text{ N.mm} = 71.5 \text{ m.kn} \end{aligned}$$

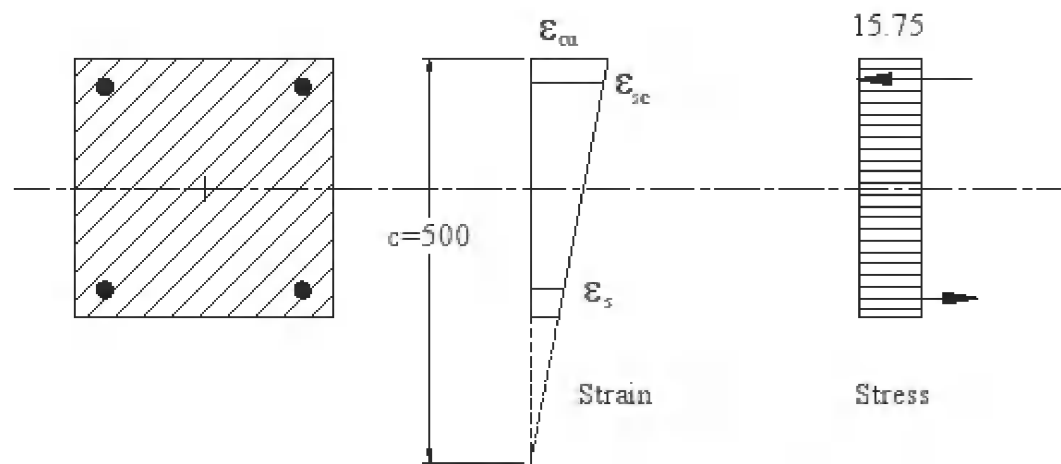
وهكذا تكون أول نقطة في بياني التفاعل هي $(P_u, M_u) = (371.7, 71.5)$.

Point (2): Let $x = 500 \text{ mm}$

$$\text{Force in concrete} = (15.75 \text{ N/mm}^2) (300 \times 300) = 1417.5 \text{ kn}$$

$$\text{Force in displaced concrete} = 15.75 \times 400 = 6.3 \text{ kn}$$

حديد التسليح في هذه الحالة السفلي والعلوي كلاهما معرض لاجهادات ضغط والخرسانة المزاحة بوجود حديد التسليح في كلتا الحالتين.



يتم حساب الانفعال في حديد التسليح العلوي بتسابة المثلثات

$$\frac{\epsilon'_s}{460} = \frac{\epsilon_{cu}}{500} \rightarrow \epsilon'_s = 0.00276 > \epsilon_y$$

وبذلك يكون حديد التسليح العلوي قد تعدي نقطة الخضوع

$$\text{Force in top Steel} = 0.87 f_y A_s = 0.87 \times 400 \times 400 = 139.2 \text{ kn}$$

وبحساب الانفعال في حديد التسليح السفلي

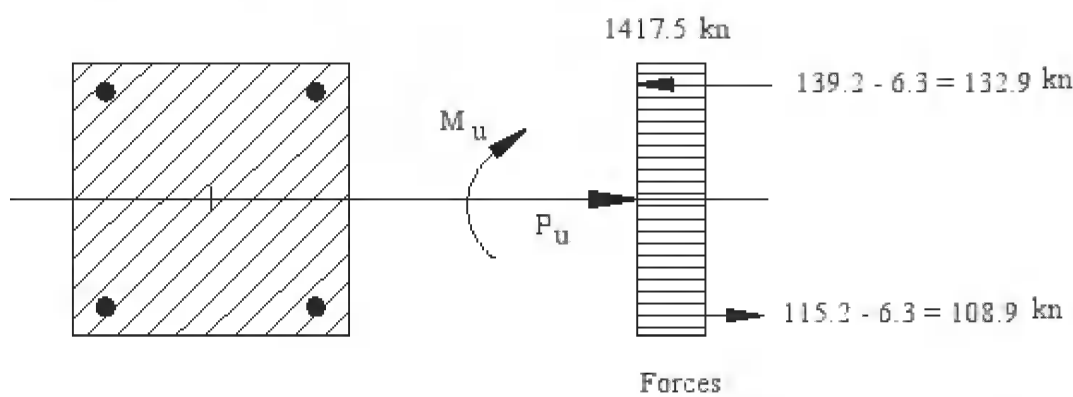
$$\frac{\epsilon_s}{(500 - 260)} = \frac{\epsilon_{cu}}{500} \rightarrow \epsilon_s = 0.00144 > \epsilon_y$$

وبذلك لا يصل حديد التسليح السفلي الي نقطة الخضوع

$$f_s = 0.00144 \times 2 \times 10^5 = 288 \text{ N/mm}^2$$

ولحساب القوي في حديد التسليح السفلي

$$F_s = 288 \times 400 = 115.2 \text{ kn}$$



ومن الاتزان للقوي المحورية

$$P_u = 132.9 + 108.9 + 1417.5 = 1659.3 \text{ kn}$$

وبأخذ العزوم للقوي حول محور القطاع

$$\begin{aligned} M_u &= 1417.5 \times 10^3 (150 - 150) + 132.9 \times 10^3 (150 - 40) - 108.9 \times 10^3 (260 - 150) \\ &= 2640000 \text{ N.mm} = 2.64 \text{ m.kn} \end{aligned}$$

وهكذا تكون النقطة الثانية علي بياني التفاعل هي $(P_u, M_u) = (1659.3, 2.64)$.

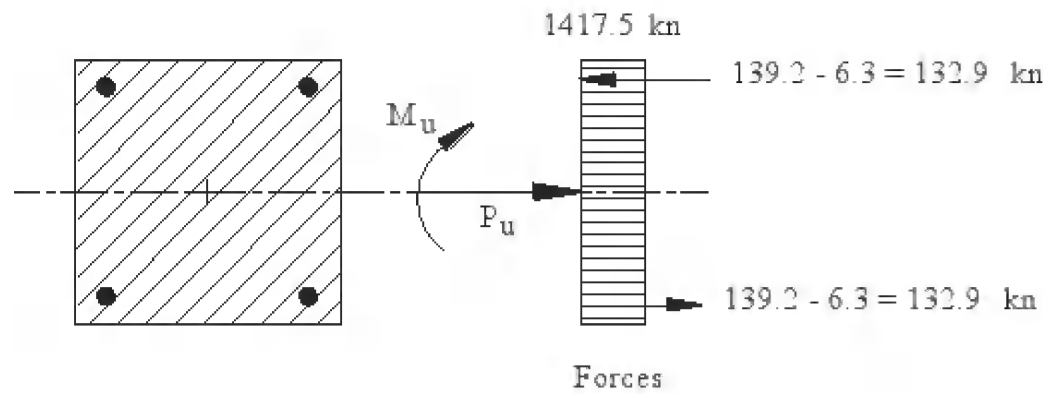
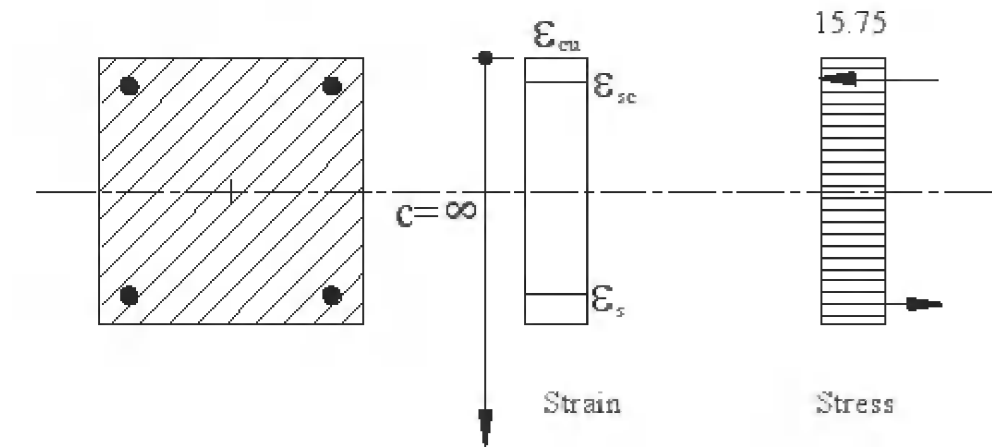
Point (3): Let $x = \infty$

Force in concrete = $(15.75 \text{ N/mm}^2) (300 \times 300) = 1417.5 \text{ kn}$

Force in displacement concrete = $15.75 \times 400 = 6.3 \text{ kn}$

يلاحظ أن حديد التسليح السفلي والعلوي قد تعدي نقطة الخضوع.

Force in top / Bottom Steel = $0.87 f_y A_s = 0.87 \times 400 \times 400 = 139.2 \text{ kn}$



باعتبار اتزان القوي المحورية

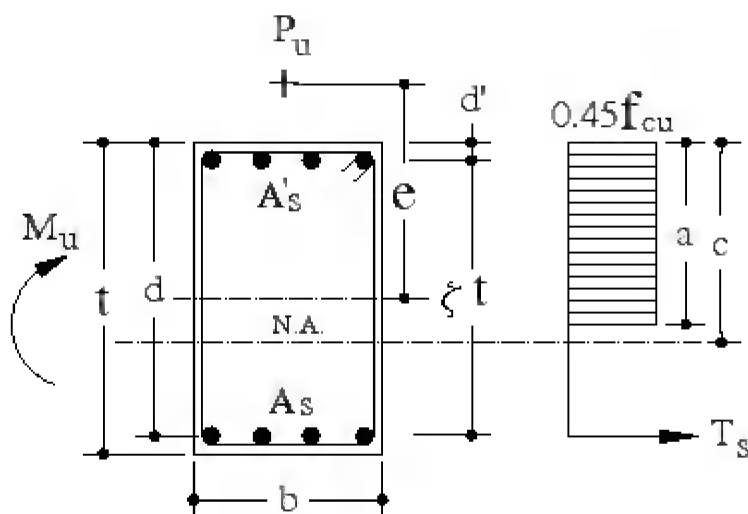
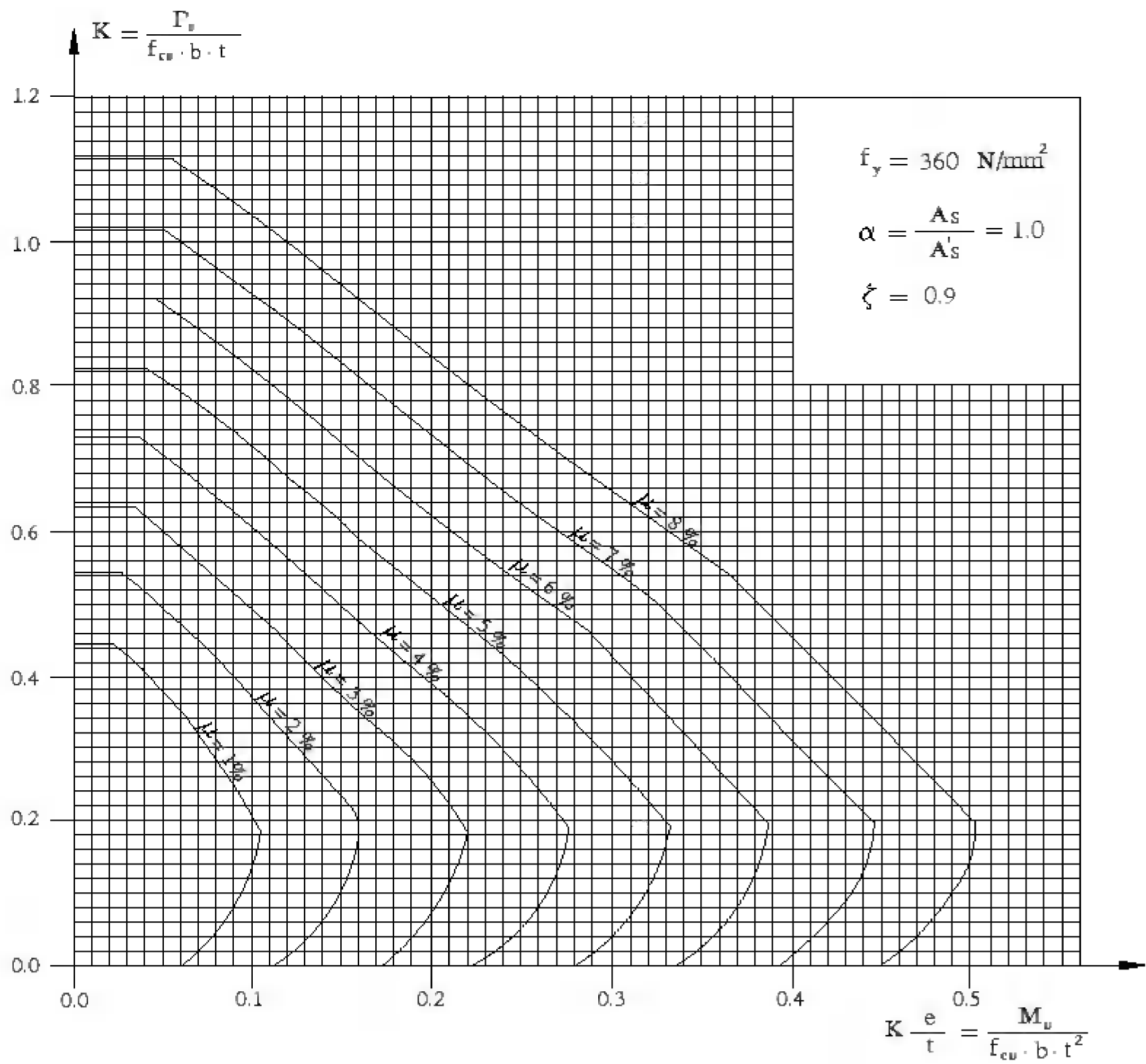
$$P_u = 132.9 + 139.2 + 1417.5 = 1683.3 \text{ kn}$$

وبأخذ العزوم للقوي حول محور القطاع

$$M_u = 1417.5 \times 10^3 (150 - 150) + 132.9 \times 10^3 (150 - 40) - 132.9 \times 10^3 (260 - 150) = 0$$

وبذلك تكون النقطة الثالثة علي بياني التفاعل هي $(P_u, M_u) = (1683.3, 0.0)$.

وهكذا يمكن حساب نقطة أخري حتي اكتمال بياني المنحني التفاعلي.

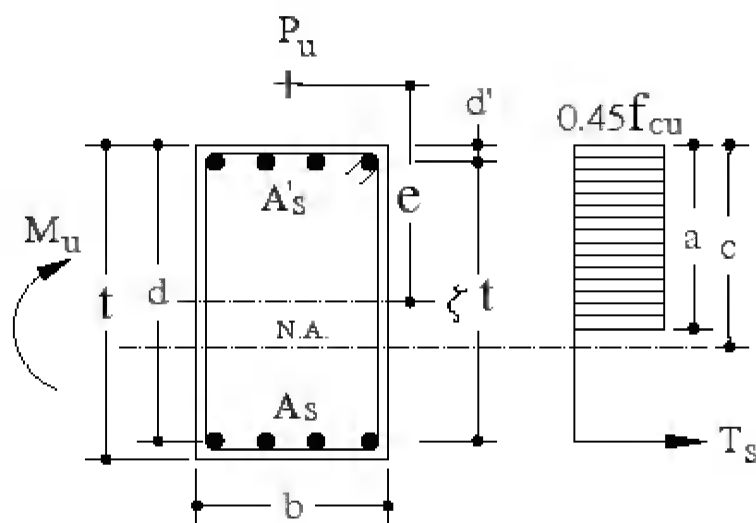
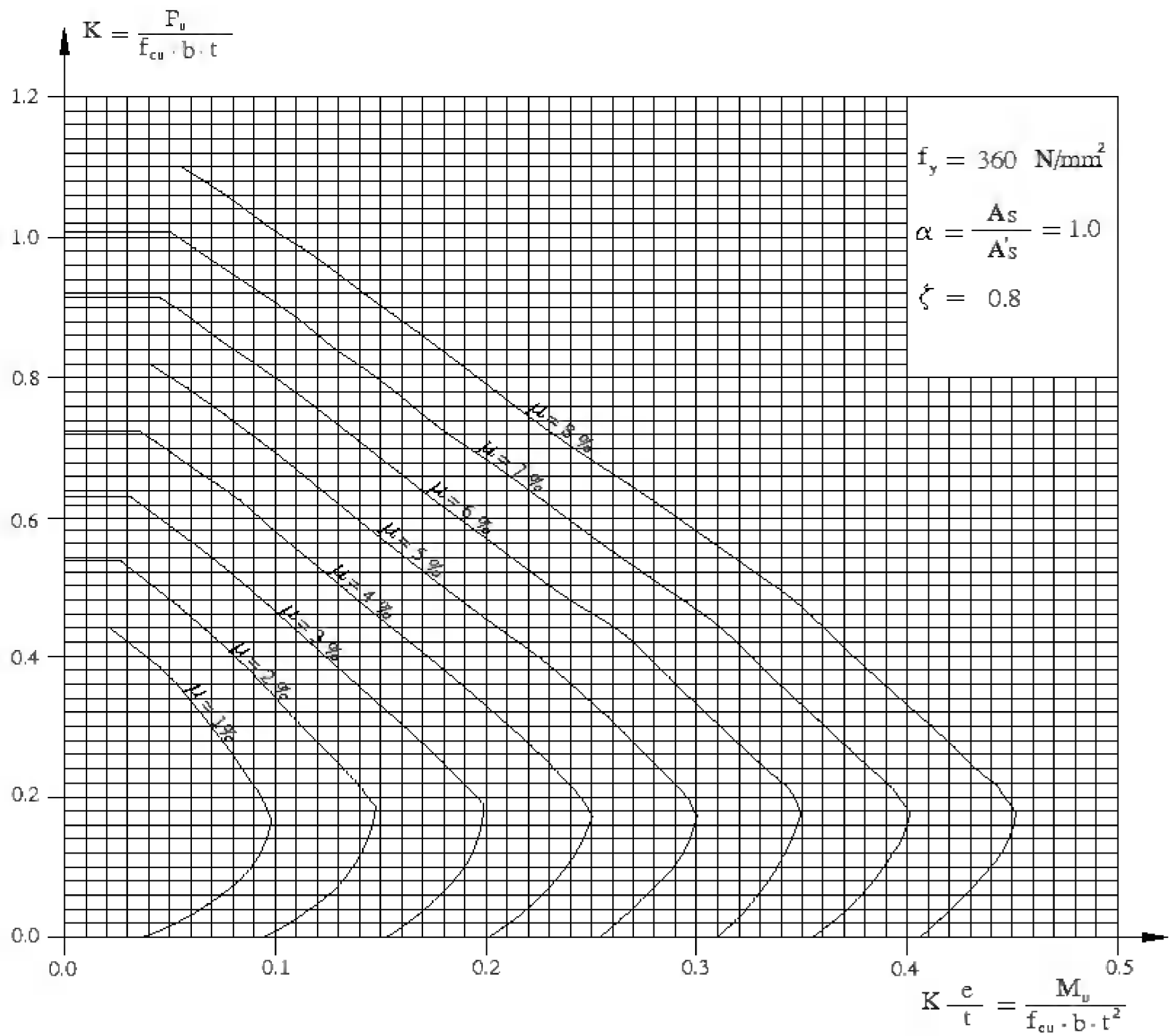


$$\mu = \frac{A_s + A'_s}{b \cdot t}$$

$$A_s = \mu \cdot b \cdot t \frac{1}{1 + \alpha}$$

$$A'_s = \mu \cdot b \cdot t \frac{\alpha}{1 + \alpha}$$

$$\zeta = \frac{d - d'}{t}$$

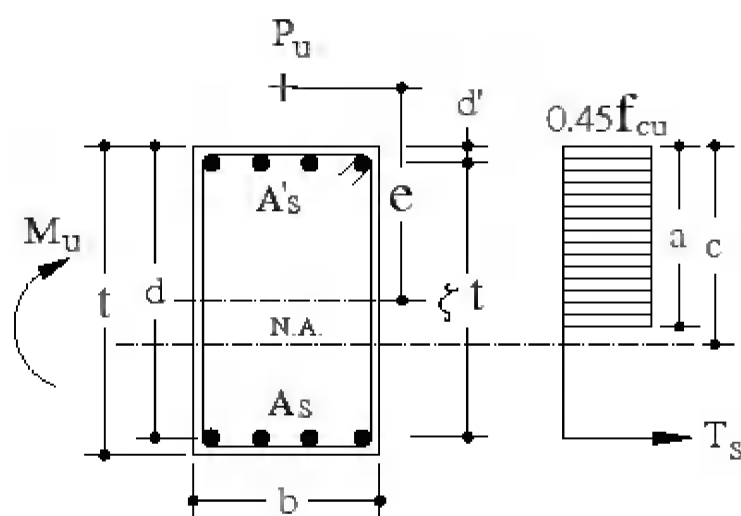
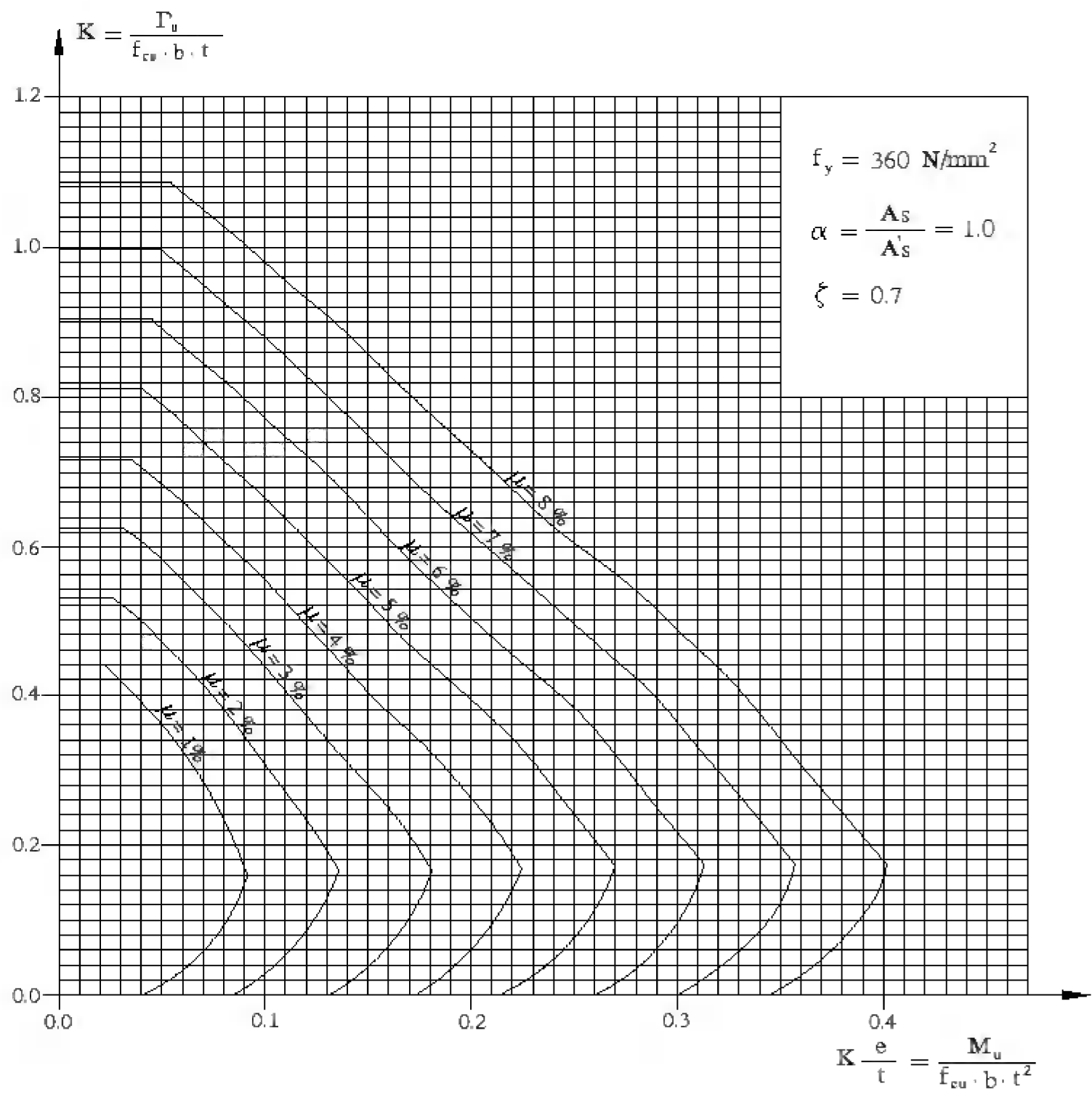


$$\mu = \frac{A_s + A'_s}{b \cdot t}$$

$$A_s = \mu \cdot b \cdot t \cdot \frac{1}{1 + \alpha}$$

$$A'_s = \mu \cdot b \cdot t \cdot \frac{\alpha}{1 + \alpha}$$

$$\zeta = \frac{d - d'}{t}$$

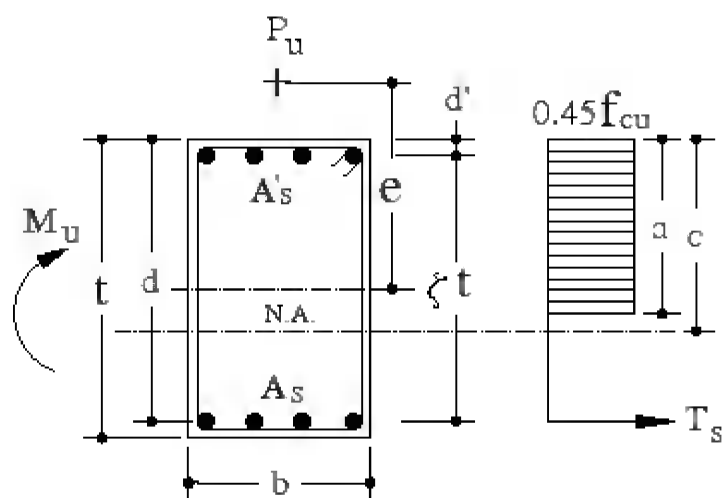
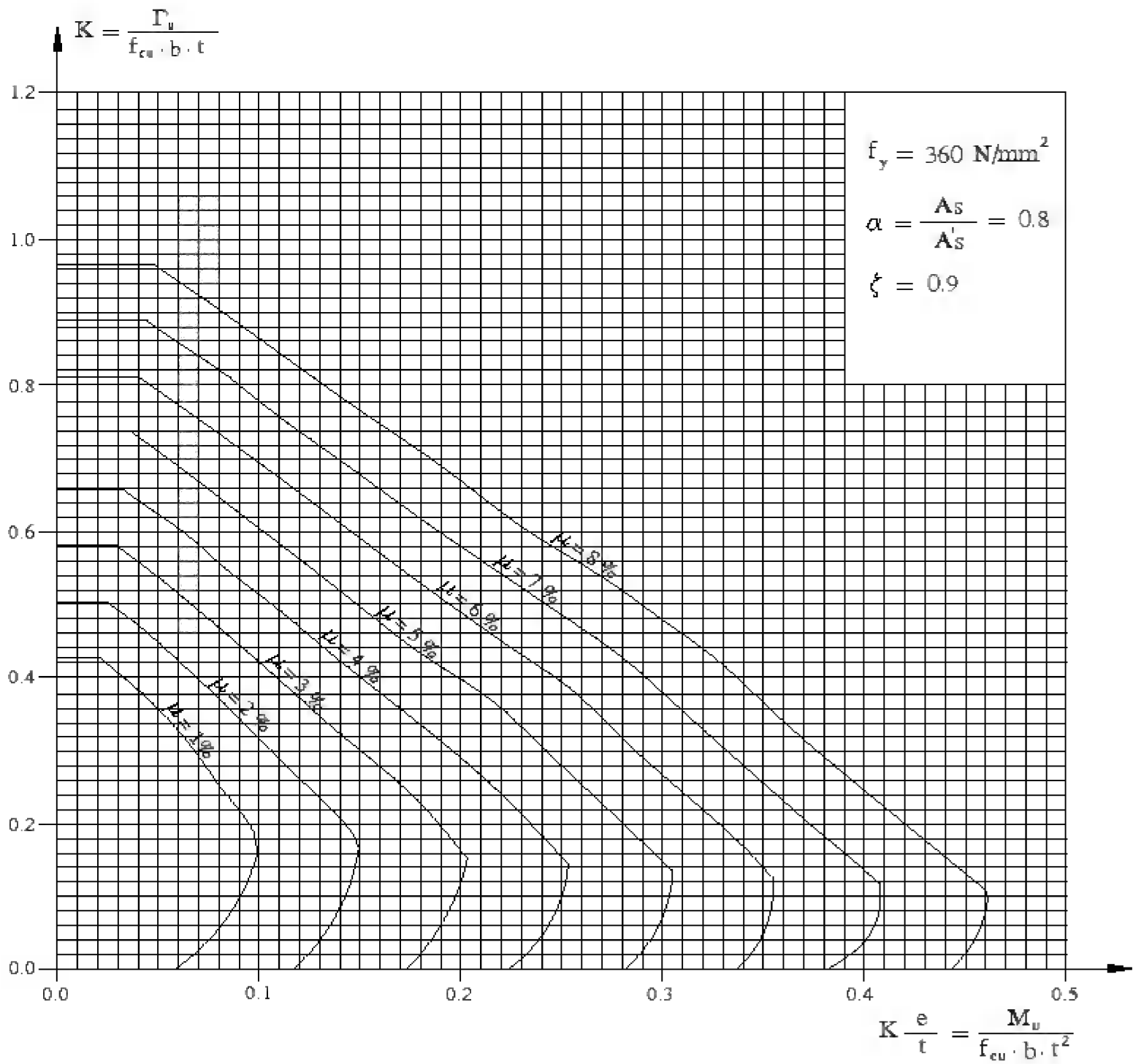


$$\mu = \frac{A_s + A'_s}{b \cdot t}$$

$$A_s = \mu \cdot b \cdot t \cdot \frac{1}{1 + \alpha}$$

$$A'_s = \mu \cdot b \cdot t \cdot \frac{\alpha}{1 + \alpha}$$

$$\zeta = \frac{d - d'}{t}$$

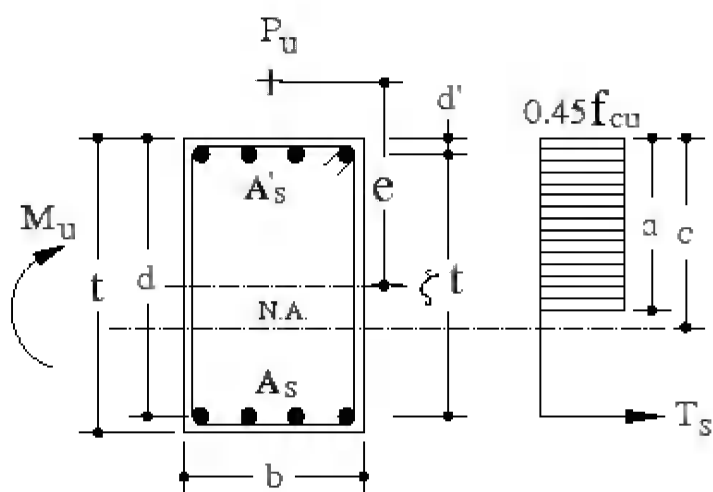
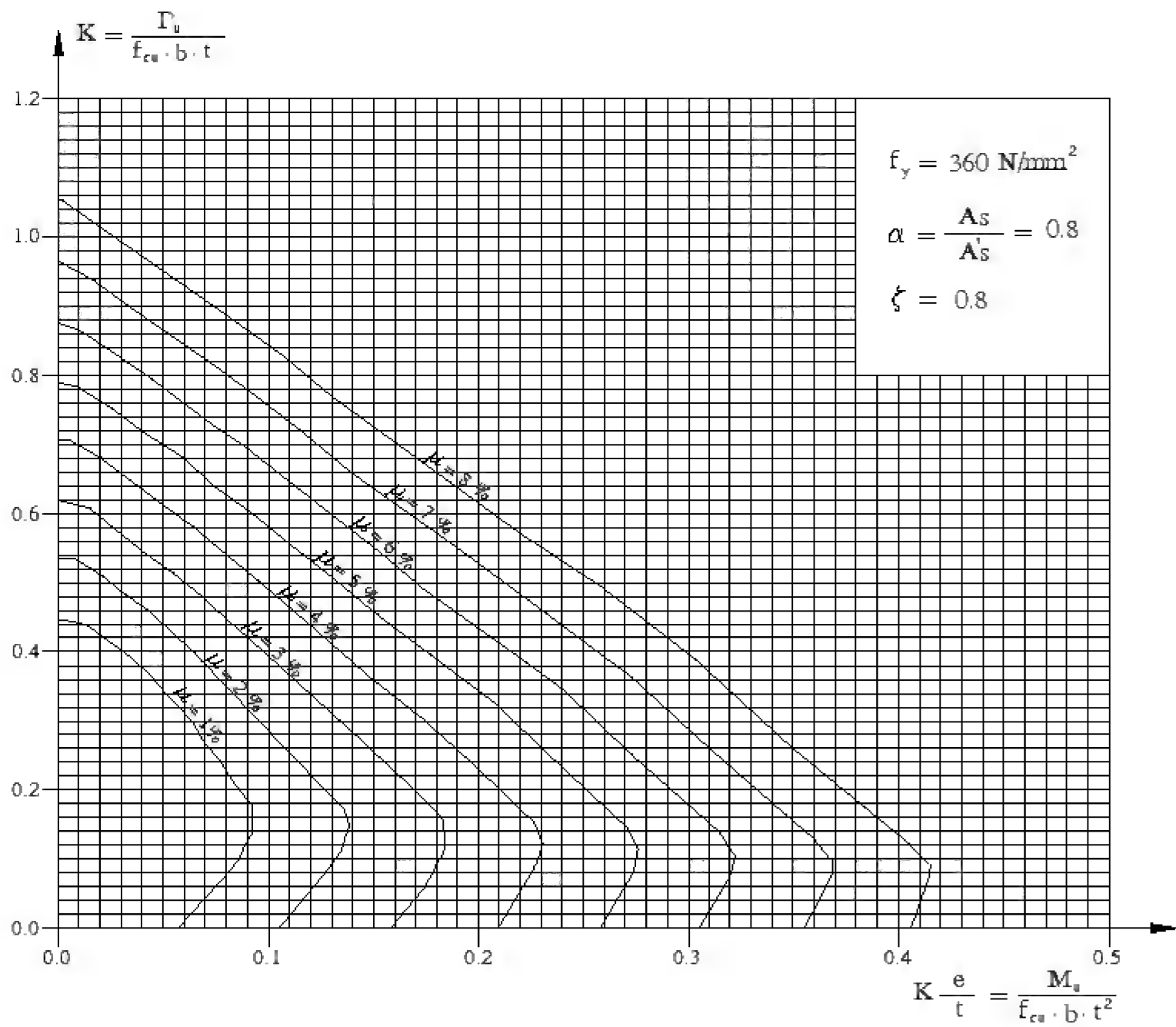


$$\mu = \frac{A_s + A'_s}{b \cdot t}$$

$$A_s = \mu \cdot b \cdot t \frac{1}{1 + \alpha}$$

$$A'_s = \mu \cdot b \cdot t \frac{\alpha}{1 + \alpha}$$

$$\zeta = \frac{d - d'}{t}$$

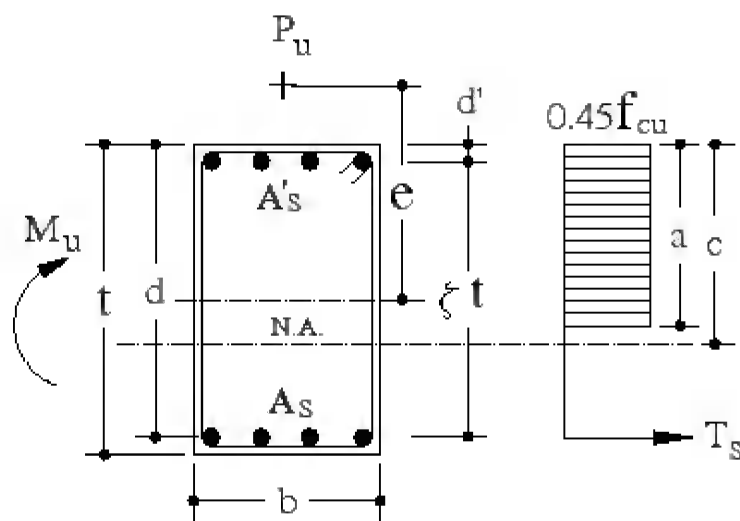
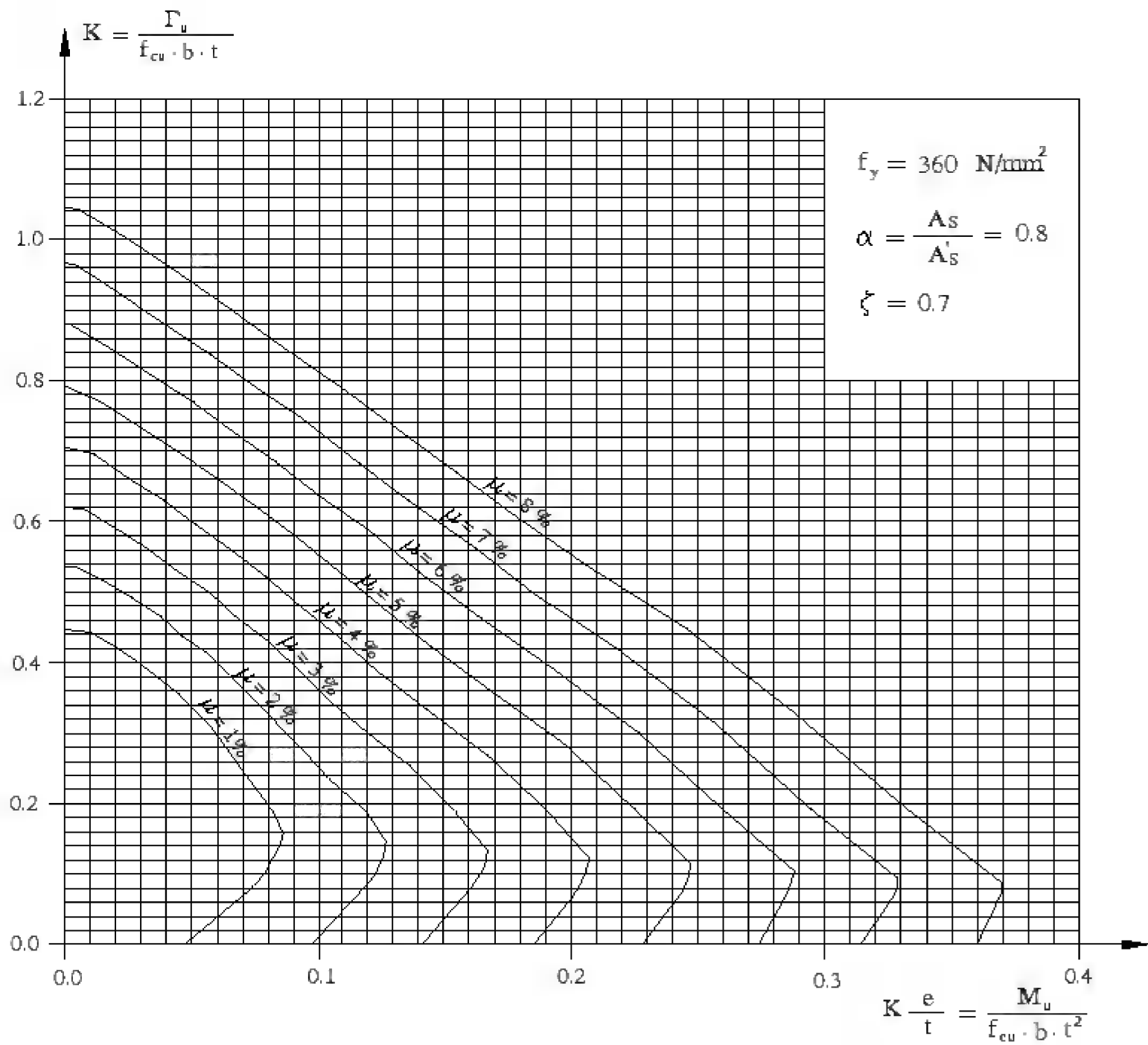


$$\mu = \frac{A_s + A'_s}{b \cdot t}$$

$$A_s = \mu \cdot b \cdot t \frac{1}{1 + \alpha}$$

$$A'_s = \mu \cdot b \cdot t \frac{\alpha}{1 + \alpha}$$

$$\zeta = \frac{d - d'}{t}$$

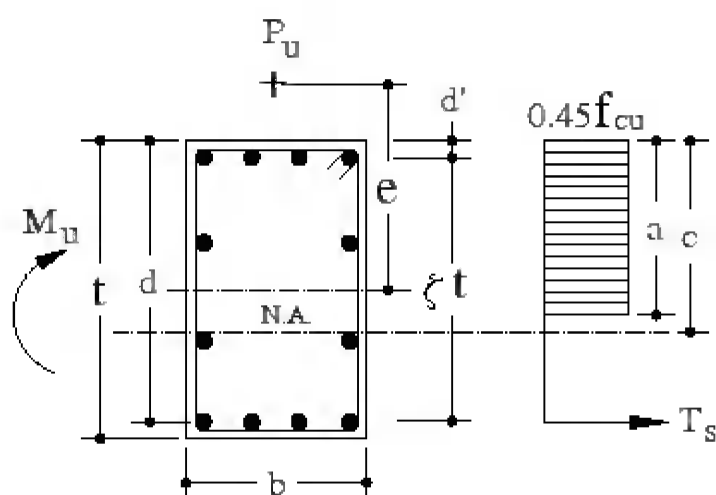
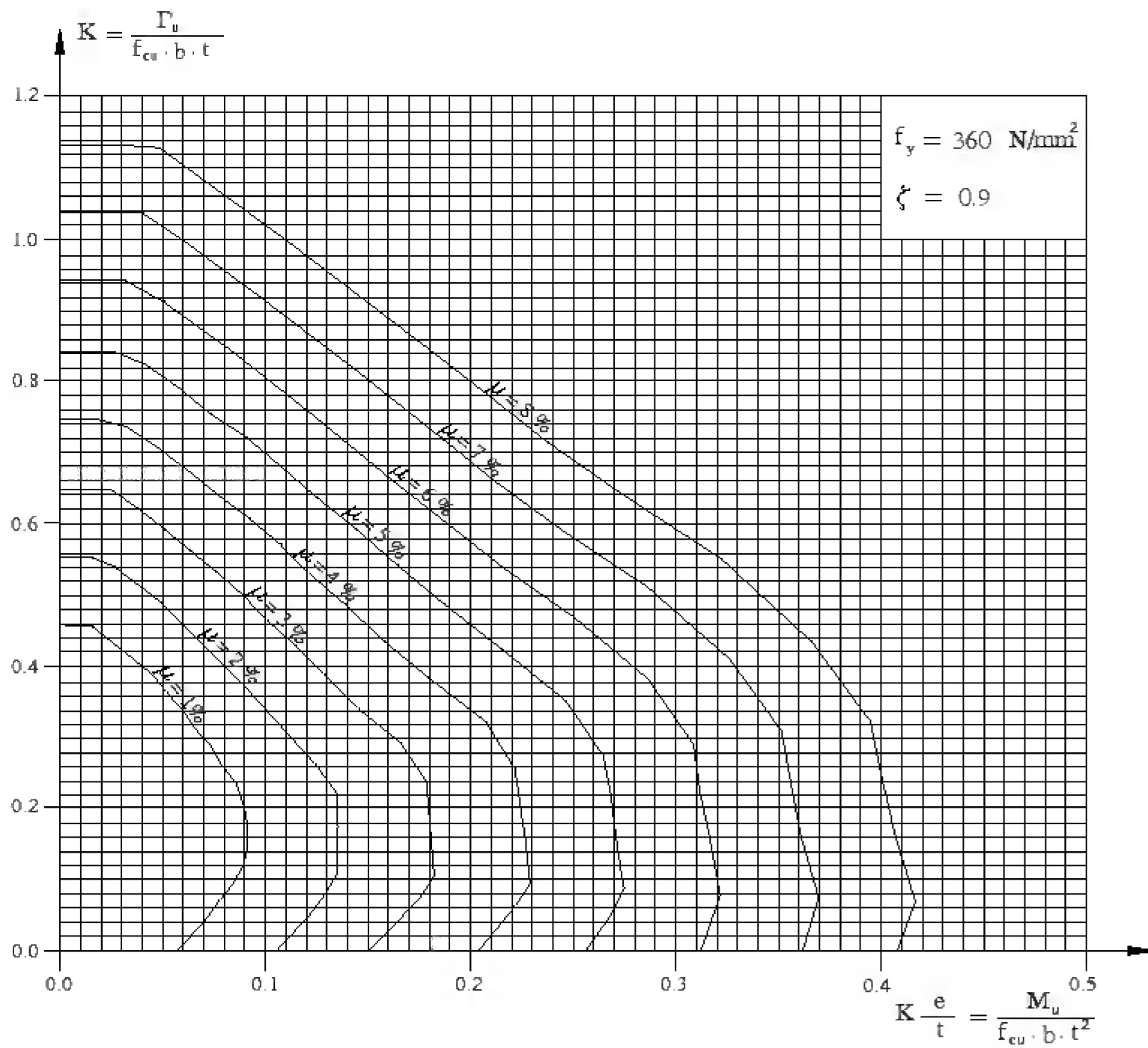


$$\mu = \frac{A_s + A'_s}{b \cdot t}$$

$$A_s = \mu \cdot b \cdot t \frac{1}{1 + \alpha}$$

$$A'_s = \mu \cdot b \cdot t \frac{\alpha}{1 + \alpha}$$

$$\zeta = \frac{d - d'}{t}$$

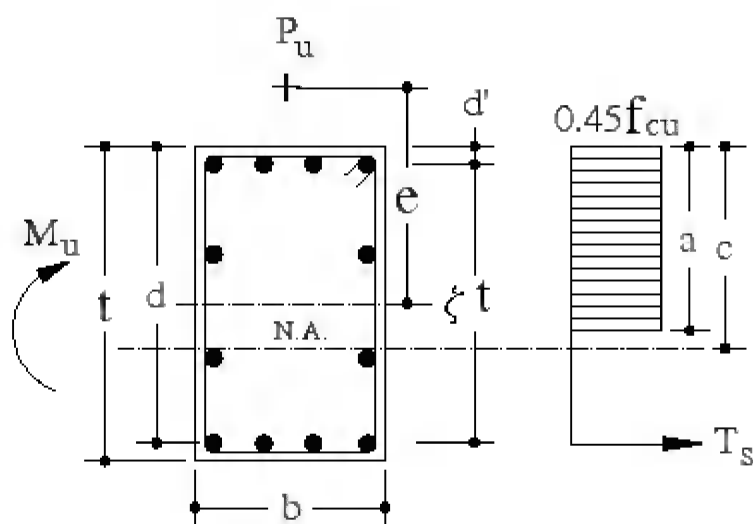
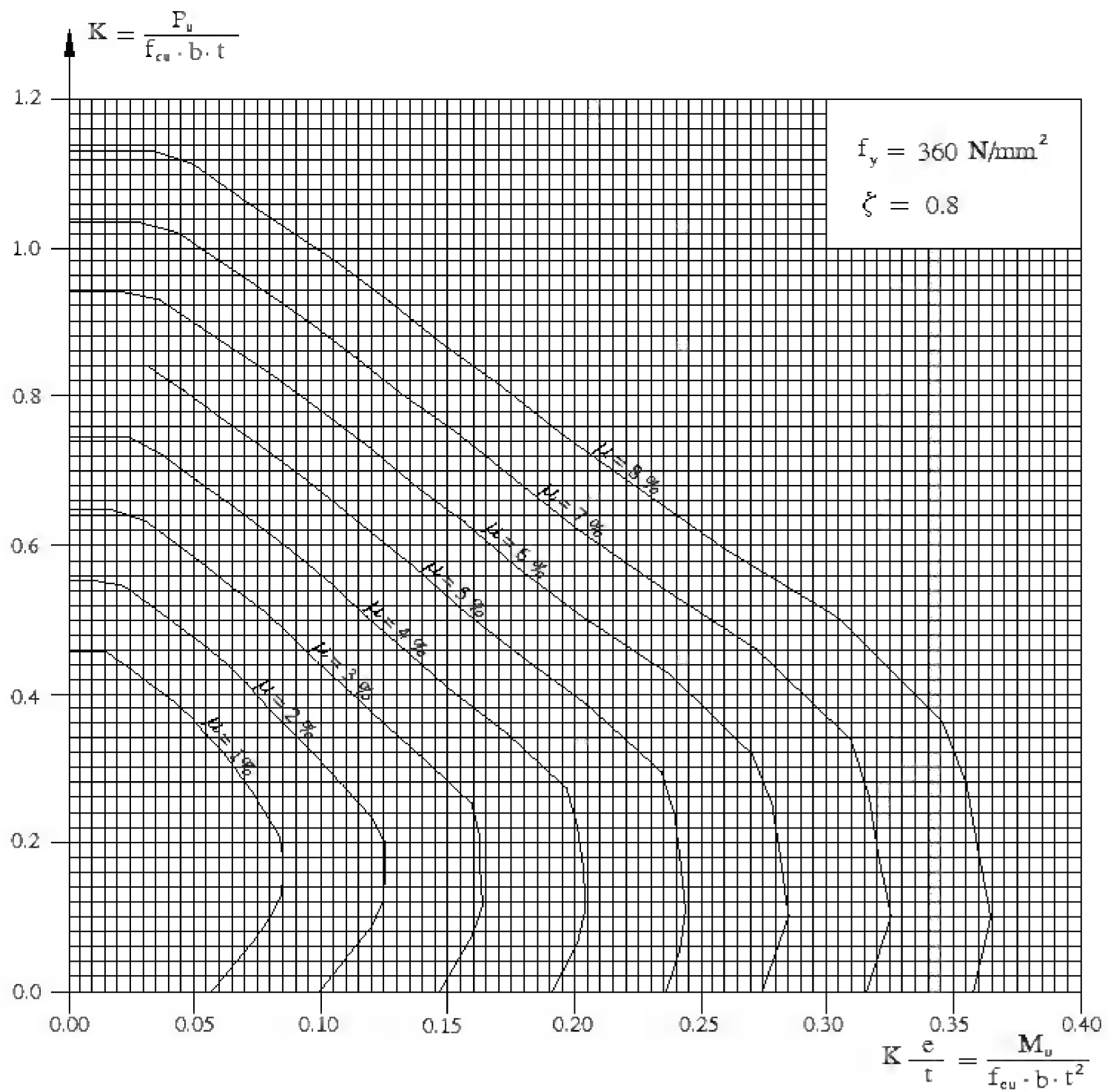


$$\mu = \frac{A_s}{b \cdot t}$$

$$A_s = \mu \cdot b \cdot t$$

$$\zeta = \frac{d - d'}{t}$$

As is equally distributed on all sides

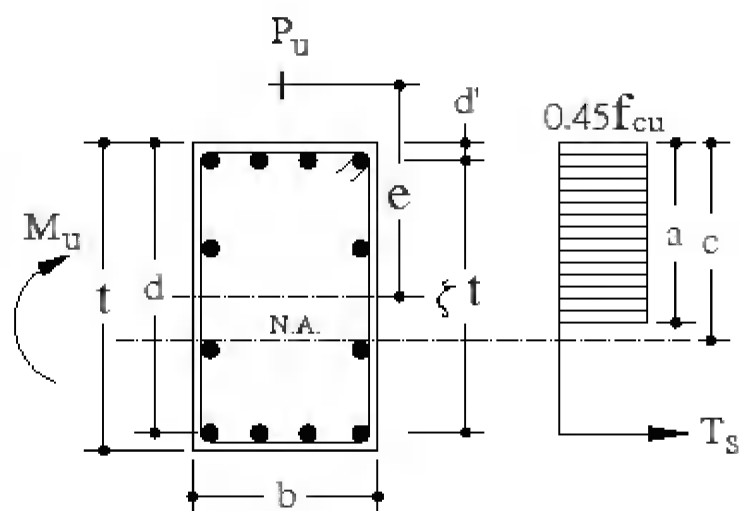
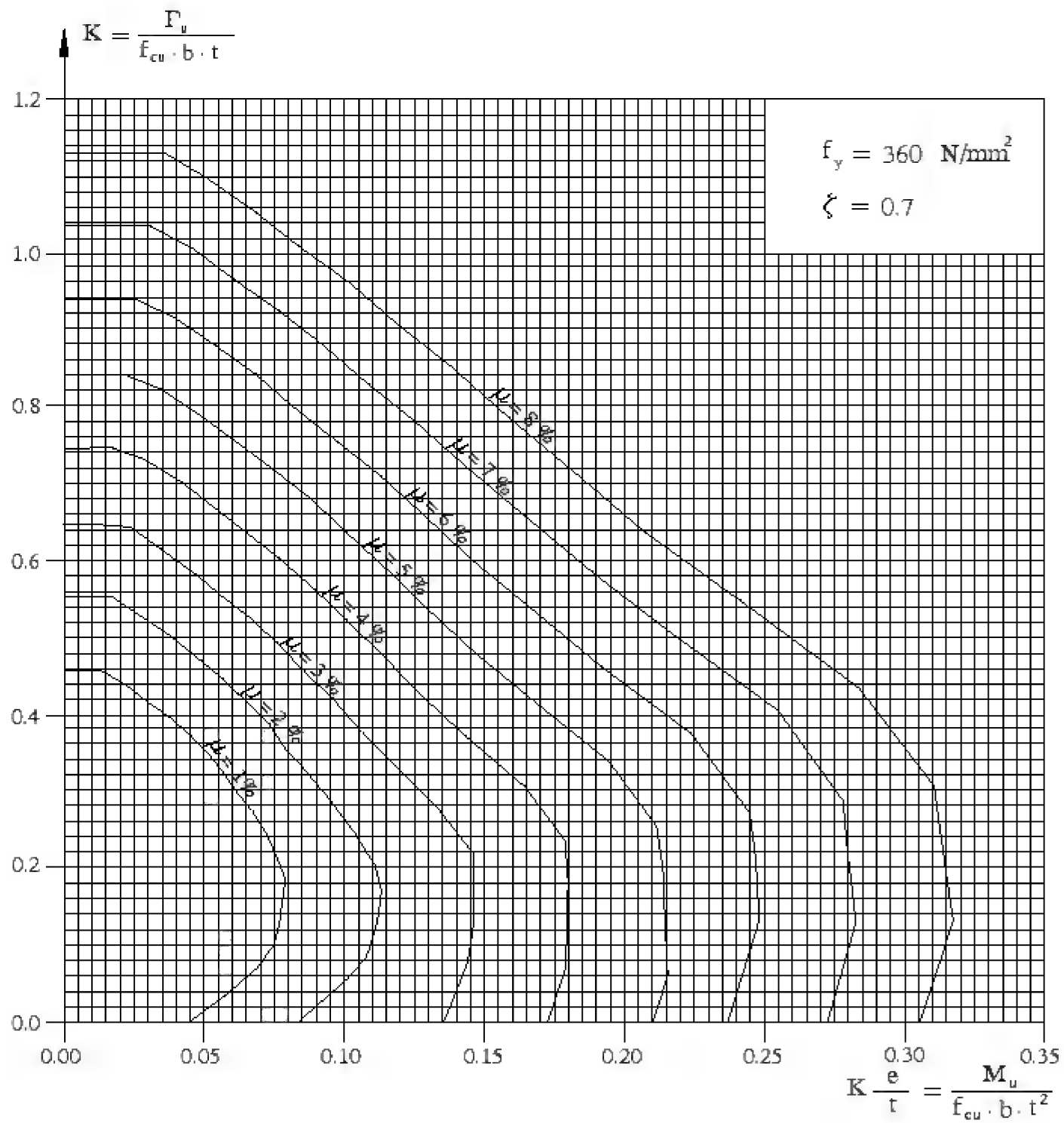


$$\mu = \frac{A_s}{b \cdot t}$$

$$A_s = \mu \cdot b \cdot t$$

$$\zeta = \frac{d - d'}{t}$$

A_s is equally distributed on all sides



$$\mu = \frac{A_s}{b \cdot t}$$

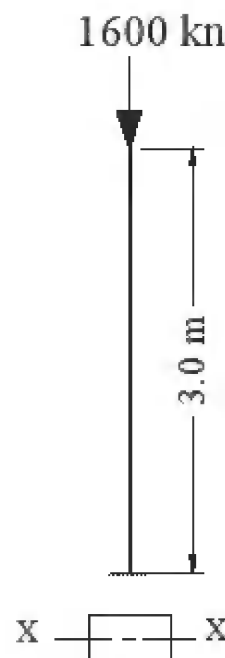
$$A_s = \mu \cdot b \cdot t$$

$$\zeta = \frac{d - d'}{t}$$

As is equally distributed on all sides

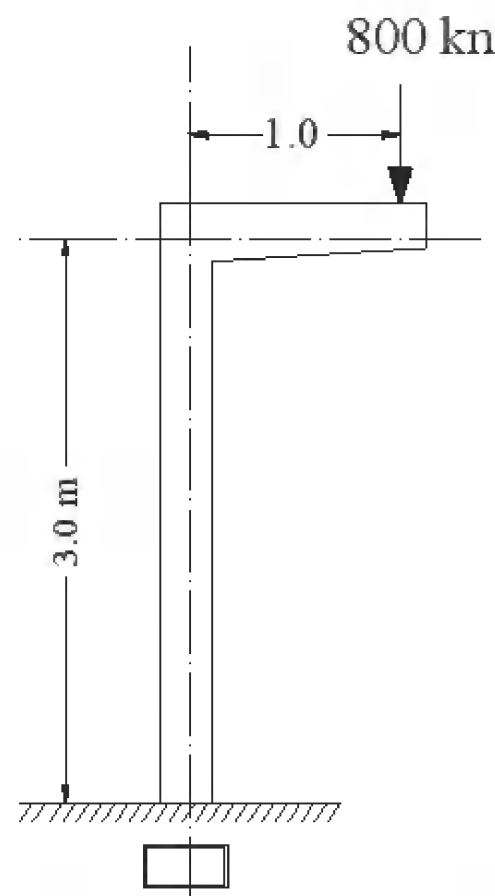
Chapter (10) – Problems

- 1- The reinforced concrete column shown is 3.0 m high and is free at top and fixed at bottom and subjected to an ultimate load of 1600 kn with an eccentricity of 120 mm in x-direction. Use the interaction diagram to design the column showing all necessary details. $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$.



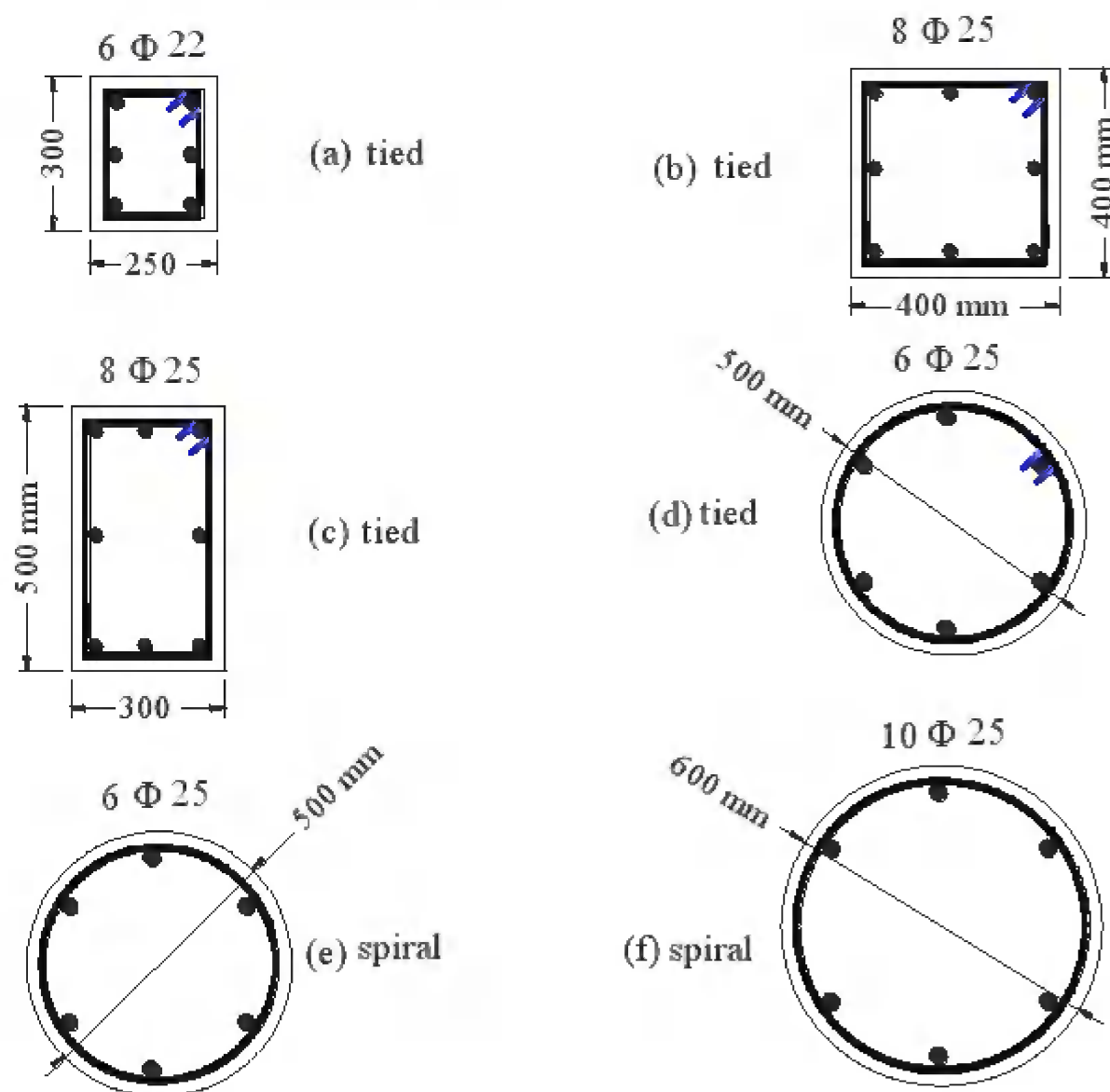
- 2- Design a spiral R.C. column to resist an axial ultimate load of 130 tons, $f_{cu}=25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$, $f_y (\text{spiral}) = 240 \text{ N/mm}^2$.
- 3- A reinforced concrete un-braced column 6.0 m high is partly fixed at both ends and is subjected to an ultimate load of 1200 kn and a bending moment of 240.0 m.kn. Use the interaction diagram to design the column. $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$.
- 4- A reinforced concrete circular column of 500 mm diameter is carrying a 2500 kn working load, Use the ultimate strength design method to :
- a- Design the column as a tied column.
 - b- Design the column as a spiral column.
- $f_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$, and $f_{ys} = 240 \text{ N/mm}^2$.

- 5- Determine the ultimate load that can be supported by a spiral column having a hexagonal shape of 400 mm side length and 6 Φ 20 main reinforcement. The spiral reinforcement is Φ 8 every 60 mm. The material properties are: $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.
- 6- Design a rectangular reinforced concrete unbraced column as shown in figure :
- a- Choose the column section to satisfy the code requirements as short column.
 - b- Design the column subjected to an axial load and bending moment.
 - c- Draw the column details in section. $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.

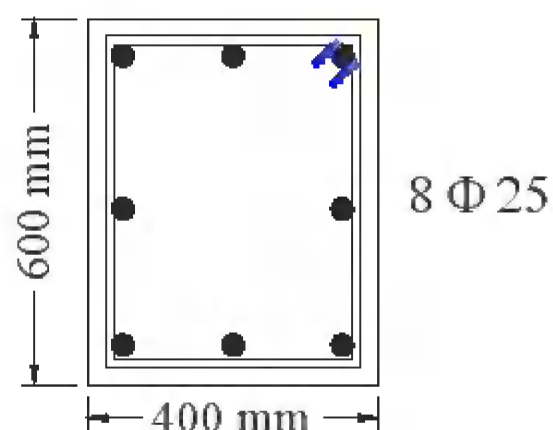


- 7- Design a rectangular reinforced concrete braced column of 300 mm width and is subjected to an ultimate axial load of 1200 kN and an ultimate bending moment about the strong axis of 180 m.kN. $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.
- 8- A reinforced concrete spiral column 3.0 m tall is fixed at one end and hinged at the other is subjected to ultimate load of 2400 kN. $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$. $f_{ys} = 360 \text{ N/mm}^2$. Design the column showing all necessary details.

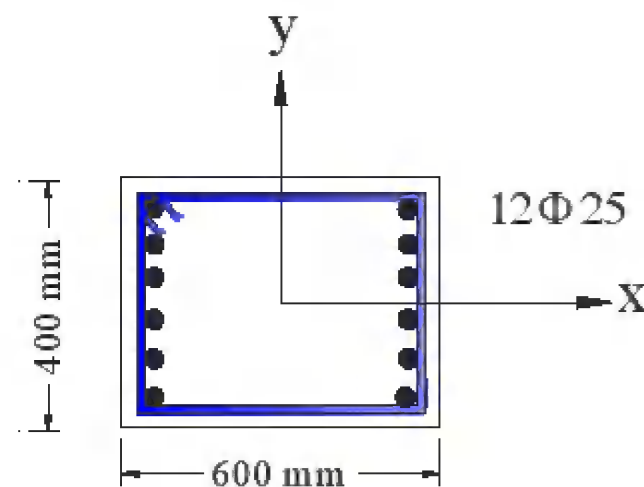
9- Calculate the axial load strength P_u for columns having the cross-section. Assume minimum eccentricity for all cases.



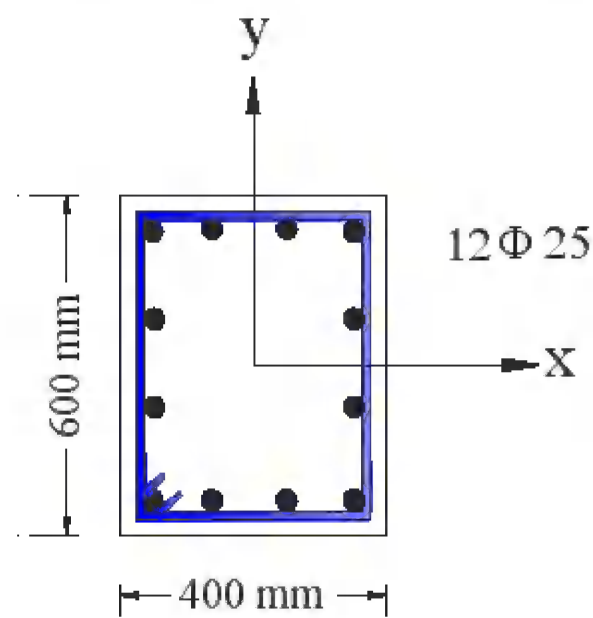
10- Construct the load moment interaction diagram for the cross-sections shown



- 11- Using the interaction diagram, design a column with length = 700 mm., and $b = 450\text{ mm}$, $P_D = 1000\text{ kN}$ and $P_L = 3200\text{ kN}$ and $M_U = 900\text{ m.kN}$. Determine the amount of reinforcement and type of ties and their spacing for $f_y = 400\text{ N/mm}^2$ and $f_c = 35\text{ N/mm}^2$.
- 12- The section of a short tied column is $600 \times 400\text{ mm}$. and is reinforced with 12 $\Phi 25$ bars as shown. Determine the allowable ultimate load on the section P_U if its acts at $e_x = 12\text{ cm}$. Use $f_c = 30\text{ N/mm}^2$, and $f_y = 360\text{ N/mm}^2$.

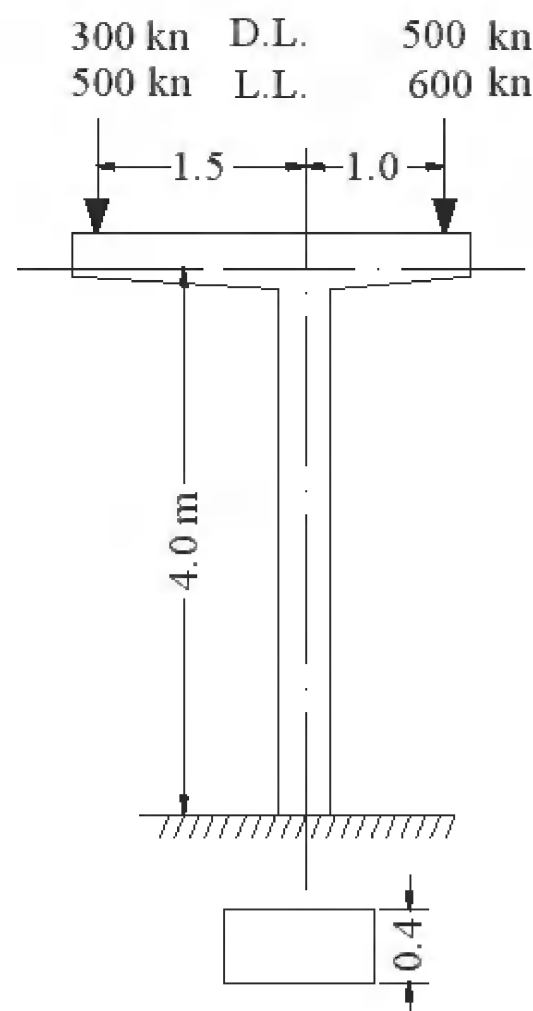


- 13- Determine the load capacity of the column reinforced with 12 $\Phi 25$, if the eccentric loading is at $e_y = 10\text{ cm}$. and $f_c = 300\text{ kg/cm}^2$ and $f_y = 3600\text{ kg/cm}^2$.



14- Design a rectangular reinforced concrete unbraced column as shown in figure, The column is 400 mm wide and is partly fixed at the top and fixed at the bottom and subjected to the shown loads:

- a- Choose the load combination that gives maximum stresses.
- b- Design the column subjected to an axial load and bending moment.
- d- Draw the column details in section. $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.



15-A reinforced concrete spiral column 4.0 m tall is fixed at bottom and partly fixed at top is subjected to ultimate load of 3000 kn. $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$. $f_{ys} = 360 \text{ N/mm}^2$. Design the column showing all necessary details.

16- Design a rectangular reinforced concrete braced column of 350 mm width and is subjected to an ultimate axial load of 1500 kn and an ultimate bending moment about the strong axis of 280 m.kn. $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.

- 17- Define effective length, pedestal, column and wall.
- 18- Classify the columns based on types of reinforcement.
- 19- Classify the columns based on loadings.
- 20- Classify the columns based on slenderness ratios.
- 21- Explain braced and unbraced columns.
- 22- What are the minimum and maximum amounts of longitudinal reinforcement in a column?
- 23- What are the minimum numbers of longitudinal bars in rectangular and circular columns?
- 24- What is the maximum pitch of transverse reinforcement in a column?
- 25- What is the minimum diameter of lateral ties in a column?
- 26- Explain the assumptions of determining the strain distribution lines in a column subjected to axial force and biaxial bending.
- 27- State the minimum eccentricity of a rectangular column for designing.
- 28- Draw four typical strain profiles of a short, rectangular and symmetrically reinforced concrete column causing collapse subjected to different pairs of P_u and M_u when the depths of the neutral axis are

- (i) c less than the depth of column t .
- (ii) c equal to the depth of column t .
- (iii) $t < c < \infty$
- (iv) $c = \infty$

Explain the behavior of column for each of the four strain profiles.

- 29- Name and explain the three modes of failures of short, rectangular and symmetrically reinforced concrete columns subjected to axial load P_u and uniaxial moment M_u .
- 30- Draw a typical interaction diagram, and explain the three zones representing three modes of failure of a short, rectangular and symmetrically reinforced concrete column subjected to axial load P_u and uniaxial moment M_u .
- 31- Draw the compressive stress block of concrete of a short, rectangular and symmetrically reinforced concrete column subjected to axial load P_u and uniaxial moment M_u , when the neutral axis lies outside the section.
- 32- Derive expression of determining the stresses anywhere within the section of a column of problem 31.
- 33- Draw the compressive stress block of concrete of a short, rectangular and symmetrically reinforced concrete column subjected to axial load P_u and uniaxial moment M_u , when the neutral axis is within the section.
- 34- Explain the principle of determining the stresses (both tensile and compressive) of longitudinal steel of a short, rectangular and symmetrically reinforced concrete column subjected to axial load P_u and uniaxial moment M_u .
- 35- Write the governing equations of equilibrium of a short, rectangular and

symmetrically reinforced concrete column subjected to axial load P_u and uniaxial moment M_u .

- 36- Would you use the equations of equilibrium for the design of a short, rectangular and symmetrically reinforced concrete column for a given pair of P_u and M_u ? Justify your answer.
- 37- Each of the following statements has four possible answers. Choose the correct answer
- (a) The designed axial load of a short column has the theoretical carrying capacity before it collapses
 - (i) $P = P_o$ only as obtained from the interaction diagram on the vertical axis.
 - (ii) $P =$ Designed axial load with the code stipulated minimum eccentricity only.
 - (iii) A pair of P_b and M_b only.
 - (iv) All of the above.
 - (b) A short column in compression failure due to an axial load P_u and uniaxial moment M_u may have
 - (i) $a = 0$ and $e = 0$
 - (ii) $a = \infty$ and $e = 0$
 - (iii) $a = 0$ and $e = \infty$
 - (iv) $a = \infty$ and $e = \infty$
 - (c) The maximum compressive strain of concrete in balanced failure of a short column subjected to P_b and M_b is
 - (i) 0.0030
 - (ii) 0.003 minus 0.75 times the tensile strain of steel
 - (iii) 0.002
 - (iv) None of the above

الباب الحادى عشر

تصميم الأساسات الخرسانية المسلحة

Design of R.C Foundations

1-11- تعريف:

الاساسات أو القواعد (footings) هي ذلك الجزء من المنشأ الذي ترتكز عليه أعمدة المنشأ أو حوائطه لينقل أحمالها بأمان الى التربة التي يقام عليها المنشأ ولتحقيق الأمان بالنسبة للمنشأ يجب أن تتحقق الشروط التالية

- أ- يجب ألا تتعدي قيمة الاجهاد الناتج عن أحمال المنشأ عند مستوي القواعد يجب ألا تتعدي قيمة الاجهاد الذي تتحمله التربة . وذلك كي لا يحدث انهيار التربة وبالتالي انهيار المنشأ .
- ب- يجب الا يحدث هبوط (Settlement) للتربة او دوران للقواعد (rotation) اكبر من القيم المسموح بها
- ج- يجب الا يحدث انقلاب (overturning) أو انزلاق (sliding) للقواعد يؤدي إلى انهيارها .

1-2- أنواع القواعد Types of Footings :

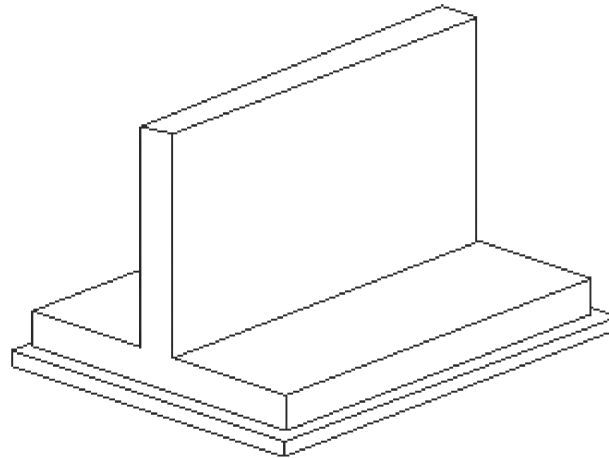
تنقسم القواعد إلى عدة أنواع حسب أحمال الأعمدة والمسافات بينها وكذلك حسب حالة التربة والى الجهد الذي تتحمله . وتنقسم الأساسات عموماً إلى نوعين رئيسيين هما :

1-2-11- القواعد السطحية Shallow Foundation :

وهي القواعد القريبة من سطح الأرض أي أن عمق التأسيس يتراوح بين واحد متر أو أربعة أمتار وفي هذه الحالة تكون حالة التربة القريبة من سطح الأرض جيدة ويمكنها مقاومة الأحمال . وهذه القواعد بدورها تنقسم الى عدة أقسام كما يلي :-

1-1-2-11- قواعد الحوائط Wall Footing :

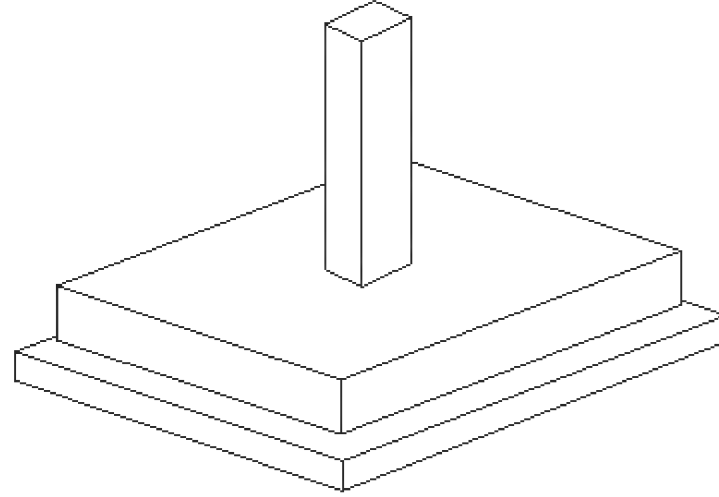
وهي عبارة عن شريحة من الخرسانة المسلحة الحاملة لحائط انشائي لنقل حملة بأمان الى التربة كما هو موضح بالشكل (1-11) .



شكل (1-11) قاعدة حائط

2-1-2- القواعد المنفصلة Column Footing :

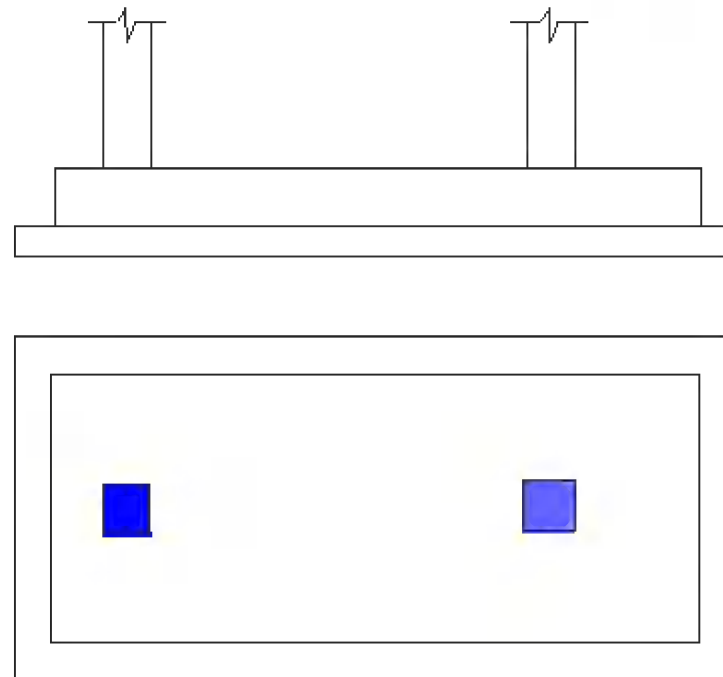
وهي قاعدة مستطيلة تحمل عددا واحدا في مركزها لتنتقل حملة بأمان إلى التربة وتستخدم عادة حينما تكون هناك مسافة كافية بين الأعمدة تمنع تدخل القواعد مع بعضها البعض . كما بالشكل 11-2 .



شكل رقم (11-2) قاعدة منفصلة

3-1-2-11 القواعد المشتركة Combined Footing :

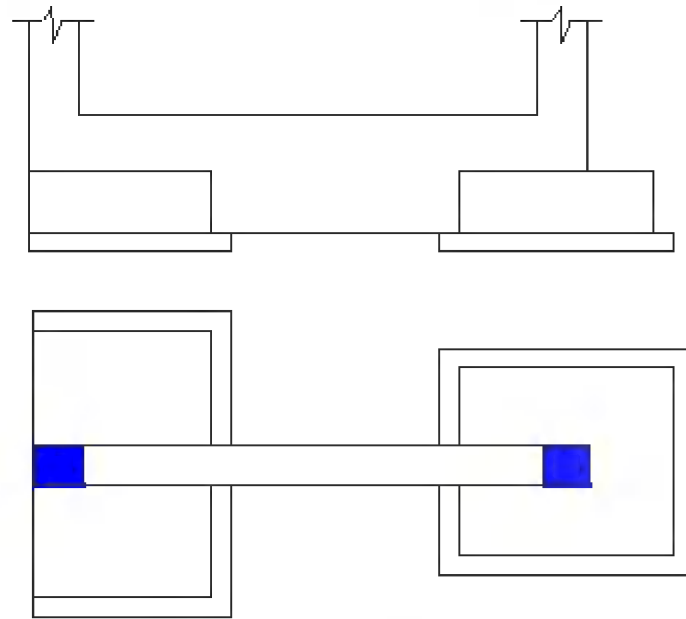
عادة تستخدم القواعد المشتركة عندما لا تكون هناك مسافة كافية بين المحورين بحيث يحدث تداخل بين قاعدتيهما المنفصلتين . وتأخذ القواعد المشتركة اشكالا مختلفة كما موضح بالشكل 11-3 .



شكل رقم (11-3) قاعدة مشتركة

4-1-2-11- القواعد ذات الشدادات أو القواعد الكابولية Strap Footings :

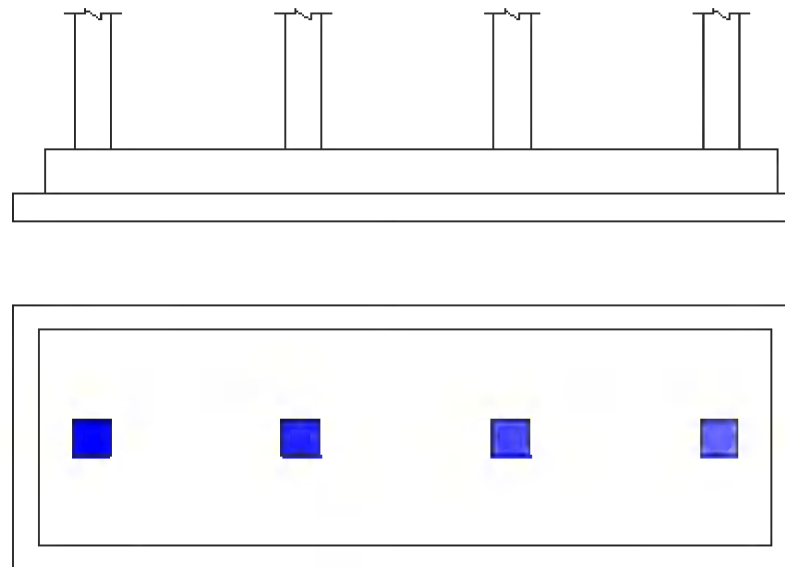
في حالة وجود عمود ملاصق لحدود الجار ، أو عدم وجود مساحة كافية من أحد الجوانب القاعدة بعد العمود؛ في هذه الحالة لا يمكن عمل قاعدة منفصلة لهذا العمود لان العمود سيكون مرتكزا علي حافة القاعدة مسببا تركيز الاجهادات تحته مع إمكانية انقلاب القاعدة لعدم انتظام توزيع الاجهادات أسفلها في هذه الحالة يتم ربط قاعدة هذا العمود (عمود الجار) مع اقرب قاعدة عمودية علي حد الجار بشراء بحيث يقوم هذا الشداد بإعادة توزيع الاجهادات أسفل قاعدة الجار ومنعها من الانقلاب كما هو موضح بالشكل (4-11) .



شكل رقم (4-11) قاعدة ذات شداد

5-1-2-11- القواعد المستمرة Continuous Footings :

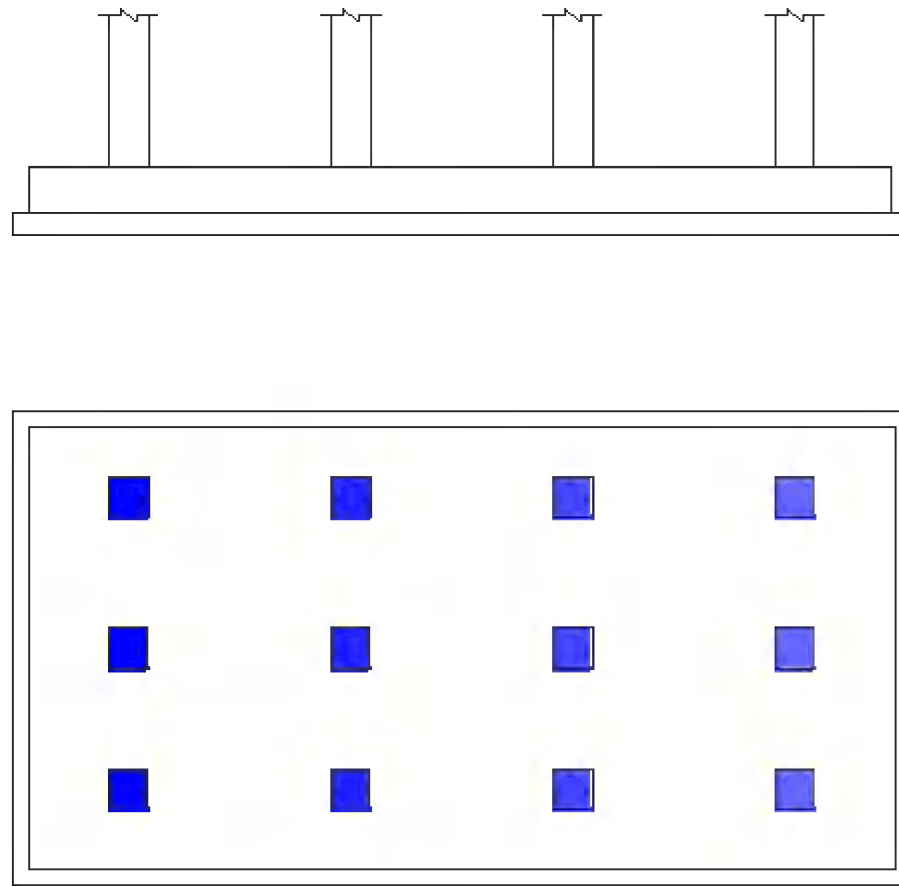
وهي القاعدة التي تحمل صفا من الأعمدة (ثلاثة فأكثر) ويكون عرضها ثابتا . ومثال لذلك قاعدة السور كما بالشكل (5-11) .



شكل رقم (5-11) قاعدة مستمرة

6-1-2-11- القواعد المستمرة في الاتجاهين (اللبشة) : Raft or Mat Foundation

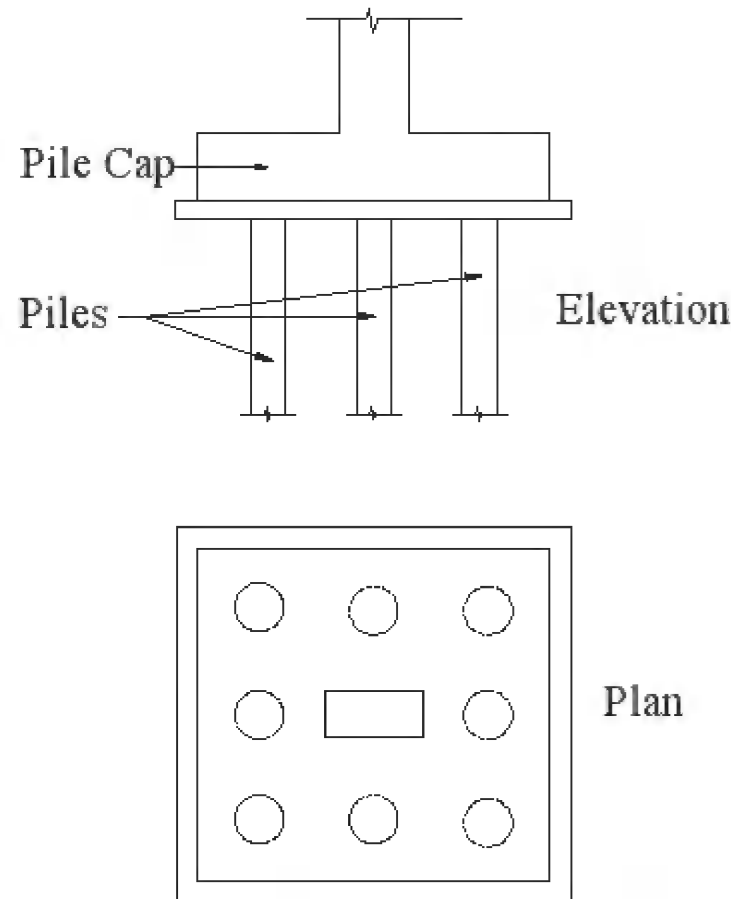
وهي عبارة عن قاعدة واحدة أسفل كامل مسطح المبني ويستخدم هذا النوع من القواعد عندما يكون إجهاد تحمل التربة ضعيفا أو عندما تكون أحمال الأعمدة كبيرة نسبيا ويسبب ذلك تداخل القواعد وكذلك عندما تتطلب طبيعة المنشأ تقليل الهبوط النسبي differential settlement بين القواعد المنفصلة ويوضح الشكل (6-11) قاعدة مستمرة في الاتجاهين (raft foundation) .



شكل رقم (7-11) قاعدة مستمرة في الاتجاهين

7-1-2-11- القواعد العميقة : Deep Foundation

تستخدم القواعد العميقة في حالة وجود تربة ضعيفة قليلة التحمل في الامتار الاولى التي تلي سطح التربة وفي هذه الحالة يتم نقل حمل العمود الى التربة السليمة او التربة القوية والتي تكون علي بعد عشرة او عشرين او اكثر من عشرين متر من سطح الارض بواسطة خوازيق piles بحيث يرتكز العمود علي قاعدة (pile cap) ترتكز بدورها علي عدد من الخوازيق piles حسب تحمل الخازوق وفي بعض الاحيان تكون هذه القاعدة مستمرة في الاتجاهين (أي لبشة) ترتكز علي عدد من الخوازيق بحيث تنقل من الأعمدة بامان الي التربة السليمة في الاعماق . ويوضح الشكل (7-11) عمود يرتكز علي قاعدة ترتكز بدورها علي خوازيق (piles) .



شكل رقم (7-11) قاعدة على خوازيق

3-11- تصميم القواعد المنفصلة : Design Considerations

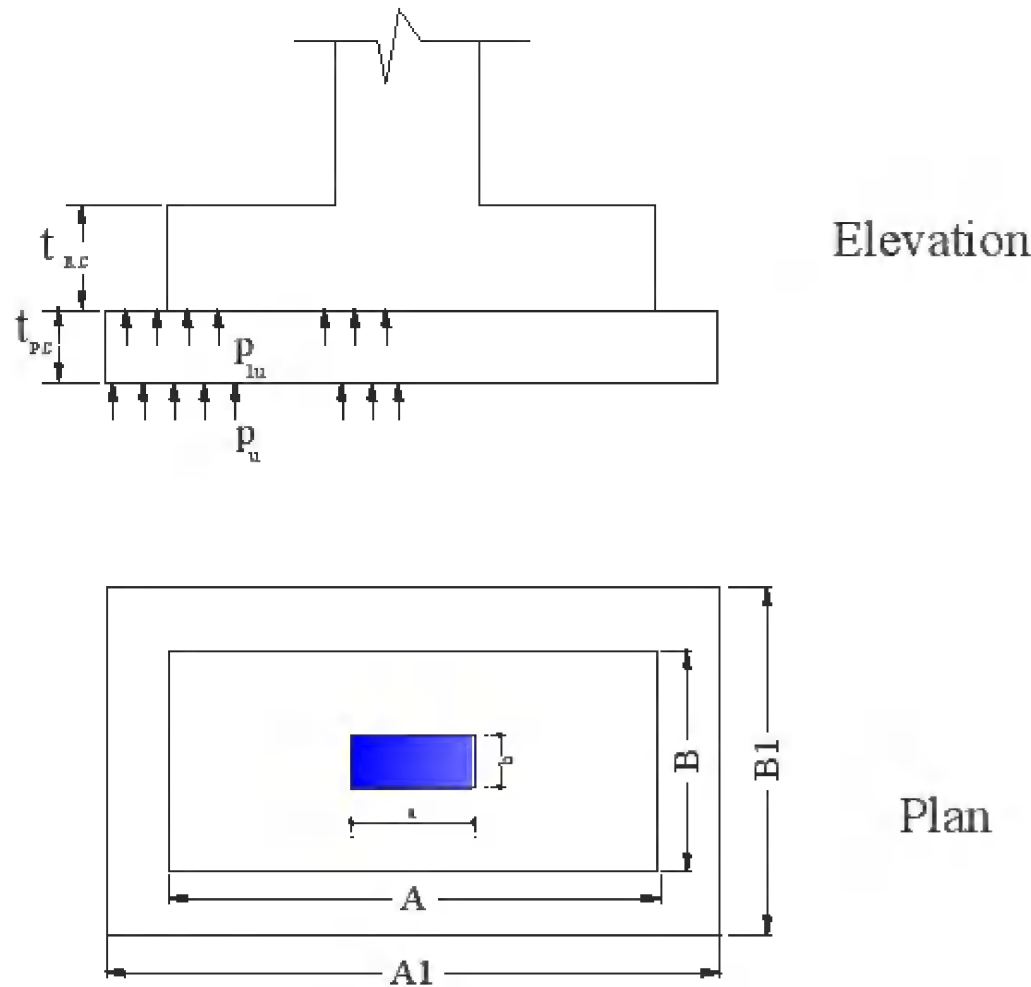
في هذا الجزء سوف يتم التركيز على القواعد المنفصلة , وكما سبق فإن الوظيفة الأساسية للقواعد هي توصيل الحمل من العمود إلى التربة بدون انهيار في التربة أو كسر في القاعدة أو هبوط غير متساوي بين القواعد المتجاورة مما يؤدي إلى كسر في كمرات الأدوار العلوية والكمرات الأرضية . ولتلافي انهيار التربة يجب أن يكون إجهاد حمل العمود عند سطح تلامس القاعدة مع التربة أقل من أو يساوي إجهاد تحمل التربة والذي يقوم بتحديد استشاري ميكانيكا التربة والأساسات ويعطي توصيات بجهد تحمل التربة ومنسوب التأسيس ونوع القواعد وخلافة .

ولكي نمنع أي نوع من الانهيارات في القاعدة يجب استيفاء وحساب الاجهادات التالية بحيث تكون مساوية أو أقل من المسموح به حسب كود الخرسانة :

- أ- إجهاد الاختراق القص punching shear أو إجهاد القص المزدوج two – way shear
- ب- إجهاد القص في اتجاه واحد one – way shear
- ج- إجهاد العزوم flexural stress
- د- طول التثبيت لحديد التسليح development length

4-11- تحديد أبعاد القاعدة : Footing Size

يتم تحديد ابعاد القاعدة الافقية حسب جهد التربة اما سمك القاعده فيتم تحديده من اجهادات التشرخ بالنسبة للقاعدة العادية ومن اجهادات القص المزدوج punching shear بالنسبة للقاعدة المسلحة وتتكون القاعدة المنفصلة من قاعدة من الخرسانة العادية ذات سمك حوالي 003 او 004 مم كما موضح بالشكل (8-11) تعلوها قاعدة من الخرسانة المسلحة وتأخذ القاعدة شكل العمود فتكون مربعة في حالة العمود المربع وتكون مستطيلة في حالة



شكل رقم (8-11) قاعدة منفصلة

العمود المستطيل ولتلافي حساب العزوم في الاتجاهين يتم اخذ المسافة من حافة العمود حتي حافة القاعدة المسلحة متساوية في الاتجاهين أي ان :

$$\frac{A - a}{2} = \frac{B - b}{2}$$

كما أن رفرة الخرسانة العادية عن القاعدة المسلحة تكون متساوية في الاتجاهين أي ان :

$$\frac{A_1 - A}{2} = \frac{B_1 - B}{2}$$

$$A_{P.C} = \frac{P}{P_g} \dots\dots\dots (11-1)$$

Dead Load D : الحمل الثابت

Live Load الحمل الحي : L

$A_1 \times B_1 = A_{pc}$: مساحة القاعدة من الخرسانة العادية

$$A_{p,c} = A \times B \dots\dots\dots (11-2)$$

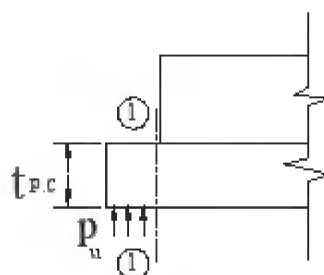
$$A_1 - a = B_1 - b \dots\dots\dots (11-3)$$

$$A = A_1 - 2t_1) \dots (11-4)$$

$$B = B_1 - 2t_1 \quad)$$

$$p_{1u} = \frac{P}{A \times B} \dots\dots\dots(11-5)$$

يتم حساب اجهاد الشد نتيجة العزوم الانحناء في الخرسانة العادية بإعتبار شريحة عرضها واحد متر ومقارنته بحد التشرخ f_{ctr} المسموح به في الخرسانة



شكل رقم (9-11) إجهاد التشرخ في الخرسانة العادية

$$F_{ctr} = 0.6\sqrt{f_{cn}} \quad N/mm^2 \quad \dots\dots\dots(11 - 6)$$

$$M_{1-1} = p_a \times 1.0 \times t_{p.e} \times \frac{t_{p.e}}{2}$$

$$f_i = \frac{M_{1-1} \times y}{I} = \frac{M_{1-1} \times \left(\frac{t_1}{2}\right)}{(1) \times \frac{t_1^3}{12}} = \frac{6M_{1-1}}{t_1^2}$$

ويجب التحقق من أن إجهاد الشد Ft لا تتعدى قيمة إجهاد الشد f_{ctr}

6-11- التصميم لمقاومة قص الاختراق (القص المزدوج) Two Way Shear Punching Shear

or

بالنسبة للقص المزدوج أو قص الاختراق يجب ألا تزيد قيمة إجهاد القص الناتج عن حمل العمود عن القيمة التي تتحملها الخرسانة والتي حددها الكود q_{cup}

$$q_{cup} = 0.316 \times \sqrt{f_{cu} / \gamma_c} \quad N/mm^2 \quad \dots\dots\dots(11 - 7)$$

ويتم حسابه إجهاد قص الاختراق من الخطوات التالية :

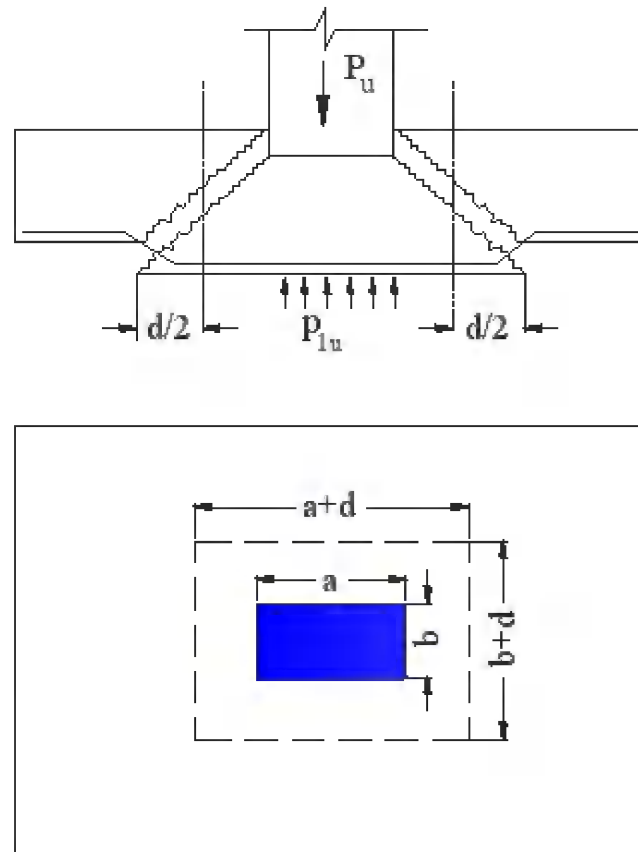
أ- نفرض قيمة سمك القاعدة المسلحة t_2 . ويتم تحديد العمق الفعال (d) .

$$d = t_2 - 50 \quad mm \quad \dots\dots\dots(11 - 8)$$

ب- يتم حساب محيط المقطع الحرج المعرض لقص الاختراق (b_o) على بعد $d/2$ من وجه العمود كما هو موضح بالشكل (10- 11) .

$$\begin{aligned} b_o &= 2(a + d) + 2(b + d) \\ &= 2(a + b + 2d) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(11 - 9)$$

ج- قوة القص القصوي التي تؤثر على المساحة المحيطة تتكون حمل رأسى لأسفل مقداره P_u وضغط رأسى لأعلى مقداره p_{u1} مضروباً في معامل الحمل الأقصى وهو يساوي تقريباً 1.5 وهذا الضغط يؤثر على المساحة الأفقية الموضحة بالشكل (10 - 11)



شكل رقم (10-11) إجهاد القص المزدوج في القواعد العادية

$$V_u = P_u - 1.5p_{ul} \dots\dots\dots(11 - 10)$$

وفي بعض الأحيان يتم إهمال الضغط المؤثر لأعلى والإكتفاء بحمل العمود الأقصى ويتم حساب إجهاد قص الأختراق من المعادلة التالية

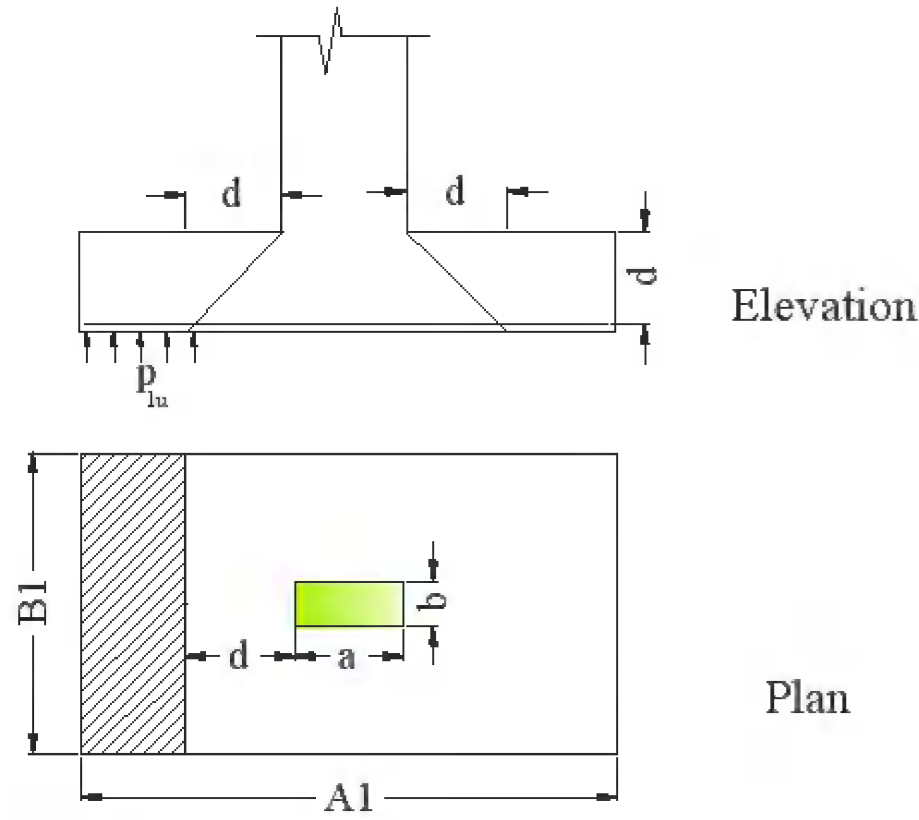
$$q_{up} = \frac{V_u}{b_o \times d} = \frac{P_u - 1.5p_{ul}(a+d)(b+d)}{2(a+b+2d)d} \dots\dots\dots(11 - 11)$$

$$q_{up} \leq q_{env} \dots\dots\dots(11 - 12)$$

إذا لم تتحقق المعادلة (11-12) يتم زيادة سمك القاعدة المسلحة اما إذا كانت قيمة إجهاد القص المزدوج الفعلي أقل بكثير من قيمة القص المزدوج المسموح بها ففي هذه الحالة يمكن تقليل سمك القاعدة المسلحة الي قيمة مناسبة.

7-11- التصميم لمقاومة القص المفرد : Design For One-Way Shear

في حالة القاعدة المعرضة لعزم إنحناء فإن المقطع الحرج لإجهاد القص المفرد يكون علي بعد (d) من وجهة العمود كما هو موضح بالشكل (11-11)



شكل رقم (11-11) إجهاد القص المفرد في القواعد العادية

وبفرض شريحة عرضها الوحدة يتم حساب قوة القص المؤثرة على المقطع الحرج من المعادلة

$$q_u = p_{1u} \times 1.0 \left(\frac{A}{2} - \frac{a}{2} - d \right) \dots\dots\dots (11 - 13)$$

حيث p_{1u} تساوي p_{a1} مضروبة في معامل الحمل (تقريبا 1.5) ومن هذه المعادلة يتم حساب إجهاد القص المفرد من المعادلة

$$q_u = \frac{Q_u}{1000 \times d} \dots\dots\dots (11 - 14)$$

وبفرض شريحة واحد متر لابد من تحويلها الى سم بضربها $\times 100$. وبمقارنة إجهاد القص الفعلي بإجهاد القص المسموح به تتحقق من مقاومة القاعدة لإجهاد القص المفرد

$$q_u < q_{cu} \dots\dots\dots (11 - 15)$$

ومن الكود المصري لتصميم المنشآت الخرسانية نجد أن قيمة الإجهاد القص المفرد المسموح به كما يلي

$$q_{cu} = 0.13 \sqrt{f_{cu}} \dots\dots\dots (11 - 16)$$

حيث f_{cu} هي مقاومة الخرسانة المميزة لمكعب القياس بعد 28 يوم (وهي تساوي نصف قيمة القص المزدوج) .

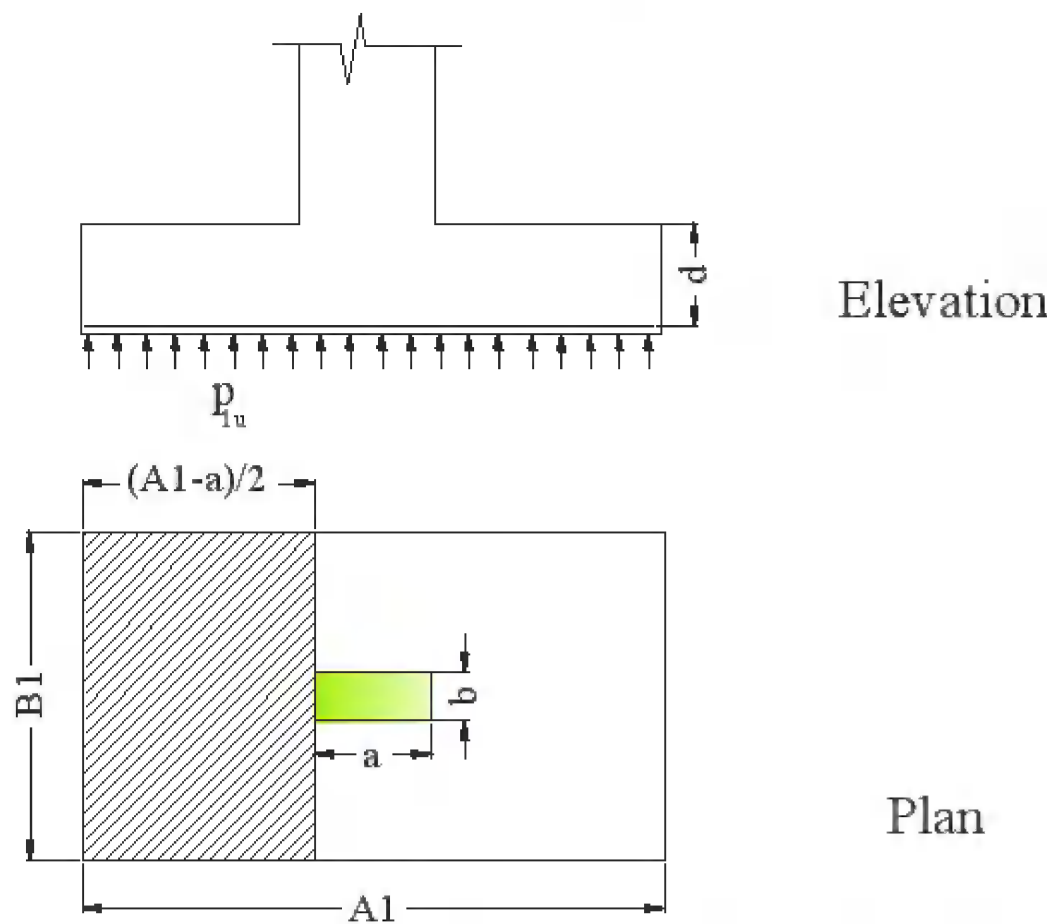
11-8- التصميم لمقاومة عزم الانحناء : Design For Flexure

عند إختيار المسافة بين وجه العمود وحافة القاعدة المسلحة متساوية في الاتجاهين فإنه يمكن تصميم إتجاه واحد وإختبار الآخر مثله . لكن في الأحوال الأخرى يجب تصميم القاعدة لمقاومة عزوم الانحناء في الإتجاهين . وأكبر قيمة لعزم الانحناء تكون عند وجه العمود كما هو موضح بالشكل (11-12) ويتم حساب عزم الانحناء الأقصى من المعادلة التالية

$$M_u = p_{1u} \left(\frac{A - a}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} \quad \dots\dots\dots (11 - 17)$$

وبمعلومية سمك القاعدة الفعال d و عرض الشريحة 1.0 متر يمكن حساب K_u من المعادلة

$$M_u = K_u \cdot b \cdot d^2$$



شكل رقم (11-12) حساب عزوم الانحناء في القواعد المنفصلة

و بمعلومية K_u يمكن الحصول على نسبة التسليح μ و بالتالى مساحة حديد التسليح لكل متر و يؤخذ التسليح في الاتجاه الآخر مساويا للتسليح للاتجاه الاول في حالة تساوى رفرفة القاعدة المسلحة من وجه العمود. و يلاحظ أن أقل نسبة تسليح البلاطات الخرسانية و القواعد تؤخذ مساوية للتسليح اللازم لمقاومة الانكماش (shrinkage) و الحرارة (temperature) و هذه النسبة تقل عن نسبة التسليح الدنيا للكمات المسلحة. و يفضل تركيز حديد التسليح حول العمود بالنسبة للاتجاه الطويل في طول مساوى لعرض القاعدة حسب الشكل (11-13) . و يتم

حساب نسبة حديد التسليح القصير المركز حول العمود الى حديد التسليح الكلى الموزع على الاتجاه الطويل من المعادلة

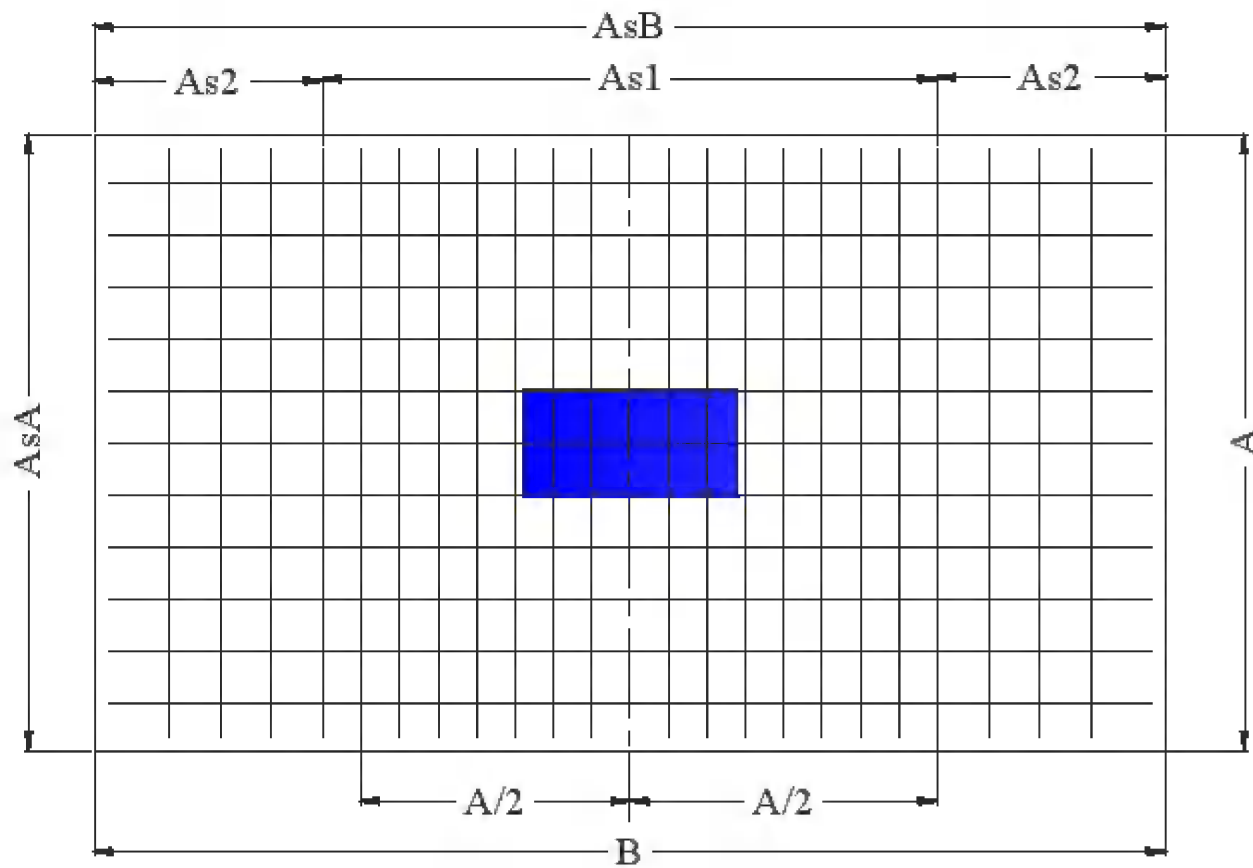
$$\frac{\text{rfmt in band width}}{\text{total rfmt in short direction}} = \frac{2}{\beta + 1} \dots\dots\dots (11 - 18)$$

حيث

$$\beta = \frac{\text{long side of footing}}{\text{short side of footing}}$$

11-8-1- أسيار تسليح العمود بالقاعدة المسلحة : Dowels in footing

يجب ان تقل مساحة أسيار العمود عن مساحة التسليح الكلى للعمود و أن تستمر هذه الأسيار داخل القاعدة المسلحة وربطها جيدا مع تسليح القاعدة وربطها من أعلى بكانات حتى تظل فى مكانها أثناء وبعد صب القاعدة



$$As_1 = \gamma * AsB$$

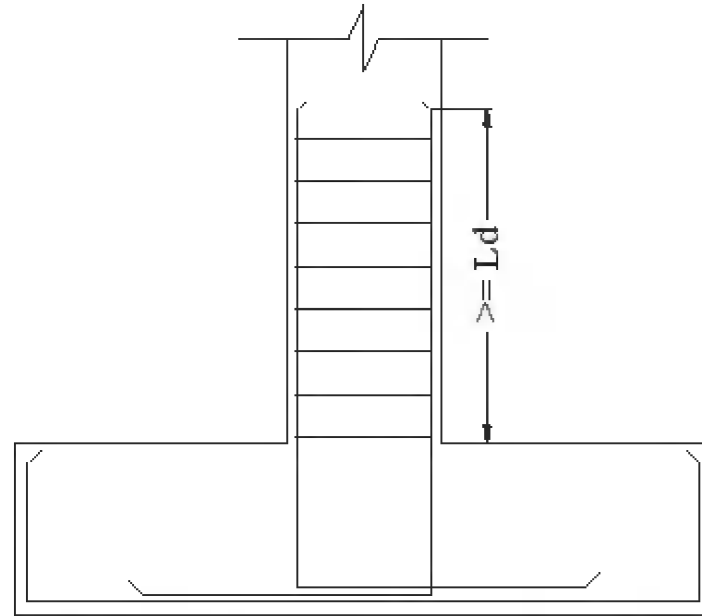
$$As_2 = \frac{(1 - \gamma)AsB}{2}$$

$$\beta = \frac{B}{A}$$

$$\gamma = \frac{2}{\beta + 1}$$

شكل رقم (11-13) توزيع حديد التسليح فى القواعد المنفصلة

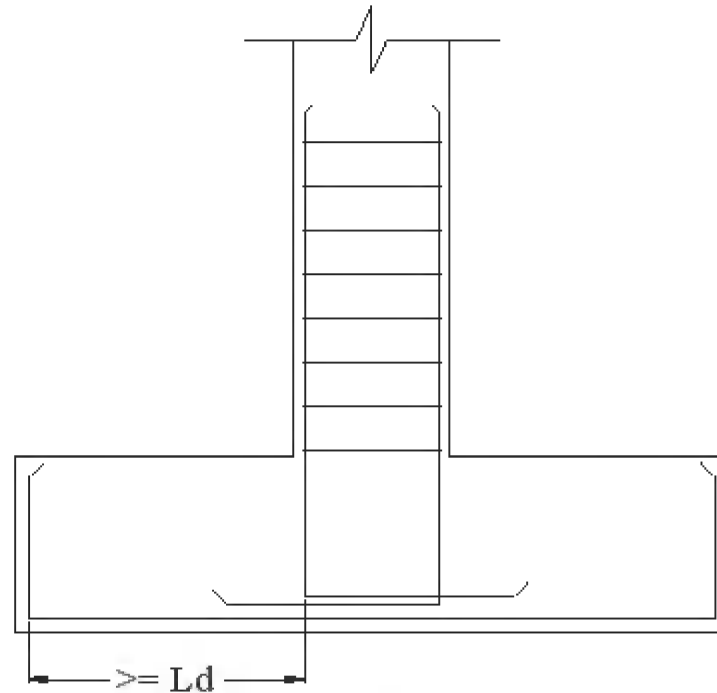
المسلحة كما هو موضح بالشكل (11-14) ولا يقل طول الأسيار بالعمود أعلى القاعدة المسلحة عن طول التماسك (Development length) حيث أن هذا الطول طول وصل الأسيار (splice) مع التسليح الرئيسى للعمود.



شكل رقم (11-14) أسيار العمود فى القواعد المنفصلة

11-8-2- طول التثبيت لحديد تسليح القاعدة : Development Length

يجب ألا يقل طول حديد التسليح للقاعدة من وجه العمود عن طول التثبيت فى الشد كما هو موضح بالشكل (11-15).



شكل رقم (11-15) طول التثبيت لحديد تسليح القواعد المنفصلة

Example (11-1)

Design an isolated footing to carry a column service load of 1000 kn. The column dimensions are 800 x 300 mm². The soil bearing capacity is 120 kn/m², $f_{cu} = 25$ N/mm², and $f_y = 360$ N/mm².

Solution :

$$P = 1000 \text{ kn}$$

$$P_u = 120 \text{ kn/m}^2$$

$$A_{p.c} = \frac{1000}{120} = 8.33 \text{ m}^2$$

$$A * B = 8.33 \text{ m}^2$$

$$A - 0.8 = B - 0.3$$

$$A = B + 0.5$$

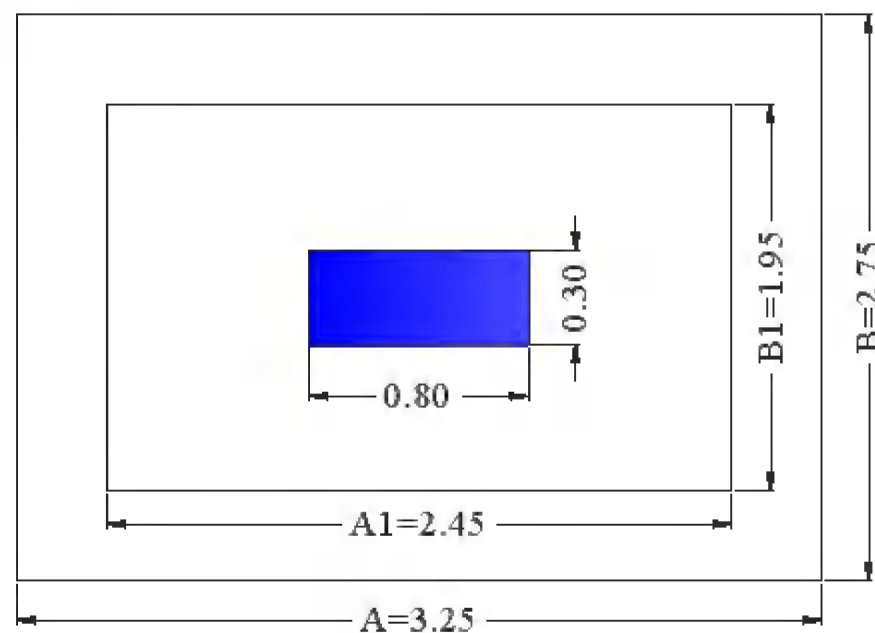
$$\text{Choose } 3.25 \times 2.75 = 8.9 \text{ m}^2, \quad t_{p.c} = 400 \text{ mm}$$

$$A1 = A - 2 * t_{p.c}$$

$$A1 = 3.25 - 2 * 0.4 = 2.45 \text{ m}$$

$$B1 = 2.75 - 2 * 0.4 = 1.95 \text{ m}$$

$$P_{1u} = \frac{1.5 * P}{A_{Rc}} = \frac{1.5 * 1000}{1.95 \times 2.45} = 314 \text{ kn/m}^2$$



1- Two – way shear

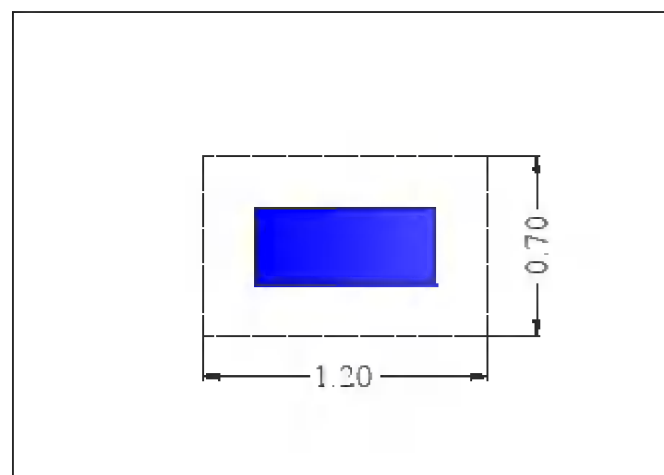
assume $t_{R.c} = 500 \text{ mm}$, $d = 430 \text{ mm}$

$$q_p = \frac{P_u - p_{lu} A_p}{b_0 d}$$

$$= \frac{1500 - 314 \times 0.7 \times 1.2}{2(0.7+1.2) \times 0.43} = 756.5 \text{ kn/m}^2 = 75.7 \text{ N/mm}^2$$

$$q_{cup} = 0.316 \sqrt{25/1.5} = 1.29 \text{ N/mm}^2$$

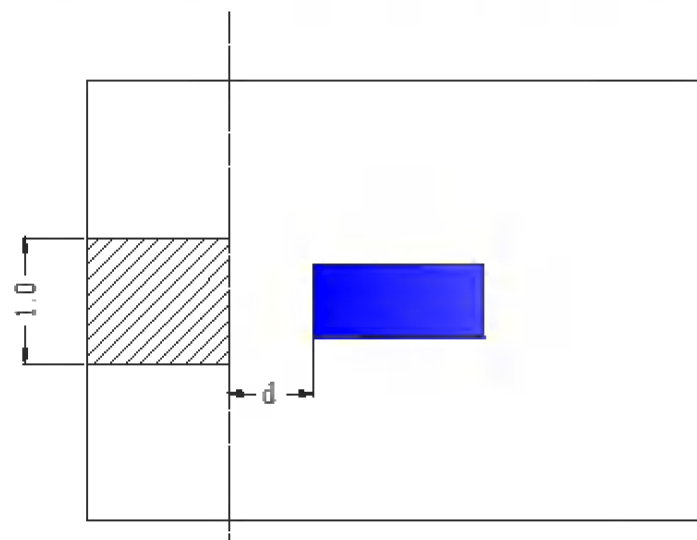
$$q_p < q_{cup} \quad \text{o.k}$$

**2- one way shear**

$$Q = p_{lu} \times 1 \left(\frac{Al-a}{2} - d \right) = 314 \left(\frac{2.45-0.8}{2} - 0.4 \right) = 133.5 \text{ kn}$$

$$q_u = \frac{Q}{1000 d} = \frac{133.5 \times 1000}{1000 \times 430} = 0.31 \text{ N/mm}^2$$

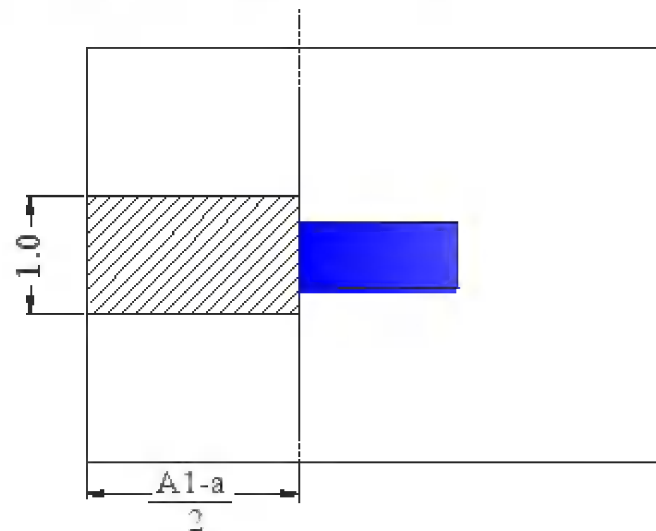
$$q_{cu} = 0.4 \sqrt{f_{cu}} = 0.13 \sqrt{25} = 0.63 \text{ N/mm}^2 > q_u \quad \text{o.k.}$$



3-Bending Moment

$$M_{1-1} = p_{1u} \left(\frac{A1-a}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2}$$

$$= 0.5 \times 314 \left(\frac{2.45 - 0.8}{2} \right)^2 = 106.85 \text{ m.kn}$$

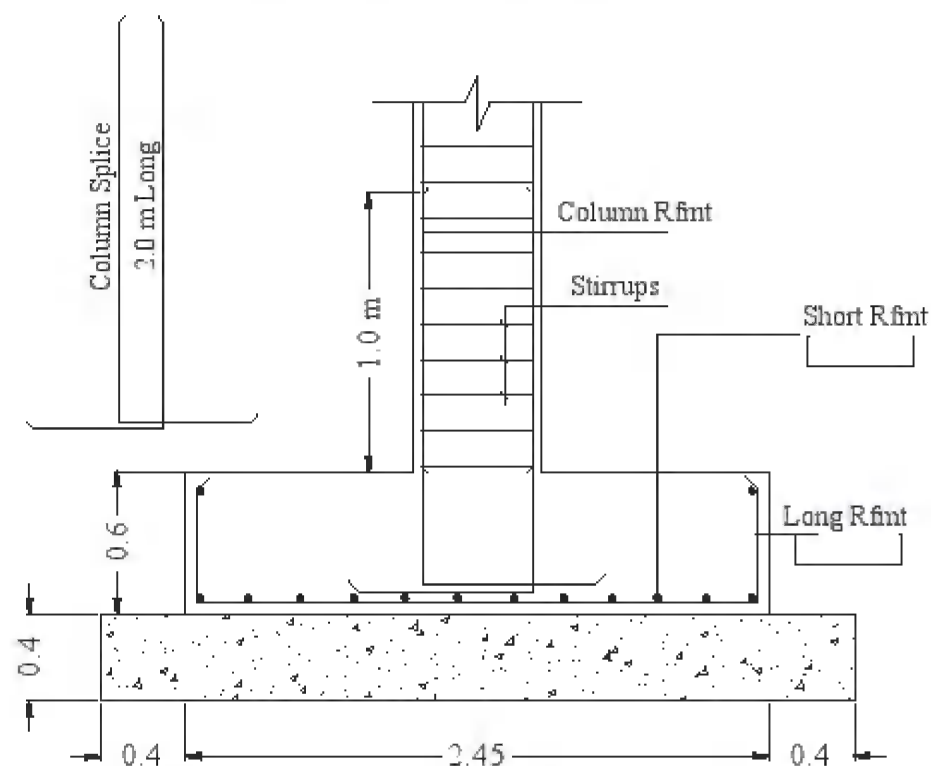


$$M_u = K_u b d^2$$

$$106.85 \times 10^6 = K_u (1000) (430)^2$$

$$K_u = 0.57 \quad \mu = 0.25$$

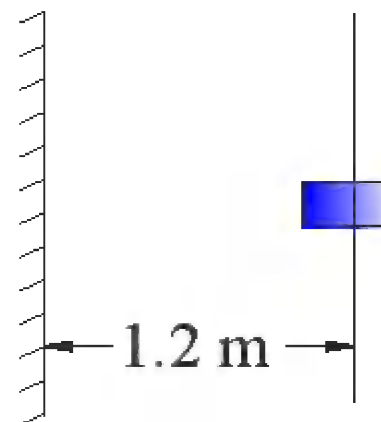
$$A_s = \frac{0.25}{100} \times 1000 \times 430 = 1075 \text{ mm}^2 = 6 \phi 16 / \text{m}'$$



Typical Section in Isolated Footing

Chapter (11) – Problems

- 1- An isolated footing supporting a 300 x 600 column is carrying a working load of 1200 kn. The soil bearing capacity is 120 kn/m² . Design the footing showing all necessary details. $f_{cu} = 22.5 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$.
- 2- Design a rectangular footing for column (400 mm x 600 mm) that carries a working load $P_u = 1800 \text{ kn}$, the allowable bearing capacity=130 kn/m², $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$.
- 3- Design a square footing for column (500 x 500) mm² that carries an ultimate load $P_u=2500 \text{ kn}$, the allowable bearing capacity=150 N/mm², $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$
- 4- It is required to design an isolated R.C. footing to carry a 400 x 700 column of 2400 kn ultimate load. The soil bearing capacity is 125 kn/m², $f_{cu} = 22.5 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$. Draw all necessary details.
- 5- Design a reinforced concrete footing to support a 500 mm wide concrete wall carrying a dead load = 30 k/ft, including the weight of the wall, and a live load = 25 k/ft. The bottom of the footing is 2 m below final grade. Use $f_c = 30 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$ and allowable soil pressure = 220 kn/m².
- 6- A reinforced concrete column (300 mm x 700 mm) with its center line at 1.2 m from the borders of the property (as shown in figure), The ultimate load $P_u = 1500 \text{ kn}$, the allowable bearing capacity=150 kn/m², $f_{cu} = 25 \text{ kn/m}^2$ and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$
Design the isolated footing for the mentioned column showing all details.



- 7- What are the two essential requirements of the design of foundation?
- 8- Mention five points indicating the differences between the design of foundation and the design of other elements of superstructure.
- 9- Draw sketches of different shallow foundations.
- 10- Explain the difference between gross and net safe bearing capacities of soil. Which one is used for the design of foundation?
- 11- How would you determine the minimum depth of foundation?
- 12- What are the critical sections of determining the bending moment in isolated footing?
- 13- Explain the one-way and two-way shears of foundation slabs.
- 14- Draw the actual distributions of base pressures of soil below the footing in sandy and clayey soils. Draw the assumed distribution of base pressure below the footing.

- 15- Draw the distributions of pressure in a footing for concentric and eccentric loadings ($e < L/6$ and $e > L/6$).
- 16- How would you determine the pressure at any point (x,y) of a foundation which is unsymmetrical?

طول التماسك لحديد التسليح مع الخرسانة Anchorage and Development of Reinforcement

12-1- مقدمة

عند تعرض الكمرات الخرسانية إلى أحمال عرضية يتم مقاومة هذه الأحمال بالانحناء وتنتج تشكلات الانحناء المصحوبة باجهادات شد و ضغط في حديد التسليح و الخرسانة بالإضافة إلى اجهادات تماس بين حديد التسليح والخرسانة الملاصقة لها تسمى اجهادات التماسك $bond stresses$. و من المهم جدا و الضروري الحفاظ علي تماسك حديد التسليح مع الخرسانة كي يظل المقطع الخرساني المسلح يعمل كوحدة واحدة . لأنه في حالة زيادة أجهاد التماسك بيت الخرسانة وحديد التسليح عن حد معين فإنه يحدث إنهيار أو انفصال للخرسانة المحيطة بحديد التسليح خاصة عندما تكون المسافة بين حديد التسليح صغيرة أو عندما يكون حديد التسليح قريبا من السطح الخارجي للمقطع الخرساني . و بإنهيار الخرسانة المحيطة بحديد التسليح أو انفصال الخرسانة عن حديد التسليح ينزلق حديد التسليح أو يفلت من الخرسانة و يهبط الأجهاد في حديد التسليح الي الصفر و تنهار الكمرة الخرسانية لأنها تصبح من الخرسانة فقط و غير مقاومة للشد الناتج عن عزم الانحناء ويحدث أنهيار فجائي بمجرد حدوث الشرخ الناتج عن الشد .

12-2- مقاومة التماسك Bond Stress

عند تعرض الكمرة الخرسانية الي أحمال عرضية تنتج عزوم إنحناء تختلف في قيمتها من مقطع إلى آخر . هذه العزوم تسبب اجهادات شد في حديد التسليح و هذه الاجهادات تختلف حسب قيمة عزم الإنحناء و بدراسة اتزان جزء من قضيب حديد التسليح بالشكل (12-1) نجد أن

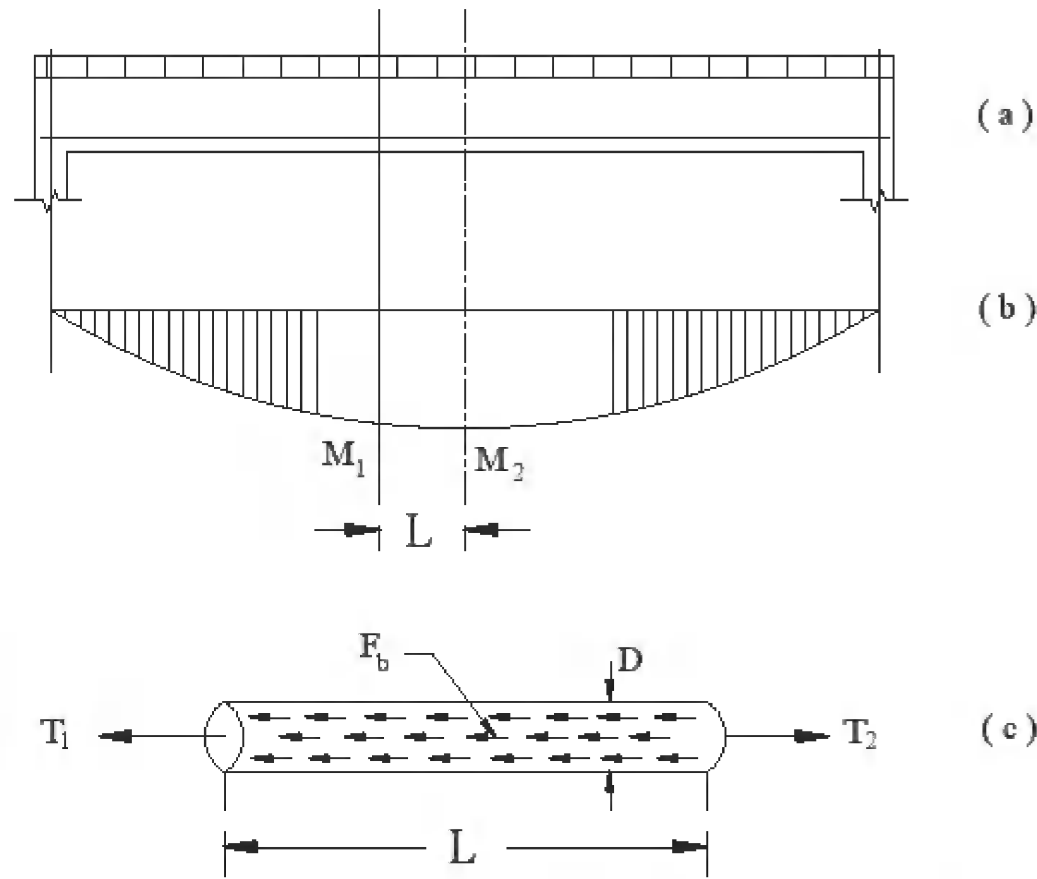
$$T_1 = f_{s1}A_b \dots\dots\dots (12 - 1)$$

$$T_2 = f_{s2}A_b \dots\dots\dots (12 - 2)$$

محصلة اجهادات التماسك علي سطح قضيب التسليح

$$F_b = (f_{bu})(\pi D)L \dots\dots\dots (12 - 3)$$

حيث D القطر الاسمي لسليخ حديد التسليح



شكل (12-1) (a) الكمرة الخرسانية والأحمال ، (b) عزم الانحناء
(c) اجهادات التماسك على سطح حديد التسليح

وبكتابة معادلة الاتزان

$$T_2 - T_1 = F_b \quad \dots\dots\dots (12 - 4)$$

$$\frac{\pi D^2}{4} (f_{s2} - f_{s1}) = \pi D L f_b$$

$$f_b = \frac{(f_{s2} - f_{s1}) D}{L} \quad \dots\dots\dots (12 - 5)$$

حيث f_b قيمة اجهاد التماسك بين سطح سيخ حديد التسليح و الخرستية .

و هذه القيمة كما واضح تعتمد على طول التماسك L و في الاجهاد عن حديد التسليح عند طرفي السيخ

3-12 طول التماسك Development Length

من المعادلة (5 - 12) يلاحظ أن هناك قيمة محددة لطول التماسك تلزم لحدوث اتزان لهذا الجزء من حديد التسليح

$$L = \frac{f_{s2} - f_{s1}}{f_b} D \quad \dots\dots\dots (12 - 6)$$

و لتحديد قيمة طول التماسك نعتبر القيم القصوي للمتغيرات في المعادلة (6 - 12) فقيمة $(f_{s2} - f_{s1})$ تصل إلى قيمتها القصوي عندما تكون

$$f_{s1} = f_y$$

$$f_{s2} = 0$$

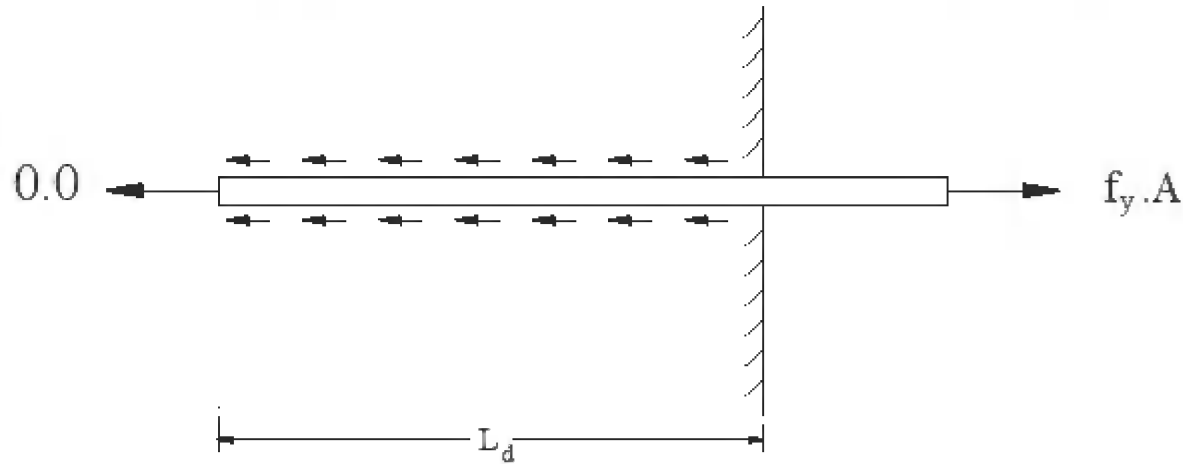
أما f_b تكون قيمتها أكبر ما يمكن أي اجهاد التماسك الأقصى f_{bu} و يحدد حسب رتبة الخرسانة من المعادلة التالية

$$f_{bu} = 0.24\sqrt{f_{cu}} \quad \dots\dots\dots (12 - 7)$$

و بالتالي يتم حساب طول التماسك من المعادلة التالية

$$L_d = \frac{f_y \cdot D}{4f_{bu}} \quad \dots\dots\dots (12 - 8)$$

و هذه المعادلة يمكن استنتاجها من الشكل التالي بدراسة اتزان سيخ حديد التسليح



شكل (2-12) اتزان سيخ مدفون في الخرسانة و معرض للشد

$$f_y \frac{\pi D^2}{4} = \pi D L_d \cdot f_{bu}$$

$$L_d = \frac{f_y \cdot D}{4f_{bu}}$$

وبالتالي يتم تعريف طول التماسك development length الفعال لحديد التسليح بأنه طول سيخ حديد التسليح المدفونة في الخرسانة و اللازم لتغيير الاجهاد عند طرفيه من صفر الى اجهاد الخضوع أو بتعبير آخر هو الطول المدفون من سيخ حديد التسليح في الخرسانة و اللازم للوصول بحديد التسليح الى مقاومته القصوي

(Embedment length to develop full strength of bar)

ويتم حساب طول التماسك عند القطاعات الحرجة التي يحدث عندها أقصى إجهاد أو ضغط و التي من المحتمل أن ينفصل منها حديد التسليح عن الخرسانة وذلك عند نهاية حديد التسليح أو عندما يتم تكسيحه وكذلك عند وصل حديد التسليح للربط بين سيخين . و يحدد الكود المصري المعادلة التالية لحساب طول التماسك L_d في حالة حديد التسليح المعرض لإجهاد شد أو ضغط (f_y/γ_s) :

$$L_d = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot \eta (f_y / \gamma_s)}{4 f_{bu}} D \quad \dots\dots\dots (12 - 9)$$

حيث

D : القطر الاسمي للسيخ

α : معامل التصحيح يتوقف علي شكل نهاية السيخ (القيمة العظمي = 1)

β : معامل تصحيح يتوقف علي نوعية سطح سيخ التسليح (القيمة العظمي 0.75 للأسياخ ذات النتوءات أي حديد التسليح عالي المقاومة)

η : معامل يتوقف علي مكان السيخ (القيمة العظمي = 1.3 للتسليح العلوي في الكمرات)

و في جميع الأحوال يجب ألا يقل طول التماسك عن D 40 أو 30 مم أيهما أكبر للأسياخ ذات النتوءات و للتسهيل فإنه بالنسبة لحديد التسليح عالي المقاومة $(f_y = 360 N/mm^2)$ ذو النتوءات فإن نسبة طول التماسك العظمي إلي قطر السيخ في الشد تكون 65 بالنسبة للتسليح العلوي و تكون 50 بالنسبة للتسليح السفلي أما في الضغط فإنها تكون 40 للتسليح العلوي و 30 بالنسبة للتسليح السفلي .

جدول (1-12) نسبة طول التماسك إلي قطر السيخ

شد	ضغط	
65	40	علوي
50	30	سفلي

و هذه النسبة يمكن أن تقل إذا أخذ في الاعتبار شكل نهاية السيخ حيث يمكن تخفيض طول التماسك في الشد بنسبة 25% إذا تم عمل جنش (hook) في نهاية السيخ بغض النظر عن شكل هذا الجنش .

Example (12-1):

A simply supported beam, shown in figures, is reinforced with $4\phi 20$ mm bars. The ends of these bars are straight and terminate 40 mm from the ends of the beam. Determine whether the reinforcement satisfies the code requirements for development length.

Use $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

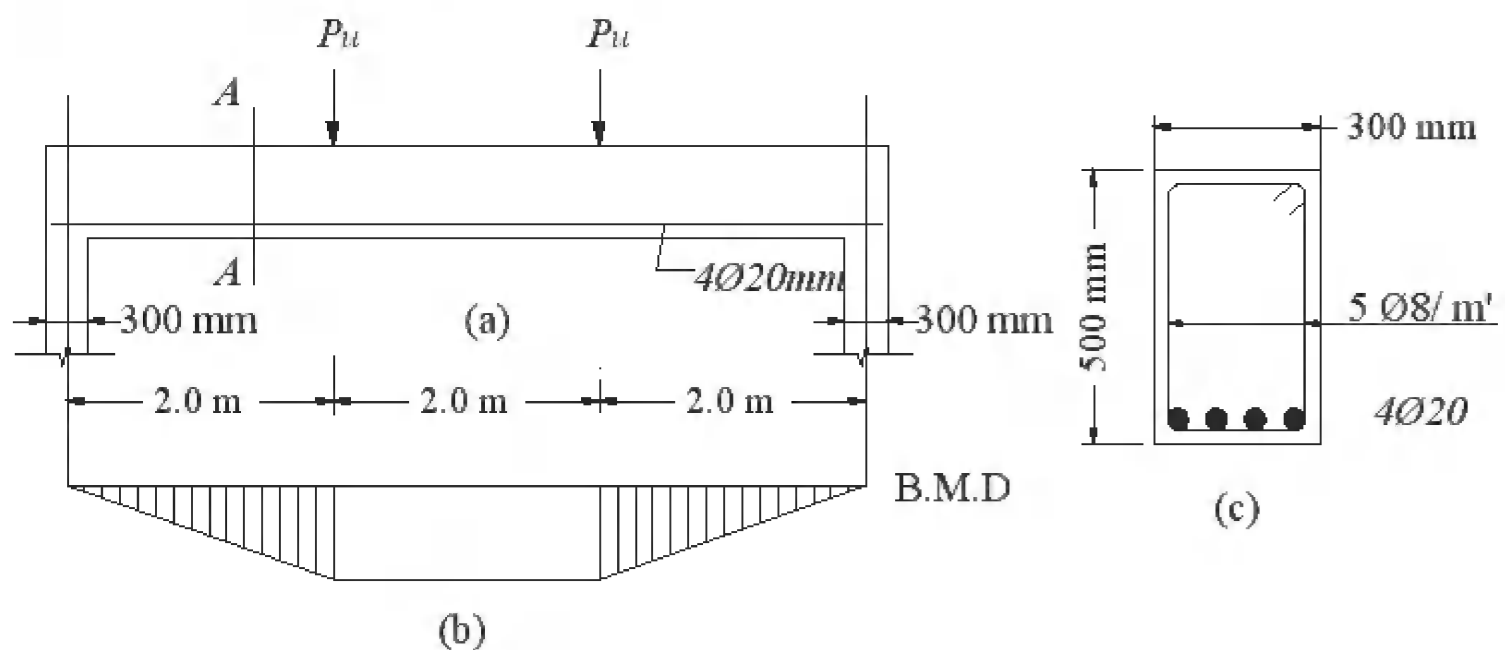


Figure 2.4 : (a) Beam and loads ; (b) Bending Moment Diagram ; (c) Section A-A

Solution:

$$\alpha = 1.0 \quad , \quad \beta = 1.0 \quad , \quad \eta = 1.0$$

$$f_{bu} = 0.24\sqrt{25} = 1.2 \text{ N/mm}^2$$

$$L_d = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot \eta (f_y / \gamma_s)}{4 f_{bu}} D$$

$$= \frac{0.75 \times 360 / 1.15}{4 \times 1.2} \times 20 = 978.2 \text{ mm}$$

Available development length = $2000 + 150 - 40 = 2110 \text{ mm} > 978.2 \text{ mm}$

\therefore The reinforcement satisfies the code requirements for development length

Example (12-2):

In the isolated footing shown in figure (12 – 4), it is required to check whether the flexural reinforcement satisfies the code anchorage requirement.

Use $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

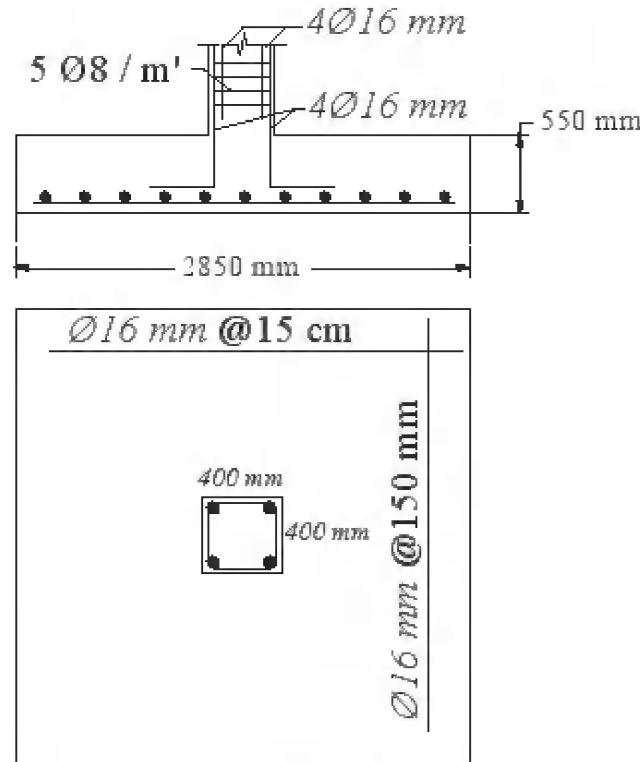


Figure (12-4) Isolated Footing

Solution:

For development of reinforcement in tension

$$\alpha = 1.0 \quad , \quad \beta = 0.75 \quad , \quad \eta = 1.0$$

$$f_{bu} = 0.24\sqrt{25} = 1.2 \text{ N/mm}^2$$

$$L_d = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot \eta (f_y / \gamma_s)}{4 f_{bu}} D$$

$$= \frac{0.75 \times 360 / 1.15}{4 \times 1.2} \times 16 = 782.6 \text{ mm}$$

$$\text{Available length} = \frac{2850 - 400}{2} - \text{cover}(75)$$

$$= 1150 \text{ mm} > 782.6 \text{ mm} \quad \text{O.K.}$$

Flexural reinforcement satisfies the code development requirement, without using hooks at bar ends.

12-3-1- طول التماسك في الشد في حالة ثني نهاية السليخ

Development of Standard Hooks in Tension

يتم ثني نهاية السليخ بقدر 90 درجة أو 180 درجة لزيادة تماسك حديد التسليخ مع الخرسانة و لتقليل طول التماسك عن حالة عدم وجود جنش أي ثني نهاية السليخ . و كذلك في حالة عدم وجود طول كافي لتحقيق طول التماسك بدون ثني . و يتم حساب طول التماسك باستخدام المعادلة (9 – 12) بالتعويض بقيمة $\alpha = 0.75$. و يحسب طول التماسك L_d علي أنه المسافة من المقطع الحرج الذي به أكبر عزم انحناء أو نهاية سليخ آخر حتي بداية الجنش أو الثني مضافا إلي ذلك نصف قطر الثني و قطر السليخ كما هو موضح بالشكل (5 – 12) .

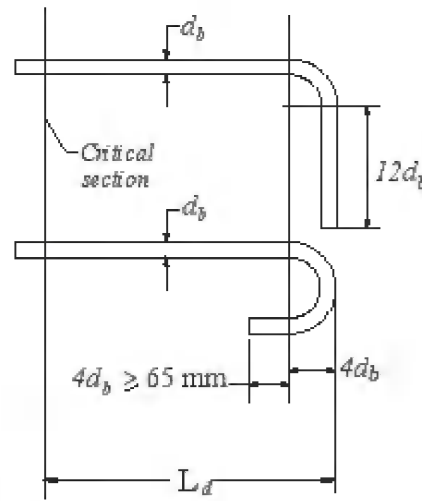


Figure 12-5 Development of standard hooks

و عموما يمكن ثني السليخ 90 أو 180 درجة لكن 180 درجة أنسب للأعضاء الإنشائية غير العميقة بينما يستخدم الجنش 90 درجة عند استخدام التسليخ الأفقي كتسليخ رأسي في عضو إنشائي آخر .

Example (12-3):

In the beam shown in figure (12 – 6), the top reinforcement is designed for a flexural stress of f_y at the face of the column. Determine whether a standard 90 degree hook is required for anchorage.

Use $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

Solution:

يتم حساب الطول أولا بدون استخدام جنش

For bars in tension $\alpha = 1.0$, $\beta = 0.75$, $\eta = 1.30$

$$f_{bu} = 0.24\sqrt{25} = 1.2 \text{ N/mm}^2$$

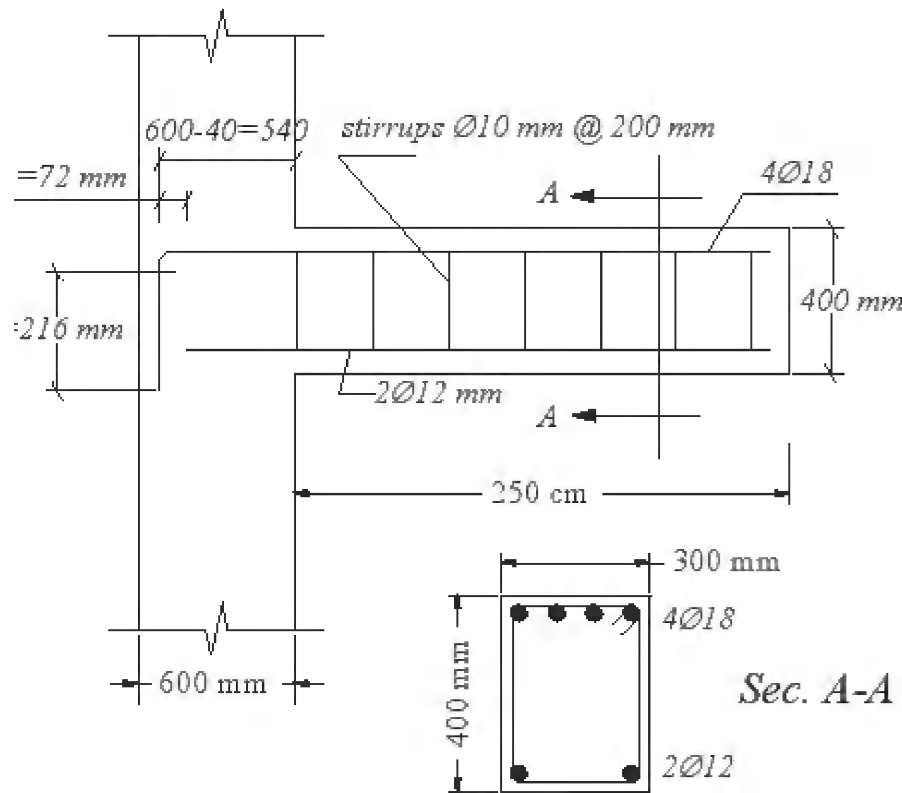


Figure (12-6) Beam and its cross section

$$L_d = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot \eta (f_y / \gamma_s)}{4 f_{bu}} D$$

$$= \frac{1.0 \times 0.75 \times 1.30 \times 360 / 1.15}{4 \times 1.2} \times 18 = 1144.6 \text{ mm}$$

$$\text{Available length} = 2500 - 40 = 2460 \text{ mm} > 1144.6 \text{ mm}$$

Therefore, a standard hook is not required at free end.

Available length = 600 - 40 = 560 mm < 1144.6 mm. Hence a standard hook is required at column side

و بحساب طول التماسك في حالة وجود جنش

$$L_d = \frac{0.75 \times 0.75 \times 1.30 \times 360 / 1.15}{4 \times 1.2} \times 18 = 858.4 \text{ mm}$$

The available development length of 560 mm at column side is not adequate for providing anchorage.

و في هذه الحالة يتم زيادة الطول الرأسي من السيخ (المثني لأسفل) بمقدار طول التماسك المطلوب . و يلاحظ

أن القيم المحسوبة لطول التماسك بالكود المصري تفوق مثيلتها في الكود الأمريكي (ACI). ففي المثال السابق نجد أن طول التماسك في الحالة الأولى حسب الكود المصري 1144.6 mm بينما مثيلتها في الكود الأمريكي 670 mm و في الحالة الثانية القيمة المطلوبة لطول التماسك حسب الكود المصري 858.4 mm بينما القيمة المحسوبة بالكود الأمريكي 358.6 mm .

12-3-2- طول التماسك في الضغط في حالة ثني نهاية السليخ

Development of Standard Hooks in Compression

يعتبر ثني السليخ غير مؤثر علي طول التماسك في حالة الضغط و لذلك ليست هناك ضرورة لعمل جنش بنهاية السليخ حالة تعرض لاجهادات ضغط .

12-4- الوصلات في حديد التسليح Splices of Reinforcement

يعتبر وصل حديد التسليح ضروريا إما لأن طول أسياخ في حديد التسليح المصنعة غير كافي أو لتسهيل العمل أثناء الانشاء لضمان استمرار حديد التسليح حسب متطلبات التصميم. و يمكن وصل حديد التسليح إما باستخدام اللحام (welding) أو باستخدام الوصلات الميكانيكية (mechanical connectors) أو ببساطة بعمل جزء مشترك بين الأسياخ لا يقل عن طول التماسك (lap splice) ويطلق عليها الوصلات بالتراكب. و هذه الوصلة تتكون عند حديد التسليح ليغطي مسافة مشتركة تسمح بنقل القوة في السليخ أن تنتقل إلي السليخ الآخر عن طريق التماسك (bond) مع الخرسانة.

و بالرغم من أن الوصلات بالتراكب (lap splice) تعتبر من أبسط و أرخص الطرق لوصل حديد التسليح لكن لها بعض المساوئ مثل ازدحام و كثرة حديد التسليح في مكان الوصلة و حدوث شروخ عرضية نتيجة لتركيز الاجهادات.

لذلك يوصي بعمل الوصلات عند المقاطع المعرضة لاجهادات قليلة نسبيا كما يجب عمل الوصلات متفرقة و ليست لكل الأسياخ عند نفس المقطع. اليخان اللذان يكونان وصلة بالتراكب يمكن أن يكونا متلامسان أو يبتعدان عن بعضهما كما هو موضح بالشكل (12 - 7).

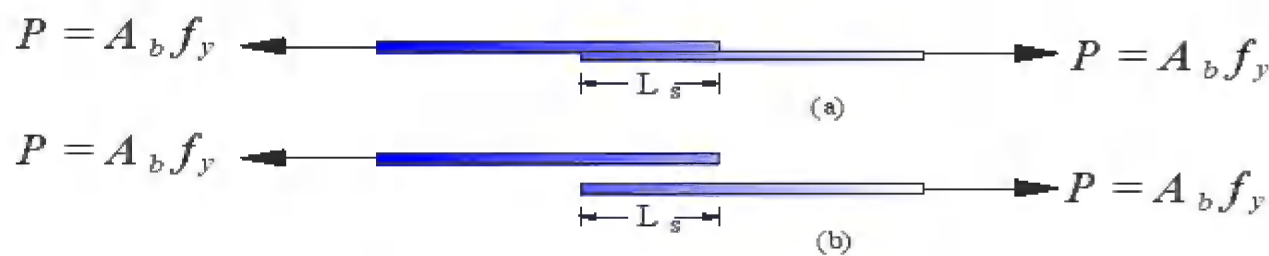
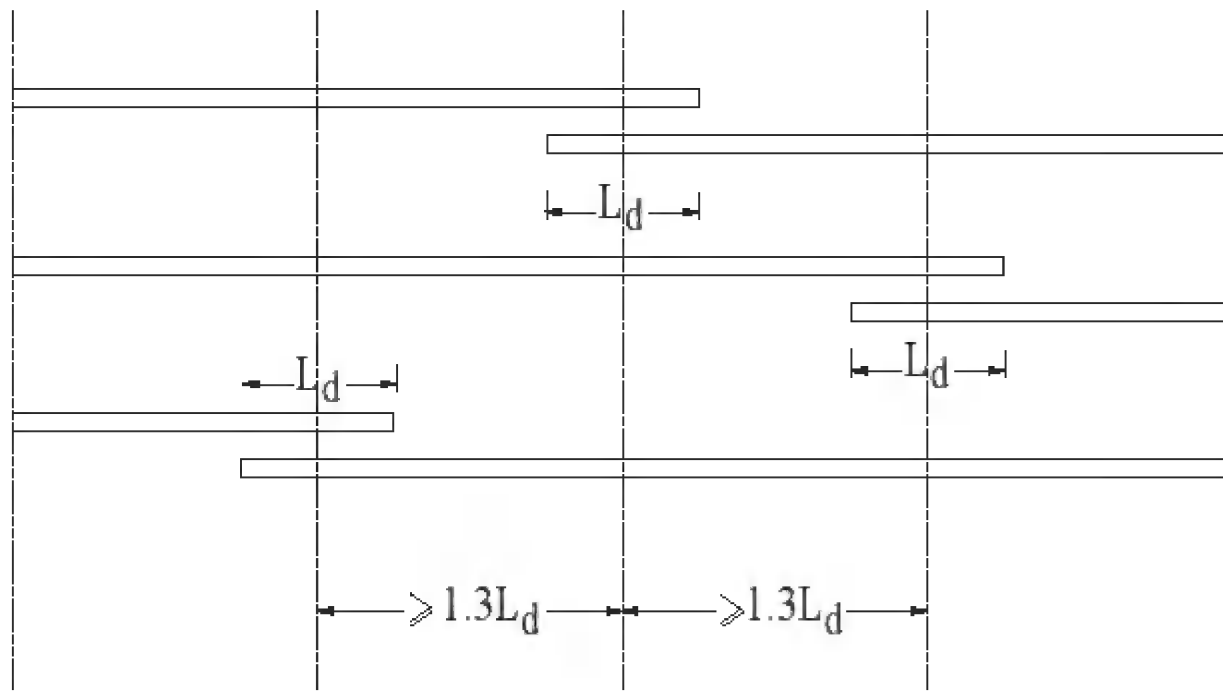


Figure (12-7) (a) Bars in direct contact; (b) Bars are spaced

التسليح العرضي (الكانات) في منطقة الوصل تمنع و تقلل من إمكانية حدوث الشروخ و بذلك تحسن من فاعلية الوصلة. و يلاحظ ما يلي عند عمل الوصلات :

أ - المسافة بين محوري أي سيخين في الوصلة بالتراكب لا تزيد عن خمس طول الوصلة أو 150 مم أيهما أقل

ب - عند وصل مجموعة أسياخ معرضة للشد نتيجة عزوم الانحناء يجب عمل الوصلات عند مقاطع متفرقة لا تقل المسافة بينهما عن $1.3L_d$ كما هو موضح بالشكل (8 - 12) .



شكل (8-12) أماكن الوصلات بالتراكب في كمرة معرضة للانحناء

ح - لا يقل طول الوصلة عن طول التماسك في الشد L_d . بشرط أن تكون مساحة التسليح في المقطع أكبر من أو تساوي ضعف التسليح المطلوب لهذا المقطع على كامل طول الوصلة و على ألا تزيد نسبة الأسياخ الموصولة عن 25% من التسليح الكلي لهذا المقطع . فيما عدا ذلك يؤخذ طول الوصلة $1.3L_d$.

د - عند وصل أسياخ مختلفة في القطر يحسب طول الوصلة على أساس القطر الأكبر .

هـ - لا يسمح بعمل وصلات بالتراكب في العناصر المعرضة لقوة شد محوري بل تستخدم أي من الطرق الأخرى.

و - يمكن وصل الأسياخ المعرضة للضغط عند مقطع واحد و يؤخذ طول الوصلة مساويا لطول التماسك في الضغط .

Example (12-4):

To facilitate construction of a retaining wall, the vertical reinforcement shown in figure (12 – 9) is to be spliced to dowels extending from foundation. If the flexural steel is stressed to its yield point at the bottom of the wall, determine the required splice length when all reinforcement bars are spliced at the same location.

Use $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, and $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

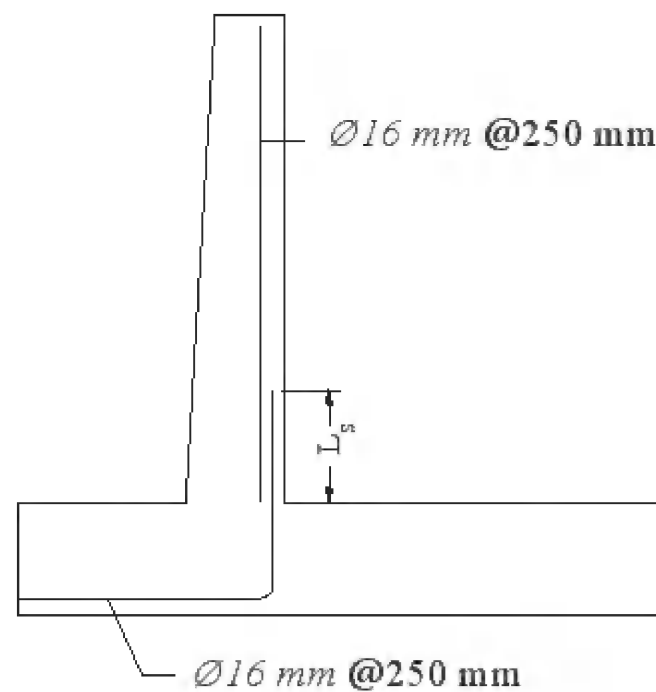


Figure (12-9) Retaining wall reinforcement

Solution :

$$\text{Splice length} = 1.3 L_d$$

$$= 1.3 \times \frac{1.0 \times 0.75 \times 1.0 \times 360 / 1.15}{4 \times 1.2} \times 16$$

$$= 1017.4 \text{ mm}$$

في الكود الأمريكي إذا تم حساب طول هذه الوصلة يكون الناتج 500 mm .

Example (12-5):

Design a compression lap splice for a tied column whose cross section is shown in figure (12-10), when:

- Φ 16mm bars are used on both sides of the splice.
- Φ 16mm bars are lap spliced with Φ 18mm bars.

$$f_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2, f_y = 360 \text{ N/mm}^2$$

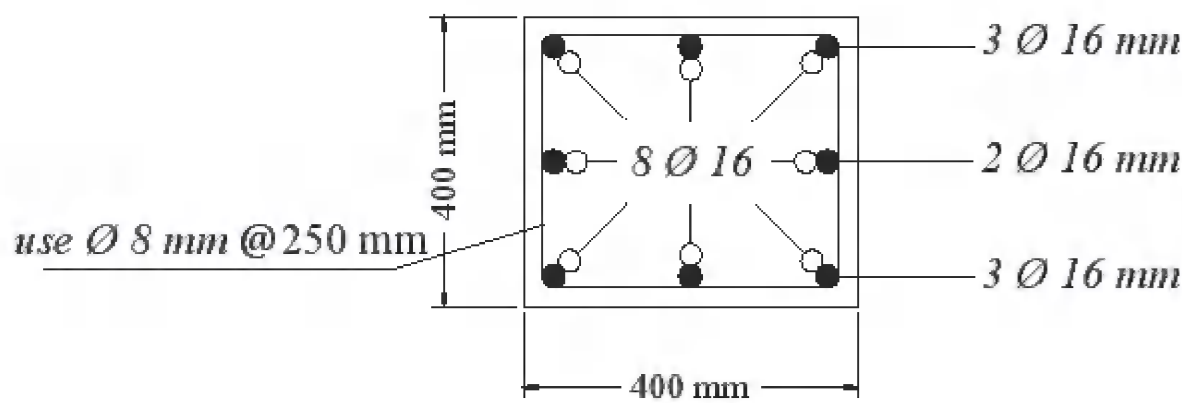


Figure (12-10) Column Section

solution:

- For bars of similar diameter, lap splice in compression

$$L_d = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot \eta \cdot (f_y / \gamma_s)}{4 f_{bu}} D$$

$$\alpha = 1.0, \beta = 0.45, \eta = 1.0$$

$$f_{bu} = 0.24 \sqrt{f_{cu}} = 0.24 \sqrt{30} = 1.314 \text{ N/mm}^2$$

$$L_d = \frac{0.45 \times 360 / 1.15}{4 \times 1.314} \times 16 = 428.82 \text{ mm}$$

$$\text{lap splice} = 428.82 \text{ mm}$$

$$\text{lap splice} \geq 40\phi = 40 \times 16 = 640 \text{ mm}$$

- For bars ϕ 16mm bars spliced with ϕ 18mm bars

$$\text{lap splice} = 64 \times \frac{18}{16} = 72 \text{ mm}$$

Example (12-6):

In the isolated footing shown in figure (12-4), 4 Φ 16 mm bars are required to transfer the axial compression force in a column into the footing. Determine the minimum extensions of the dowels into the footing.

$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2, f_y = 360 \text{ N/mm}^2$$

Solution:

$$L_d = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot \eta \cdot (f_y / \gamma_s)}{4 f_{bu}} D$$

$$\alpha = 1.0, \beta = 0.45, \eta = 1.0$$

$$f_{bu} = 0.24 \sqrt{f_{cu}} = 0.24 \sqrt{25} = 1.2 \text{ N/mm}^2$$

$$L_d = \frac{0.45 \times 360 / 1.15}{4 \times 1.2} \times 16 = 460 \text{ mm}$$

$$L_d \geq 40 \phi \geq 40 \times 16 = 640 \text{ mm}$$

يلاحظ أن تحديد الطول الأدنى للتماسك بين حديد التسليح و الخرسانة بقيمة واحدة في حالتى الشد و الضغط غير منطقي لأن المعامل β في معادلة طول التماسك مختلف في حالتى الشد و الضغط . و الأصح ألا يقل طول التماسك في حالة الشد عن 40 مرة قطر السيخ لكن في حالة الضغط لا يقل عن 30 مرة قطر السيخ فيكون طول التماسك في المثال السابق هو 480 mm و ليس 640 mm .

دليل ذلك أن في الكود الأمريكى لهذا المثال يكون طول التماسك حتى باستخدام حديد 420 هو 320 mm أى نصف القيمة في حلة الكود المصرى .

و باستكمال المثال

$$\text{Available length} = 550 - 75 - 16 - 16 = 443 \text{ mm} > 420 \text{ mm} \quad \text{O.K.}$$

لكن اذا استخدمنا شرط الكود Φ 40 يكون عمق القاعدة غير كاف لأنه في هذه الحالة

$$44.3 < 64.0 \quad \text{N.G.}$$

و المطلوب في هذه الحالة زيادة سمك القاعدة حوالي 200 مم لتكون 750 بدلا من 550 مم.

Splicing of 4 Φ 16 mm bars

For bars of similar diameter lap splice in compression

$$\text{Lap length} = L_d = 420 \text{ mm}$$

5-12- اعتبارات عملية عند تنفيذ الوصلات Practical Consideration

يوضح الشكل (11-12) وصل حديد التسليح في حالة الحوائط الخرسانية أو البلاطات الخرسانية بينما يوضح الشكل (12-12) مقطع عمود موضحا به وصل حديد التسليح و في الشكل (12-13) نوعان من الوصلات حيث يتم ثنى أحد الاسياخ ليتراكب مع السليخ الآخر و في هذه الحالة ينطبق محور كل سليخ على سليخ على الآخر و غالبا تستخدم هذه الوصلة في حالة الأعمدة. أما الوصلة الثانية حيث يستمد كل سليخ مستقيما فيمكن استخدامها في الكمرات و كذلك يمكن استخدامها في الأعمدة عندما تتغير أبعاد العمود عند مستوي الدور.

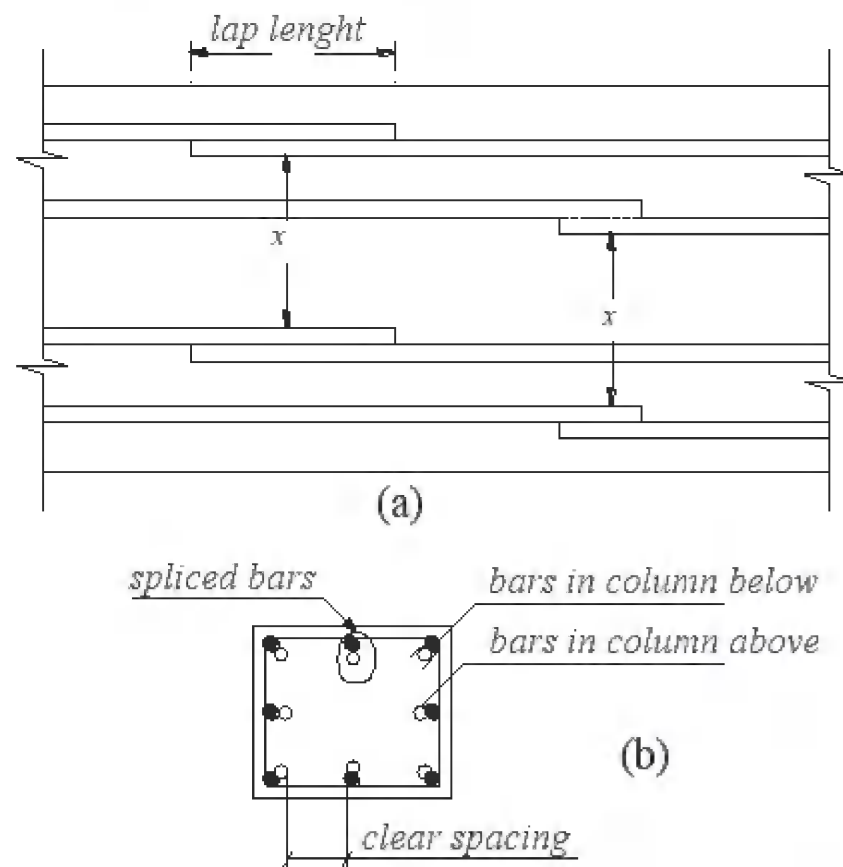


Figure (12.12) (a) Lap splice of slab and wall reinforcement ; (b) lap splices of column and beam reinforcement

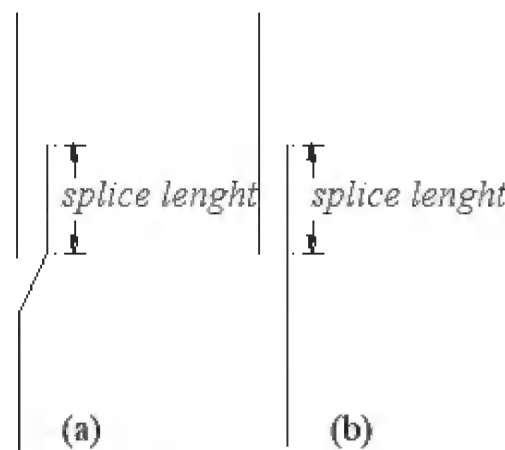


Figure (12.13) (a) Center lines of the bars coincides ;
(b) bars are spliced out of line

12-6- قطع الأسياخ لتحقيق طول التماسك في تسليح الكمرات

Bar Cutoffs and Development of Flexural Reinforcement

نظراً لأن عزم الانحناء في الكمرات لا يكون ثابتاً علي طول الكمرة فإنه يمكن قطع أو قص بعض الأسياخ التي لا حاجة إليها لمقاومة عزم الانحناء حيث تتكفل بقية الأسياخ بذلك. في حالة كمرة مستمرة ذات مقطع ثابت، إذا استمر حديد التسليح المطلوب لمقاومة أكبر عزم انحناء سواء موجب أو سالب، إذا استمر هذا التسليح علي كامل طول الكمرة يكون تصميمها أكثر من اللازم (over design) أي غير اقتصادية في معظم مقاطعها لذلك يفضل إنهاء جزء من حديد التسليح عندما يقل عزم الانحناء بقيمة مناسبة. و بذلك يتم تخفيض تكلفة العنصر الإنشائي بتقليل حديد التسليح في الأجزاء التي يقل فيها عزم الانحناء عن العزم الأقصى. بالإضافة إلي أن تقليل التسليح يساعد علي تمك الخرسانة و صبها بسهولة لتملاً كافة الفراغات بالشدة الخشبية.

12-6-1- المقاطع الأساسية في الكمرات لحساب طول التماسك لحديد التسليح

Critical Sections in Flexural Members

يجب حساب طول التماسك و طول أسياخ حديد التسليح عند مقاطع أساسية بالنسبة للكمرات حتي يتم التأكد من فاعلية حديد التسليح في مقاومة عزوم الانحناء، و هذه المقاطع هي كما يلي:

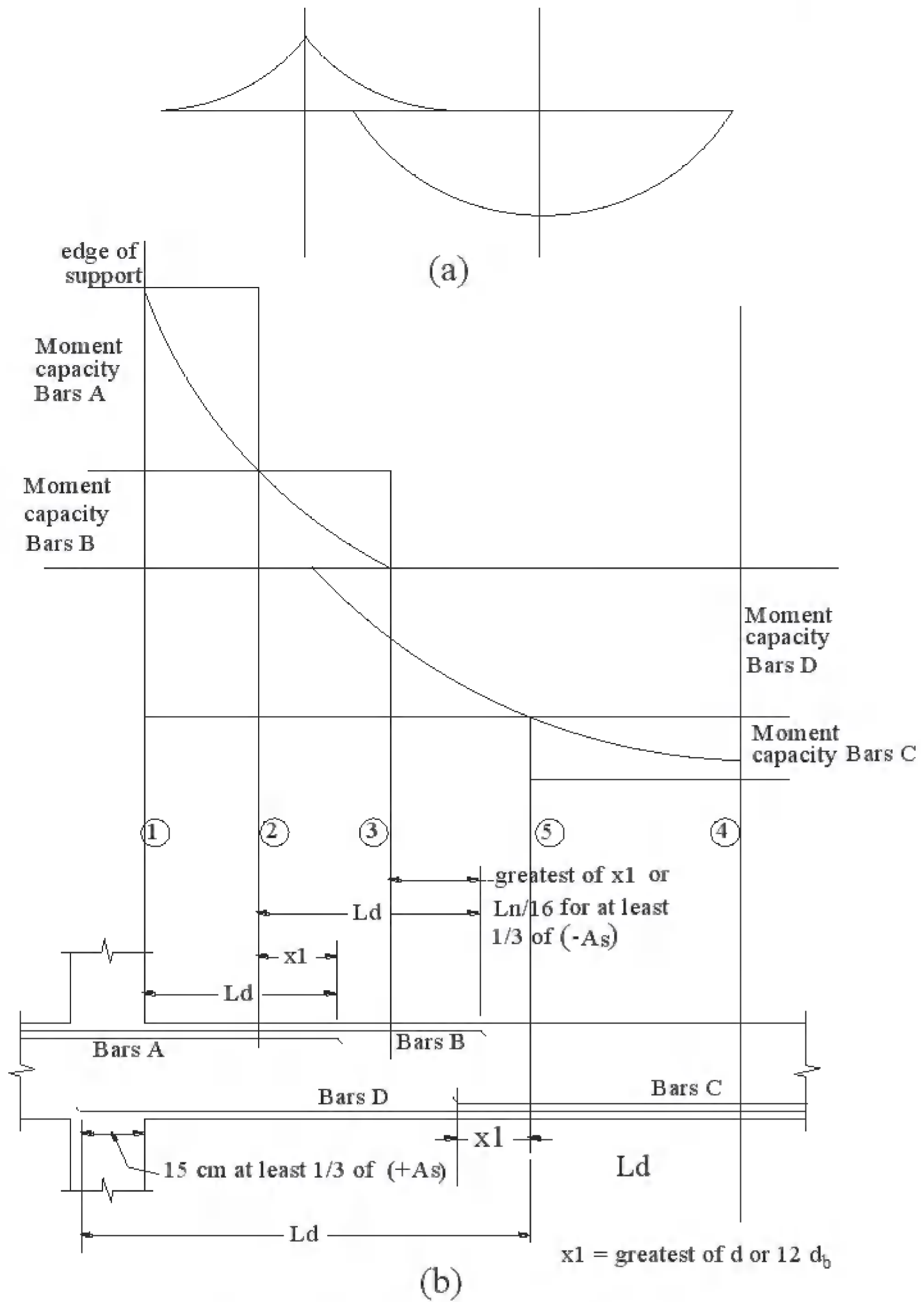
- (1) عند المقاطع ذات أكبر عزم انحناء أي المعرضة لأكبر إجهاد.
 - (2) عند توقف بعض أسياخ حديد التسليح أو تكسيحها و استمرار البعض الآخر.
 - (3) عندما تتغير إشارة عزم الانحناء أي عند نقط الانقلاب بالنسبة لبياني عزم الانحناء
- باعتبار كمرة مستمرة كالموضحة بالشكل (12-12-a) و بدراسة الجزء المحصور بين المقطعين (1) ، (4) نجد أن المقاطع التي يجب دراستها بالنسبة للعزم السالب هي كما يلي:

مقطع (1): حيث أكبر عزم انحناء سالب و بالتالي يكون أكبر إجهاد بهذا المقطع و من هذا المقطع يتم حساب

أقل طول لمجموعة الأسياخ (A) فهي لابد أن توفي شرطين. الأول هو طول التماسك من وجه الركيزة (L_d). وهذه المجموعة تغطي جزءاً من عزم الانحناء السالب حتي مقطع (2) ولذلك لابد أن تمتد بعد مقطع (2) بمقدار x_1 وهي القيمة الأكبر من العمق الفعال لكمرة d أو 12 مرة ضعف قطر حديد التسليح. وبذلك يتم حساب L_d من وجه الركيزة و x_1 من المقطع (2) و يؤخذ الأكبر منهما.

مقطع (2): و عند هذا المقطع تم إيقاف مجموعة التسليح (A) و استمرت المجموعة (B) ولابد لمجموعة

التسليح (B) تحقيق شرطان أولهما ألا يقل طول الأسياخ من المقطع (2) حتي نهاية الأسياخ عن طول التماسك L_d ثانيهما ألا تقل المسافة بين المقطع (3) (نهاية أو نقطة انقلاب العزم السالب) حتي نهاية الأسياخ (B) عن العمق الفعال للكمرة أو طول الكمرة الفعال مقسوماً علي 16 أو 12 ضعف سيخ حديد التسليح أيهم أكبر علي ألا تقل مساحة المجموعة (B) عن 1/3 حديد التسليح الكلي السالب.



شكل رقم (14-12) المقاطع الأساسية في الكمرات لحساب طول التماسك لحديد التسليح

أما بالنسبة لعزم الانحناء الموجب:

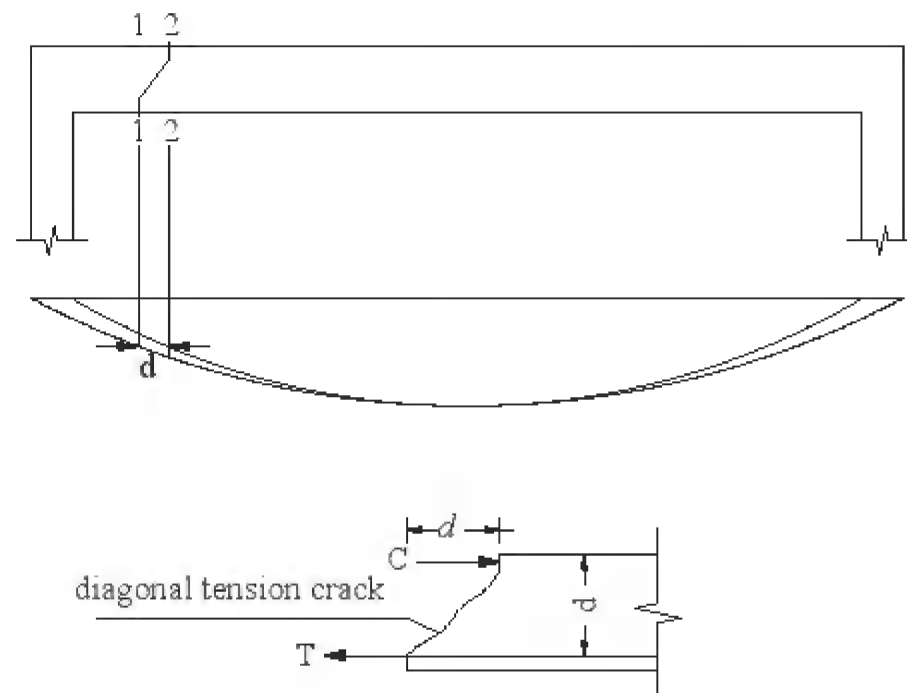
مقطع (4): حيث أكبر عزم انحناء موجب يتم حساب أقل طول لمجموعة الأسياخ (C) حيث يجب أن تكون المسافة بين المقطع (4) و نهاية الأسياخ (C) أكبر من أو تساوي طول التماسك L_d و في نفس الوقت لا يقل طول الأسياخ (C) من المقطع (5) و نهاية الأسياخ عن العمق الفعال للكمرة أو 12 ضعف قطر حديد التسليح أيهما أكبر.

حيث المقطع (5) أكبر قيمة لعزم الانحناء تقاومها مجموعة الأسياخ (D).

مقطع (5): حيث تم إيقاف بعض أسياخ حديد التسليح و التي لا بد و أن تمتد لمسافة x_1 بعد هذا المقطع و هذه المسافة لا تقل عن العمق الفعال للكمرة أو 12 مرة ضعف قطر حديد التسليح. أما بقية الأسياخ (المجموعة D) فيجب أن تستمر لمسافة لا تقل عن طول التماسك بدءا من المقطع (5). وفي الكمرات البسيطة لا بد أن يمتد 1/3 حديد التسليح الكلي السفلي لمسافة لا تقل عن 15 سم من وجه الركيزة كما هو موضح بالشكل (12-14-b). و يرجع السبب في عدم إيقاف حديد التسليح عند قيمة أقصى عزم انحناء و استمراره لمسافة x_1 بعد المقطع المطلوب له نظريا إلى الأسباب التالية:

أ – عزم الانحناء الفعلي ربما يختلف عن عزم الانحناء الذي تم التصميم علي أساسه نتيجة لعدم الدقة الكافية في حساب مكان أو قيمة الأحمال أو عدم دقة التحليل الأنشائي.

ب – بعد حدوث الشروخ نتيجة للشد القطري diagonal tension تكون قوة الشد في حديد التسليح عند موضع الشرخ نتيجة لقيمة عزم انحناء عند موضع لا يمر رأسيا بمكان التقاء الشرخ بحديد التسليح كما هو موضح بالشكل (12-15) حيث أن الشد عند المقطع 1-1 يكون نتيجة لعزم الانحناء عند المقطع 2-2



شكل رقم (12-15) ترحيل عزم الانحناء لزيادة طول التثبيت نتيجة للشد القطري

ج - عندما يتم قطع أو إيقاف مجموعة من الأسياخ يحدث انتقال فجائي لاجهادات من هذه الأسياخ للأسياخ المستمرة. و بزيادة طول الأسياخ المتوقفة يقل تركيز هذه الاجهادات الحادثة بالأسياخ المستمرة.

7-12- متطلبات الكود عند قطع حديد التسليح في الكمرات Code Requirements

ينص الكود المصري لمتطلبات تصميم و وتنفيذ المنشآت الخرسانية المسلحة علي ما يلي:

أ - عند توقف أسياخ التسليح الطولي المعرضة للشد أو الضغط يجب أن تمتد الأسياخ لمسافة لا تقل عن $(L_d + 0.3d)$ مقياسة من القطاع الحرج ، ويعرف القطاع الحرج بأنه :

- القطاع الذي يحدث عنده أكبر عزم انحناء.

- القطاع الذي تتوقف عنده أسياخ تسليح مجاورة ولا تصبح فعالة في مقاومة عزم الانحناء.

ويشترط ألا يقل طول الرباط (و هو المسافة بين نهاية الأسياخ و القطاع الذي تكون عنده هذه الأسياخ غير مطلوبة لمقاومة عزوم الانحناء) عن d أو $(0.3d + 10\Phi)$ أيهما أكبر مقياسة من توزيع العزم الفعلية.

ب - يجب عدم توقف أسياخ التسليح في منطقة الشد، وفي حالة توقفها عند قطاع معرض للشد يجب تحقيق أحد الشروط الآتية:

- أن يكون اجهاد القص الأقصى عند هذا القطاع أقل من أو يساوي ثلثي مقاومة القص القصوي للقطاع شاملة تسليح القص

$$q_u \leq \frac{2}{3}(0.5q_{cu} + q_{su})$$

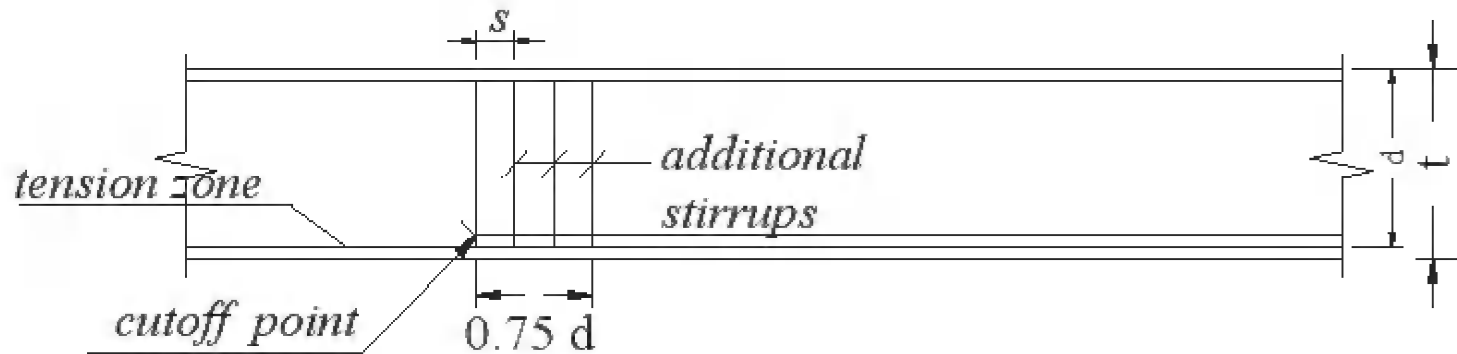
- مساحة الكانات عند القطاع الذي توقفت عنده أسياخ التسليح أكبر من مساحة الكانات اللازمة لمقاومة

القص و الالتواء عند هذا المقطع بقيمة لا تقل عن $A_{st} = \frac{4bs}{f_y}$ حيث f_y بوحدات كجم/سم² بحيث توزيع

الكانات الإضافية علي مسافة تساوي ثلاثة أرباع عمق الكمر من نقطة توقف الأسياخ و حتي نهايتها في اتجاه السبخ المتوقف شكل (12-16) علي ألا تزيد المسافة بين هذه الكانات علي $(d/8\beta)$ حيث s : المسافة بين الكانات.

β : النسبة بين مساحة صلب التسليح المتوقف إلي المساحة الكلية لصلب تسليح القطاع.

و الشرط الأول تم وضعه للتأكد من صغر قيمة اجهاد القص و بالتالي يكون احتمال الشروخ القطرية diagonal tension أقل احتمالاً أما الشرط الثاني فهو للتأكد من احتواء الشروخ القطرية إذا حدثت باستخدام كانات متقاربة.



$$s \geq d/8\beta$$

شكل (12-16) زيادة الكانات عند موضع توقف الأسياخ

ج – يجب أن يمتد 1/3 حديد التسليح الموجب علي نفس الوجه من الكمره لمسافة لا تقل عن 150 مم بعد محور الركيزة.

د – يجب أن يمتد 1/3 حديد التسليح السالب بعد نقطة الانقلاب أي نقطة انتهاء العزم السالب لمسافة لا تقل عن الأكبر من القيم الثلاثة التالية:

$$d, 0.3d+10\Phi, 0.3d+L/20$$

حيث d : العمق الفعال للكمرة.

Φ : قطر حديد التسليح.

L : البحر الصافي للكمرة.

Example (12-7):

In the simply supported beam subjected to factored loads shown in figure (12-17), 4 Φ 22 bars are to be cutoff between the supports. Determine bar cutoff location and development requirements of the rest of the reinforcement bars.

Use $f_{cu}= 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y= 360 \text{ N/mm}^2$ and width of support is equal to 0.3m

Solution:

For section A-A

$$d = 700 - 40 - 8 - 22 - 25/2 = 617.5 \text{ mm}$$

For section B-B

$$d = 700 - 40 - 8 - 22/2 = 641 \text{ mm}$$

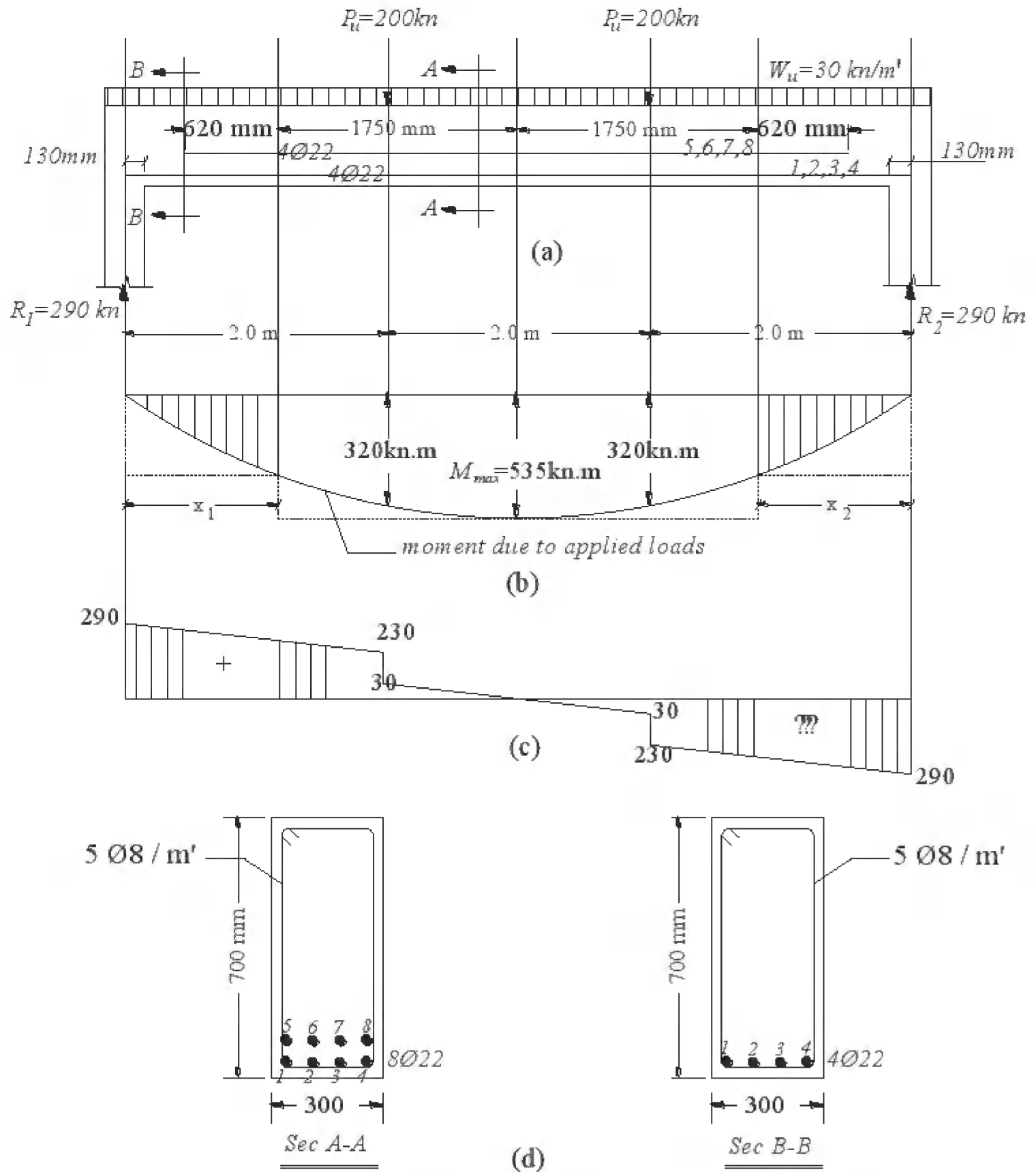


Figure 12.17 : (a) Beam and loads; (b) location of theoretical cutoff points; (c) shearing force diagram; (d) cross sections

Moment Capacity for section B-B reinforcement with 4Φ 22

$$A_s = 4 \times 380 = 1520 \text{ mm}^2$$

$$\mu = \frac{A_s}{bd} = \frac{1520}{300 \times 641} = 0.79\%$$

from tables $K_u = 2.4$

$$M_u = K_u b d^2 = 2.4(300)(641)^2 = 295.83 \text{ m.kn}$$

بفرض أن نهاية الأسياخ الغير مستمرة 4Φ 22 علي بعد x من محور الركيزة و يتم حسابها بمساواة عزم الانحناء عند المسافة x مع عزم مقاومة المقطع.

$$295.83 = 290x - \frac{30x^2}{2}$$

$$15x^2 - 290x + 295.83 = 0.0$$

$$x = 1.08 \text{ m}$$

Egyptian Code requirements:

1. Bars must be extended at least a distance equal to larger of the effective depth $d = 617.5 \text{ mm}$ and $0.3d + 10\phi = 0.3 \times 617.5 + 10 \times 22 = 405 \text{ mm}$, Thus extension on both sides of the centerline of the beam is taken 620 mm.

$$\text{Length of cutoff} = 2(1.08 + 0.62) = 3.40 \text{ m}$$

2. Distance from point of maximum stress to the end of cutoff bars on each side should be equal or larger than development length of bar in tension ($L_d + 0.3d$)

$$L_d = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot \eta \cdot (f_y / \gamma_s)}{4 f_{bu}} \phi$$

$$\alpha = 1.0, \beta = 0.75, \eta = 1.0$$

$$f_{bu} = 0.24 \sqrt{f_{cu}} = 0.77 \sqrt{25} = 1.2 \text{ N/mm}^2$$

$$L_d = \frac{1.0 \times 0.75 \times 1.0 \times 360 / 1.15}{4 \times 1.2} \times 22 = 1076.1 \text{ mm}$$

$$L_d + 0.3d = 1076.1 + 0.3 \times 617.5 = 1261.35 \text{ mm}$$

$$\text{Available development length} = \frac{3400}{2} = 1700 \text{ mm} > 1261.35 \text{ mm}$$

3. At least one-third of the positive moment reinforcement is extended 150 mm into the support:

One-half of the total positive moment reinforcement is to be extended 150 mm into the supports. Thus minimum length of these bars = $6000 + 150 + 150 = 6300$ mm.

8-12 - توصيات بأمكان إيقاف و ثني حديد التسليح للكمرات و البلاطات

Standard Bend and Cutoff Points

هناك أماكن تقريبية لإيقاف أو قص حديد التسليح أو ثنيه لأعلي في حالة تكسيح حديد التسليح لمقاومة اجهادات القص و تنطبق هذه التوصيات علي الكمرات و البلاطات عندما تتوافر الشروط التالية:

- لا يتم إيقاف أو تكسيح أكثر من نصف حديد التسليح.
- الكمرة تتكون من باكيتان أو أكثر (two spans).
- الباكيتات (spans) تقريبا متساوية ولا يزيد الفرق بين باكيتان متساويتان عن 20%.
- الأحمال موزعة بانتظام.
- الحمل الحي لا يزيد علي ضعف الحمل الثابت. ويوضح الشكل التالي أماكن إيقاف أو تكسيح حديد التسليح

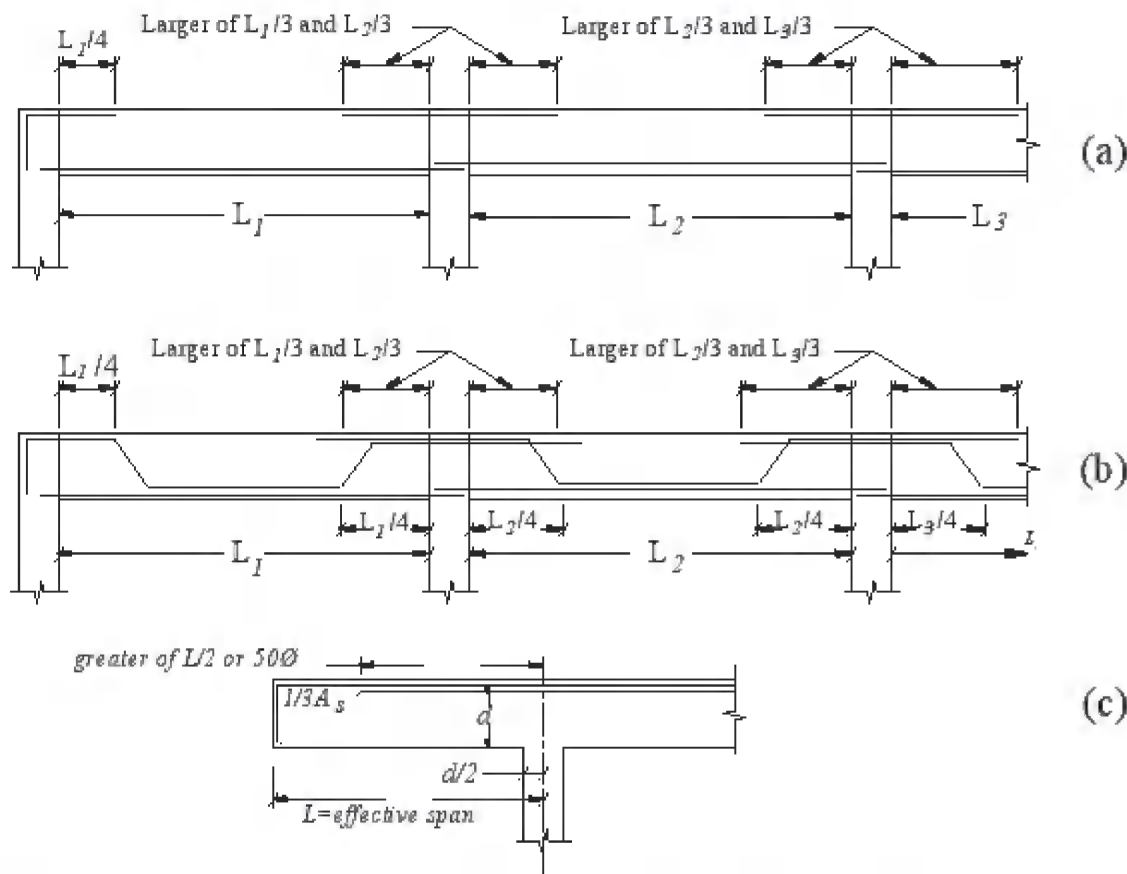


Figure (12-18) (a) cut-off bars; (b) bent-up bars; (c) cantilever Beam

Chapter (12) – Problems

1- Design the reinforcement for the beam shown in Figure P12.1, using cutoff bars.

Use $f_{cu} = 35 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

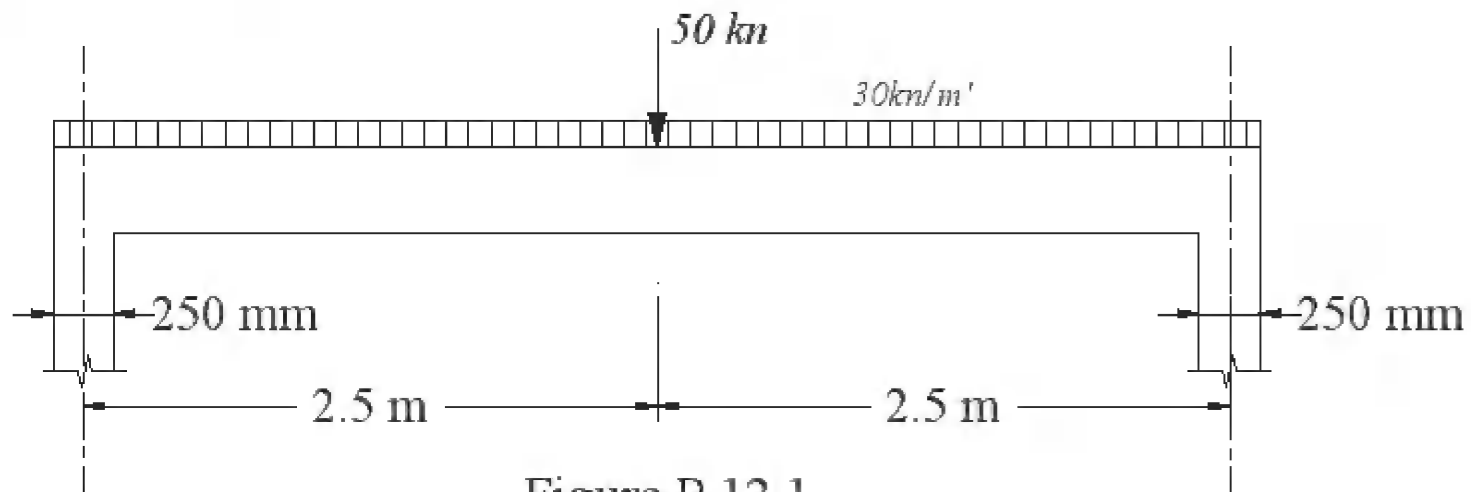


Figure P 12.1

2- **Design** the top reinforcement for the cantilever resisting the factored load shown in figure P12.2, to satisfy bar anchorage requirements.

Use $f_{cu} = 28 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

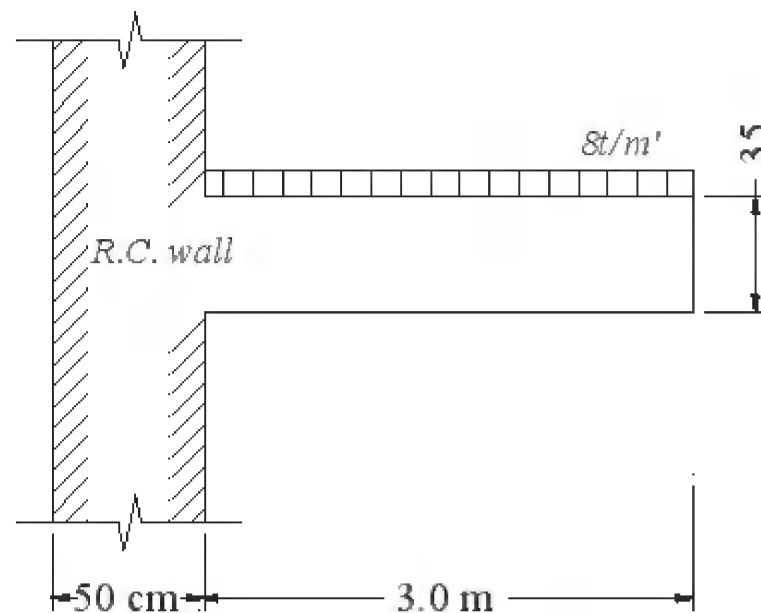


Figure P 12.2

3- For the cantilever shown in Figure P12.3, develop the top reinforcement to satisfy code anchorage requirement.

Use $f_{cu} = 28 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

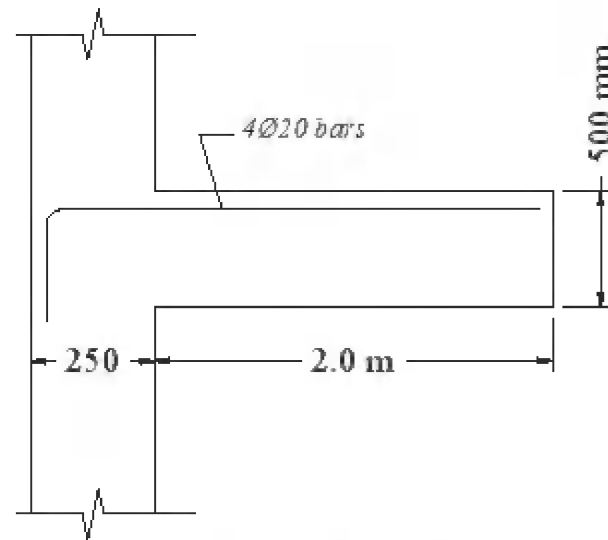


Figure P 12.3

4- For the beam shown in Figure P12.4, determine bar lengths L_1 , L_2 and L_3 , to satisfy code anchorage requirements.

Use $f_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$

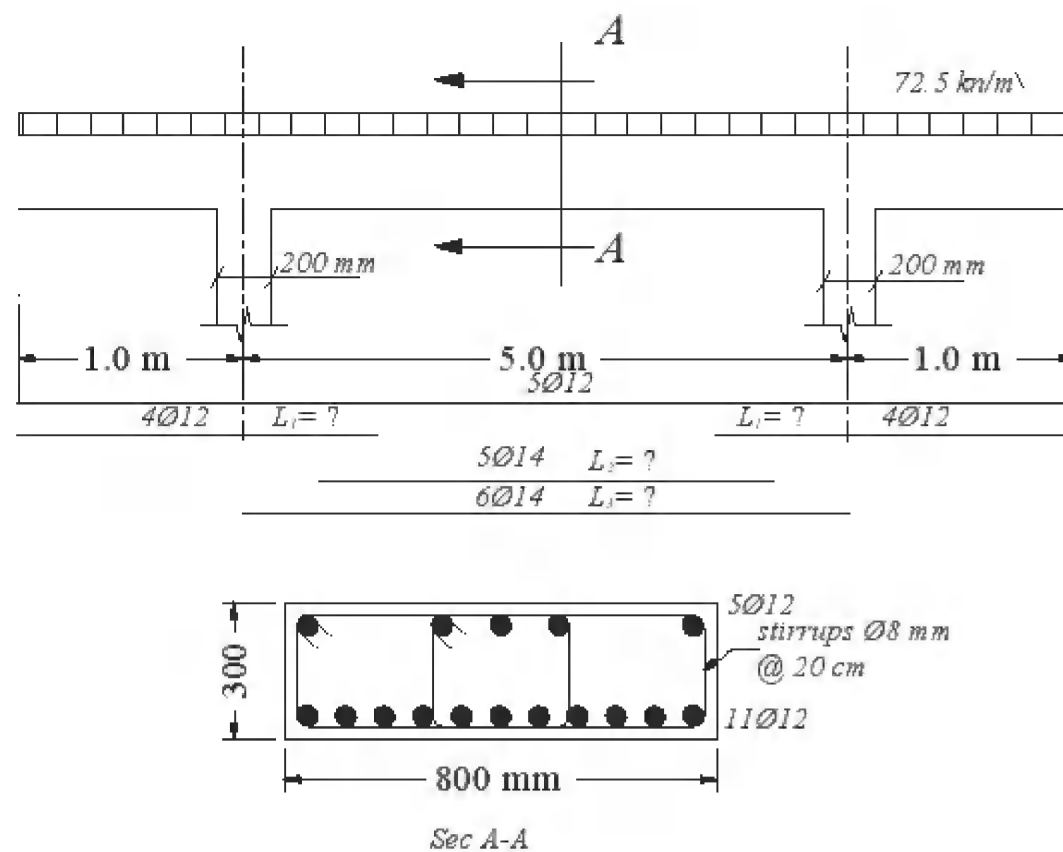


Figure P 12.4

5- For the beam shown in Figure P 12.5, determine bar cutoff locations to satisfy code anchorage requirements. Use $f_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

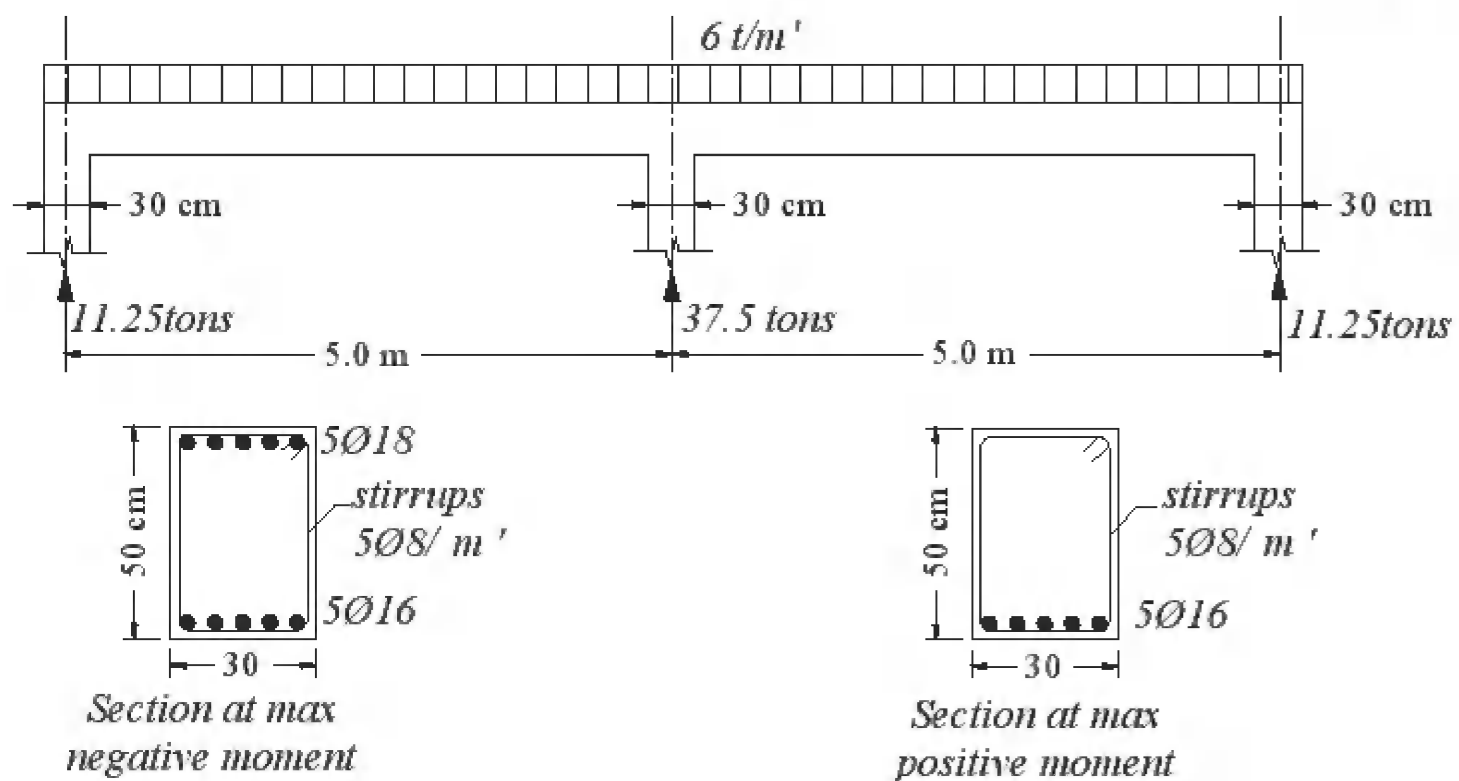


Figure P 12.5

6- For the beam carrying the factored load shown in Figure P12.6, determine bar bend locations to satisfy code anchorage requirements, assuming that half the bottom reinforcement to be bent up.

Use $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$

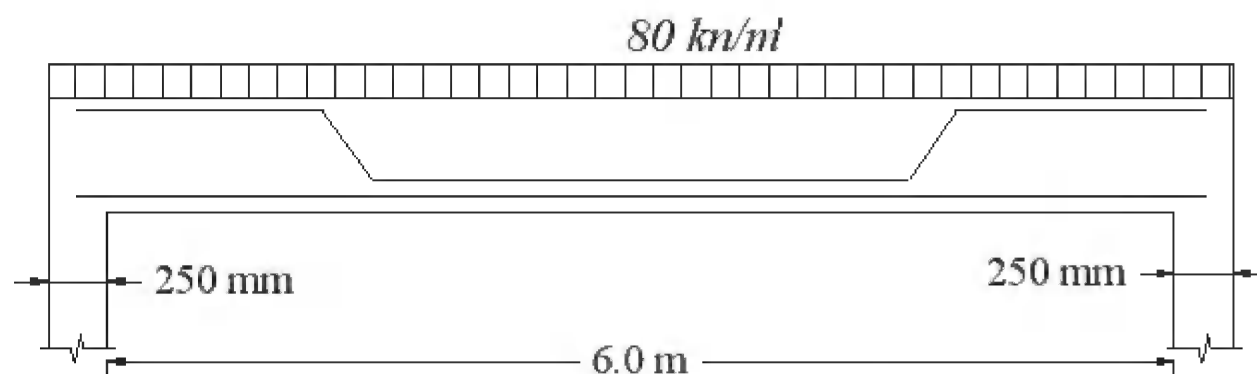


Figure P 12.6

7- For the beam carrying the factored loads shown in Figure P12.7, determine bar cutoff locations to satisfy code anchorage requirement.

Use $f_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$.

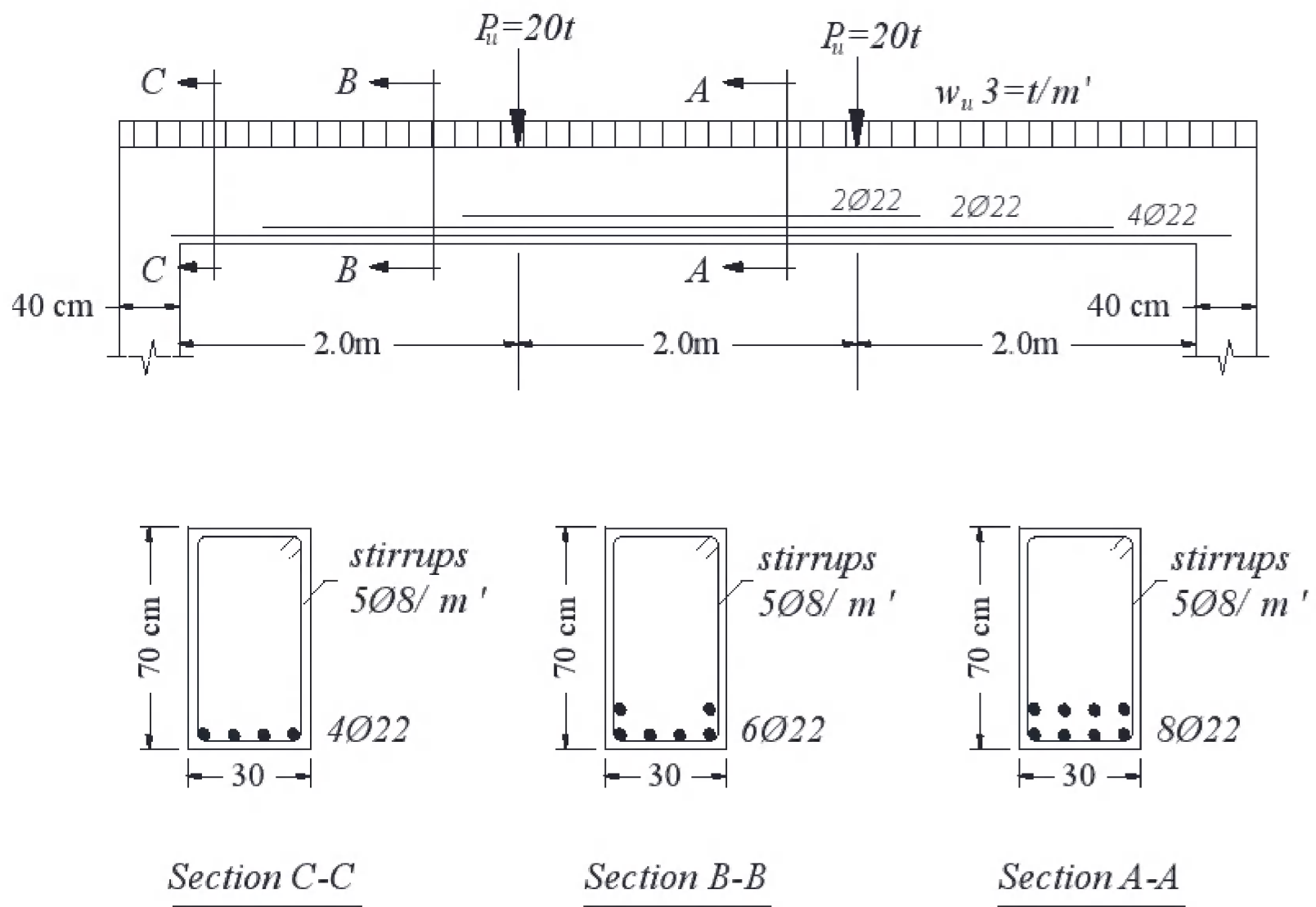


Figure P 12.7

- 8- Explain the importance of the bond and why is it essential to provide between steel and concrete in beams?
- 9- Define the design bond stress f_{bu} .
- 10- State the percentage increase/decrease of design bond stress of deformed bars in tension and compression with reference to the respective values of plain bars.

- 11- Derive the expression of determining the development length of a single bar in tension. State the changes, if any, for the compression bars.
- 12- State the additional measure to be taken when the reinforcing bars change the direction.
- 13- State the salient points of splicing and welding of reinforcing bars.

References

1. Design of concrete structure, 13th Edition, by Arther H.Nilsion, David Drawin and Charles W. Dolan, Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, New Delhi, 2004.
2. Reinforced Concrete Designer Handbook, 10th Edition, by C.E.Reynolds and J.C.Steedman, E & FN SPON, London, 1997.
3. Egyptian code for design and construction of concrete structure, Code No.203-2007.
4. Reinforced Concrete A Fundamental Approach, Edward G. Nawy, 5th edition, 2003 Prentice Hall.
5. Reinforced Concrete: Mechanics and Design, 4th Edition, James G.MacGregor, James K. Weight, Prentice Hall, 2005.
6. Design of concrete structure, 13th Edition, by Arther H.Nilsion, David Drawin and Charles W. Dolan, McGraw-Hill, 2003.
7. Reinforced Concrete A Fundamental Approach, 5th edition, Edward G. Nawy, Prentice Hall, 2005.
8. Building Code Requirements for Structural Concrete, ACI 318-American Concrete Institute, 2005.

تم بحمد الله

حقوق النشر والطبع محفوظة :

لا يجوز نشر أى جزء من هذا الكتاب أو إعادة طبعه أو إختزان مادته العلميه أو نقله
بأى طريقه سواء إلكترونيه أو ميكانيكيه أو بالتصوير أو خلاف ذلك بدون موافقه
كتابيه من المؤلف

رقم الإيداع 2011-19748

الترقيم الدولى 4-364-716-978977-I.S.B.N.